

Восстановление фазы волнового фронта с использованием комплексной нейронной сети

С.В. Артыщенко¹, П.А. Головинский^{1,2}, Р.А. Чернов^{1*}

¹Воронежский государственный архитектурно-строительный университет
394006, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84

²Московский физико-технический институт (государственный университет)
141700, г. Долгопрудный, Институтский пер., 9

Поступила в редакцию 30.10.2013 г.

Рассмотрено восстановление волнового фронта на основе датчика Шэка–Гартмана с применением комплексной искусственной нейронной сети. Положение пикселей задается на комплексной плоскости. Компьютерный процесс восстановления фазы протестирован на искаженном фронте, полученном в статистической модели турбулентной атмосферы. Обучение сети проводилось с помощью генетического алгоритма. Процесс обладает быстрой сходимостью, устойчивостью к локальным ошибкам и динамической адаптивностью.

Ключевые слова: датчик Шэка–Гартмана, восстановление волнового фронта, турбулентная атмосфера, комплексные нейронные сети, генетический алгоритм; Shack–Hartmann sensor, wavefront reconstruction, turbulent atmosphere, complex neural network, genetic algorithm.

Введение

Распространение лазерного излучения в атмосфере приводит к искажению его волнового фронта [1, 2], что является существенным препятствием при создании систем атмосферной лазерной связи [3, 4]. Эффективное средство компенсации таких искажений – обращение волнового фронта, основанное на методах нелинейной оптики [5, 6]. Наряду с высокой эффективностью и быстродействием нелинейно-оптического обращения волнового фронта такой метод, однако, не позволяет правильно воспроизводить распределение интенсивностей. В связи с этим классические методы адаптивной оптики, использующие деформируемые зеркала, по-прежнему вызывают значительный интерес и продолжают совершенствоваться [7–10]. Такие системы можно характеризовать как децентрализованные системы обращения волнового фронта с обратной связью [11], основанные на измерении фазы и компьютерной обработке с учетом упругости системы и ее демпфирующих свойств.

В адаптивных оптических системах с большими оптическими телескопами применяются гибкие зеркала с большим количеством зон управления и датчики волнового фронта, обеспечивающие необходимое управление. Адаптивные оптические системы используются также в лазерных технологических установках, системах оптической атмосферной связи, локации и воздействия излучения на удаленные объекты.

В то же время одним из основных недостатков, препятствующих повышению эффективности таких адаптивных систем, является их инерционность, которая не позволяет отслеживать изменения, связанные с быстрыми изменениями фазы, вызванными мелкокомасштабной турбулентностью. В связи с этим увеличение эффективности каждой ступени обратной связи способно существенно улучшить характеристики оптических систем атмосферной связи. В настоящей статье для организации восстановления фазы волны предлагается использовать нейронную сеть, основанную на комплексных искусственных нейронах [12, 13].

1. Датчик Шэка–Гартмана

Датчик Шэка–Гартмана – наиболее распространенный в адаптивной оптике датчик искажений волнового фронта, широко используемый из-за его простоты и удобства производства. В нем применяется решетка из миниатюрных линз, с помощью которых свет раскладывается на множество маленьких пучков и направляется на CCD-камеру [14]. Система управления должна на основании информации от датчика вычислить распределение фазы, требуемой для компенсации волнового фронта, и послать информацию в корректор волнового фронта. Достоинством датчиков Шэка–Гартмана является их способность одновременно измерять интенсивность и фазу волнового фронта. Непосредственно с помощью датчика измеряется градиент (наклон) волнового фронта

$$\nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\mathbf{e}_x + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\mathbf{e}_y. \quad (1)$$

* Степан Владимирович Артыщенко (art.stepan@mail.ru); Павел Абрамович Головинский (golovinski@bk.ru); Роман Александрович Чернов (r.a.chernov@hotmail.com).

Сам волновой фронт получается в результате реконструкции путем прямого численного интегрирования или приближений с помощью полиномов [15] и с использованием алгоритма минимизации среднеквадратической ошибки.

Таким образом, первой задачей, которую необходимо решить при адаптивном управлении качеством лазерного пучка, является восстановление фазы волнового фронта по его поперечному градиенту. Известно, что классические нейронные сети хорошо зарекомендовали себя при решении подобных обратных задач [16, 17]. В то же время задача о фазовых искажениях наиболее естественно формулируется в терминах комплексных переменных, для которых создан специальный класс искусственных нейронных сетей с комплексными значениями входов [12, 13]. Обобщением таких сетей являются квантовые нейронные сети [18, 19], предполагающие реализацию на основе квантовых точек [20].

2. Комплексные нейронные сети

Комплексные нейронные сети работают с информацией, представленной в комплексном виде, и используют комплексные параметры и переменные. Они хорошо совместимы с различными волновыми процессами, в которых существенной является интерференция. Такое явление описывается с помощью комплексных амплитуд прохождения и отражения, распространения и запаздывания фаз, суперпозиции амплитуд и т.д. Все комплексные характеристики процессов могут непосредственно обрабатываться с помощью комплексных нейронных сетей. Эти сети позволяют с использованием комплексных синоптических весов менять амплитуды и фазы анализируемых сигналов и суммировать вклады отдельных волн. Число приложений комплексных нейронных сетей быстро растет [21, 22]. При переходе от нейронных сетей с действительными входами к комплексным нейронным сетям ключевым вопросом является определение вида функции активации. Как известно [23], на основании теоремы Лиувилля, если функция голоморфна и ограничена на всей комплексной плоскости, то она постоянна. Поэтому прямой перенос стандартных сигмоидальных функций, определенных на всей действительной оси, на комплексный вариант затруднен из-за их неаналитичности. В то же время требование аналитичности соответствующих функций активации является естественным, поскольку при его выполнении легко анализировать динамику, обучение и устойчивость. Использовать без дополнительных ограничений комплексные варианты стандартных функций активации $\text{th}u$ и $1/(1 + \exp(-u))$ не имеет смысла, поскольку у них отсутствует свойство насыщения. Эту трудность удается обойти, если ограничить область допустимых входных значений областью аналитичности функции активации. А если отказаться от требования аналитичности, то можно конструировать полезные рабочие функции активации просто как функции двух переменных. Например:

$$\begin{aligned} f_{\text{Re-Im}}(u) &= f_{\text{Re}}(u) + if_{\text{Im}}(u), \\ f_{\text{Re}}(u) &= \text{th}(\text{Re}(u)), \\ f_{\text{Im}}(u) &= \text{th}(\text{Im}(u)). \end{aligned} \quad (2)$$

Динамика такой сети из n комплексных нейронов похожа на динамику действительной сети из $2n$ нейронов.

Другим широко известным типом функции активации комплексных нейронов является амплитудно-фазовая функция

$$f_{ap} = \text{th}(|u|)\exp(i \arg(u)), \quad (3)$$

которая обеспечивает насыщение по амплитуде, сохраняя фазу аргумента неизменной. Такой вид функции активации более подходит для волновых задач, в которых существенна интерференция [24]. В этом случае интерференционные особенности сохраняются в отклике, в то время как по энергии воздействия отклик насыщается, что характерно для многих физических процессов. Существуют и иные виды комплексных функций активации [25].

Комплексные нейронные сети реализуют обобщения динамических сетей Хопфилда [26] с обучающими правилами Хебба и позволяют осуществить ассоциативную память с комплексными векторами. Известна также комплексная реализация обучения сети методом наискорейшего спуска [27, 28], а для сетей прямого распространения – методом обратного распространения ошибки [29].

3. Аппроксимация фазовых функций

Применим аппарат комплексных нейронных сетей к восстановлению фазы волны по значениям ее градиента, получаемым датчиками Шэка–Гартмана. На плоскости вместо градиента в виде (1) можно воспользоваться комплексной записью

$$\nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x} + i\frac{\partial\varphi}{\partial y}. \quad (4)$$

Восстановление фазы волны сводится к математической задаче определения соответствующего отображения комплексной плоскости на действительную ось. Градиент позволяет определить локальное изменение функции

$$d\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y} dy = \text{Re}(\nabla\varphi dz^*) \quad (5)$$

в области ее аналитичности. На конечном пути интегрирования при учете дискретности данных полное изменение фазы

$$\Delta\varphi = \sum_j \text{Re}(s_j \Delta z_j^*), \quad (s_j = \nabla\varphi_j) \quad (6)$$

не зависит от формы пути. Качество представления (6) сильно зависит от величин интервалов разбиения Δz_j и только в пределе воспроизводит точное

изменение функции. Для повышения точности интегралов от функций действительного переменного существуют многочисленные квадратурные схемы [30]. Общая схема улучшения приближения интеграла имеет вид

$$\Delta\varphi = \sum_j c_j \operatorname{Re}(s_j \Delta z_j^*), \quad (7)$$

где коэффициенты c_j подобраны так, чтобы сделать точность наибольшей. Будем считать, что градиенты измеряются в узлах квадратной решетки размером $N \times N$. Для произвольного узла k решетки искомое представление имеет вид

$$\varphi_k = \sum_j \operatorname{Re}(s_j w_{kj}), \quad (8)$$

а коэффициенты w_{kj} подбираются так, чтобы сделать минимальным отклонение от точного значения фазы ψ_k , т.е.

$$|\delta\varphi_k|^2 = \left| \psi_k - \sum_j \operatorname{Re}(s_j w_{kj}) - C \right|^2 \rightarrow \min. \quad (9)$$

Константа C задает начальную точку отсчета фазы. Исходя из конечно-разностного метода интегрирования по пути на решетке, следует ожидать, что нам потребуются далеко не все узлы решетки, а соответствующая матрица w_{kj} будет разреженной.

4. Генетический алгоритм восстановления фазы

Поиск оптимальных значений параметров можно осуществлять на основе генетического алгоритма [31]. В качестве начального приближения можно использовать приближенную формулу (6), т.е. $w_{kj} = \Delta z_{kj}^*$, где Δz_{kj} – единичные комплексные шаги, ведущие в данную точку решетки k из начала координат, задающих узлы решетки. В итоге нулевое приближение для каждой точки представляет собой бинарный вектор из 1 и i . Такой выбор обеспечивает однозначность восстановленной фазы, а константа C в этом случае равна значению фазы волны в начале координат. Ясно, что нулевое приближение дает довольно грубый способ восстановления функции. Большей точности можно достичь, как и в обычных квадратурных формулах, выбирая надлежащим образом веса. Можно, следуя подходу генетического программирования, породить множество весов $w_{kj} = w_{kj} + \delta(w_{kj})$ путем случайных изменений

$$\delta(w_{kj}) = ae^{i\alpha}, \quad -b < a < b, \quad -\beta < \alpha < \beta. \quad (10)$$

На параметры b и β наложены ограничения: $b < 1$, $\beta < \pi/2$. С помощью такого случайного алгоритма формируется начальная популяция из $M \sim 100$ наборов хромосом $w_{kj}^{(m)}$ ($m = 1, 2, \dots, M$). Далее ос-

новными элементами генетического алгоритма являются кроссинговер, мутации и отбор наиболее приспособленных особей. Кроссинговер заключается в обмене частью весов между разными хромосомами. Мутации состоят в изменении весов случайным образом по алгоритму (10) с малой вероятностью. Отбор осуществляется на основе целевой функции (7) на ансамбле реализаций случайных искажений.

5. Компьютерная модель

Для компьютерного моделирования восстановления фазы использовалось представление искажений фронта за счет атмосферной турбулентности с применением фазового экрана, представляющего собой пространственный фильтр на основе «белого шума» [32]. Его задание с помощью двумерного пространственного преобразования Фурье имеет вид

$$\psi(x, y) = c \operatorname{Re} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\Phi(\mathbf{k})} \times \exp(i(k_x x + k_y y)) (r(\mathbf{k}) + ir'(\mathbf{k})) dk_x dk_y \right\}.$$

Здесь искажение фазы $\psi(x, y)$ является результатом действия фазового экрана; $\Phi(\mathbf{k})$ – спектральная мощность турбулентности; \mathbf{k} – поперечный волновой вектор; $r(\mathbf{k})$, $r'(\mathbf{k})$ – действительные случайные функции «белого шума» с нулевыми средними значениями и единичной вариацией; c – амплитудный фактор.

Для спектра турбулентности фон Кармана спектральная мощность

$$\Phi(\mathbf{k}) = \left| k^2 + (W/L_0)^2 \right|^{-11/6}, \quad (10)$$

где W – ширина фазового экрана; L_0 – характерный масштаб турбулентности. В условиях наилучшего воспроизведения фазы ширина фазового экрана W должна быть значительно больше апертуры приемника и, желательно, больше масштаба турбулентности. На рис. 1 показан результат расчета случайной реализации фазового искажения в соответствии с принятой моделью.

Число управляемых зеркал в системе адаптивной оптики обычно значительно меньше, чем линз в датчике искажений волнового фронта. В качестве примера возьмем датчик с числом пикселей 500×500 , количество управляемых зеркал 10×10 . Известно, что использование фильтрации совместно с процедурой самообучения более чем втрое уменьшает ошибку восстановления волнового фронта [33]. Используемый нами генетический алгоритм предоставляет дополнительные возможности линейной адаптивной настройки по любым видам искажений. Динамика сходимости приближения по среднеквадратическому отклонению в зависимости от числа эпох показана на рис. 2. В каждой эпохе имеется 50 поколений.

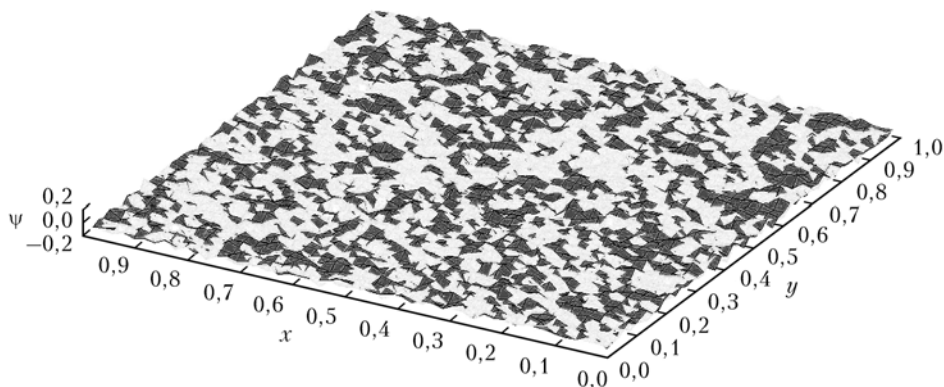


Рис. 1. Пример двумерного распределения случайного искажения фазы по ширине экрана, $W/L_0 = 3$

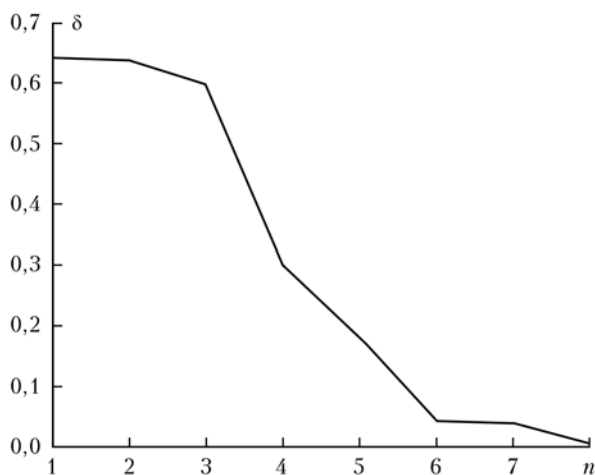


Рис. 2. Относительная точность восстановления волнового фронта в зависимости от номера эпохи

Приведенная на рис. 2 зависимость наглядно показывает увеличение точности восстановленного фронта по сравнению с начальным случайным приближением вплоть до стабилизации процесса.

Заключение

Предложенный метод восстановления волнового фронта по данным датчика наклонов Шэка–Гартмана позволяет получить точный и гибкий инструмент адаптивной оптики. Для определения оптимального восстановления волнового фронта по градиентным значениям используется линейный корректор, коэффициенты которого определяются оптимальным образом для выборки значений градиентной функции вдоль пути от края паттерна к заданному пикселю. При поиске наилучшего приближения используется ансамбль искаженных волновых фронтов, сгенерированных на основе модели турбулентной атмосферы. Улучшения результатов можно достичь, используя текущие данные, получаемые от датчика при прохождении лазерного луча с известным волновым фронтом через атмосферу, путем добавления их к обучающему множеству.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 11-07-00155-а, 13-07-00270).

1. Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
2. Маракасов Д.А. Структура пространственно-временного спектра лазерного пучка в атмосфере в условиях сильной турбулентности // Оптика атмосфер. и океана. 2013. Т. 26, № 5. С. 345–349.
3. Wilks S.C., Morris J.R., Brase J.M., Olivier S.S., Henderson J.R., Thompson C., Kartz M., Ruggerio A.J. Modeling of adaptive optics-based free-space communications systems // Proc. SPIE. 2002. V. 4421. P. 121–128.
4. Wu H., Yan H., Li X. Modal correction for fiber-coupling efficiency in free-space optical communication systems through atmospheric turbulence // Optik. 2010. V. 121. P. 1789–1793.
5. Зельдович Б.Я., Пиллецкий Н.Ф., Шкунов В.В. Обращение волнового фронта при вынужденном рассеянии света // Успехи физ. наук. 1982. Т. 138, вып. 2. С. 249–288.
6. Дмитриев В.Г. Нелинейная оптика и обращение волнового фронта. М.: Физматлит, 2003. 256 с.
7. Лукин В.П. Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере и океане // Оптика атмосфер. и океана. 2009. Т. 22, № 10. С. 937–944.
8. Гаранин С.Г., Голубев А.И., Повышев В.М., Стариков Ф.А., Шнягин Р.А. Исследование возможности повышения эффективности адаптивной системы лазерной установки «Луч» // Оптика атмосфер. и океана. 2013. Т. 26, № 5. С. 427–433.
9. Grosset-Grange C., Barnier J., Chappuis C., Cortey H. Design principle and first results obtained on the LMJ deformable mirror prototype // Proc. SPIE. 2007. V. 6584. P. 1–14.
10. Лукин В.П. Атмосферная и адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 248 с.
11. Lee L.H. Closed-loop field conjugation using decentralized multi-conjugate adaptive optics // Proc. SPIE. 2007. V. 6551. P. 65510Q.
12. Hirose A. Complex-valued neural networks fertilize electronics // Studies in Computational Intelligence. 2006. V. 32. P. 3–8.
13. Hirose A. Complex-Valued Neural Networks. Berlin: Springer, 2006. 176 p.
14. Neal D.R., Copland J., Neal D. Shack–Hartman wavefront sensor precision and accuracy // Proc. SPIE. 2002. V. 4779. P. 148–160.
15. Southwell W. Wave-front estimation from wave-front slope measurement // J. Opt. Soc. Amer. 1980. V. 70, N 8. P. 998–1006.
16. Кутницев С.Н., Головинский П.А. Определение параметров тел простой формы по рассеянию ультракоротких

- импульсов // Изв. вузов. Радиофиз. 2008. Т. 51, № 6. С. 526–535.
17. *Кутищев С.Н., Головинский П.А.* Применение нейросетей для определения формы объектов по отражению ультракоротких импульсов // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2008. № 3–4. С. 108–114.
 18. *Головинский П.А.* Когерентный нейрон и распознавание образов // Проблемы управления. 2006. № 5. С. 86–88.
 19. *Астапенко В.А., Головинский П.А.* Нейронные сети с квантовой интерференцией // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2012. № 4. С. 3–12.
 20. *Naruse M., Miyazaki T., Kubota F., Kawazoe T., Kobayashi K., Sangu S., Ohtsu M.* Nanometric summation architecture based on optical near-field interaction between quantum dots // Opt. Lett. 2005. V. 30, N 2. P. 201–203.
 21. *Aizenberg I.* Complex-Valued Neural Networks with Multi-Valued Neurons. Berlin: Springer-Verlag, 2011. 262 p.
 22. *Hirose A.* Complex-Valued Neural Networks: Advances and Applications. Hoboken: Wiley-IEEE Press, 2013. 304 p.
 23. *Шабат Б.В.* Введение в комплексный анализ. СПб.: Лань, 2004. 336 с.
 24. *Hirose A.* Application of complex-valued neural networks to coherent optical computing using phase-sensitive detection scheme // Information Sci. 1994. V. 2. P. 103–117.
 25. *Jalab H.A., Ibrahim R.W.* New activation functions for complex-valued neural network // Int. J. Phys. Sci. 2011. V. 6, N 7. P. 1766–1772.
 26. *Szilagai M.N., Salik B.* Neural Networks with complex activations and connection weights // Complex Systems. 1994. V. 8. P. 115–126.
 27. *Amin Md.F., Islam Md.M., Murase K.* Ensemble of single-layered complex-valued neural networks for classification tasks // Neurocomputing. 2009. V. 72. P. 2227–2234.
 28. *Savitha R., Suresh S., Sundararajan N., Saratchandran P.* A new learning algorithm with logarithmic performance index for complex-valued neural networks // Neurocomputing. 2009. V. 72. P. 3771–3781.
 29. *Chen X., Tang Zh., Li S.* An modified error function for the complex-value backpropagation neural networks // Neural Information Processing. 2005. V. 8, N 1. P. 1–8.
 30. *Калиткин Н.Н.* Численные методы. СПб: БЧВ-Петербург, 2011. 592 с.
 31. *Melanie M.* An introduction to genetic algorithms. Massachusetts: MIT Press, 1996. 158 p.
 32. *Ellerbroek B.L., Cochran G.* Wave optics propagation code for multiconjugate adaptive optics // Proc. SPIE. 2002. V. 4494. P. 104–120.
 33. *Шанин О.И.* Адаптивные оптические системы коррекции наклонов. Резонансная адаптивная оптика. М.: Техносфера, 2013. 296 с.

S.V. Artyshchenko, P.A. Golovinski, R.A. Chernov. **Reconstruction of the wavefront phase with the use of a complex neural network.**

We considered the process of wavefront reconstruction, which is based on the use of Shack–Hartmann sensor and complex-valued artificial neural network. The pixel positions are mapped on a complex plane. The process of phase reconstruction has been tested with the help of the distorted wavefront, which was obtained in the framework of a statistical model for a turbulent atmosphere. The learning of the network is based on a genetic algorithm. The process has the fast convergence, resistance to the local errors, and dynamic adaptability.