

А.И. Бородулин, Б.М. Десятков, С.Р. Сарманаев, Н.А. Лаптева

Определение мощностей ансамбля точечных стационарных источников атмосферных примесей методом максимального правдоподобия

НИИ аэробиологии ГНЦ ВБ «Вектор», Новосибирская область

Поступила в редакцию 9.02.2000 г.

Рассматривается задача определения мощностей ансамбля точечных стационарных источников атмосферных загрязнений по значениям концентрации примеси, измеренной в ряде контрольных точек. Для нахождения искомого характеристика был использован метод максимального правдоподобия. Функция правдоподобия строилась на основании результатов проведенного авторами ранее изучения законов распределения концентрации распространяющихся в атмосфере примесей. Расчеты проводились для ровной подстилающей поверхности, расположенной на широте г. Новосибирска. В качестве «измеренных» значений концентрации использовались значения концентрации примеси, полученные при решении «прямой» задачи распространения. Результаты расчетов показывают, что использование такого подхода оказывается эффективным для решения достаточно сложной «обратной» задачи.

Предположим, что в некоторой области пространства действует ряд стационарных точечных аэрозольных источников. Для описания распространения аэрозолей от этих источников в пограничном слое атмосферы будем использовать модель, основанную на полуэмпирических уравнениях [8]:

$$\sum_{r=1}^3 \left(U_r \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_r} - \frac{\partial}{\partial x_r} \sum_{s=1}^3 K_{rs} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_s} \right) = Q; \tag{1}$$

$$\sum_{r=1}^3 \left(U_r \frac{\partial \sigma^2}{\partial x_r} - \frac{\partial}{\partial x_r} \sum_{s=1}^3 K_{rs} \frac{\partial \sigma^2}{\partial x_s} \right) = 2 \sum_{r=1}^3 \sum_{s=1}^3 K_{rs} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_r} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_s} - \frac{\varepsilon}{Rb^2} \sigma^2, \tag{2}$$

где \bar{C} и σ^2 – математическое ожидание концентрации и ее дисперсия соответственно; U_r – компоненты математического ожидания поля скорости ветра; K_{rs} – компоненты тензора коэффициентов турбулентной диффузии; Q описывает источники примеси; b^2 – кинетическая энергия турбулентности; ε – скорость ее диссипации; R – эмпирическая константа [8].

Пусть координаты источников x_i, y_i, z_i ($i = \overline{1, m}$) известны. Мощность каждого источника зададим в виде $q_i = \lambda_i q_0$, где q_0 – некоторое единичное значение мощности; λ_i – безразмерные константы. Пусть в пределах выбранной области в точках x_j, y_j, z_j ($j = \overline{1, n}$) расположены пункты наблюдения, в которых зафиксированы средние значения концентрации вредных примесей C_{avj} . Как правило, измерения концентрации примеси осуществляются усреднением ее мгновенных значений $C(t)$ по некоторому конечному интервалу времени T :

$$C_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T C(t_1) dt_1. \tag{3}$$

Вследствие этого C_{av} как функция от случайной величины также является случайной величиной. Известно, что такая оценка является несмещенной и имеет дисперсию (см., например, [10]):

$$\sigma_{av}^2 = 2 \sigma^2 \frac{1}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{t_1}{T} \right) r(t_1) dt_1, \tag{4}$$

где $r(t)$ – нормированная корреляционная функция пульсаций концентрации примеси. При $T \rightarrow \infty$ выборочные значения C_{av} стремятся к математическому ожиданию концентрации \bar{C} , а дисперсия σ_{av}^2 стремится к нулю.

Математические ожидания C_{avj} , а именно значения \bar{C} , можно получить решением (1), задав

$$Q = \sum_{i=1}^m \lambda_i q_0 \delta(x - x_i) \delta(y - y_i) \delta(z - z_i),$$

где $\delta(\dots)$ – дельта-функция Дирака. Уравнение (1) – линейное. Поэтому можно записать

$$\bar{C}_j = \sum_{i=1}^m \lambda_i \bar{C}_{ij}, \tag{5}$$

где \bar{C}_{ij} – решения уравнения (1) для $Q = q_0 \delta(x - x_i) \delta(y - y_i) \times \delta(z - z_i)$, взятые в j -й точке. Аналогично получаем, что

$$\sigma_j^2 = \sum_{i=1}^m \lambda_i^2 \sigma_{ij}^2, \tag{6}$$

где σ_{ij}^2 – решения уравнения (2), взятые в j -й точке и соответствующие найденным по (1) значениям \bar{C}_{ij} .

В данной статье рассматривается задача определения весовых коэффициентов λ_i , т.е. определения мощности источников примеси по данным наблюдений за концентрацией и по дополнительной информации, полученной из решения уравнений (1) и (2) для источников единичной мощности. Сформулированная выше проблема принадлежит к классу «обратных» задач. Классические подходы к ее решению основываются на уравнениях, сопряженных с полуэмпирическим уравнением турбулентной диффузии (1) [6]. Ниже рассматривается вариант решения данной задачи, использующий статистическую природу процесса распространения примеси в атмосфере.

Методы

Для определения коэффициентов λ_i , которые в общем случае тоже являются случайными величинами, воспользуемся методом максимального правдоподобия [10]. Введем априорную (доопытную) плотность вероятности оцениваемых параметров $p_{pr}(\lambda_i)$. Для нас она является неизвестной. Пусть плотность вероятности наблюдаемых средних значений концентрации при фиксированных параметрах λ_i есть $p(C_{avj} | \lambda_i)$. По теореме умножения вероятностей совместная плотность вероятности C_{avj} и λ_i равна

$$p(C_{avj}; \lambda_i) = p_{pr}(\lambda_i) p(C_{avj} | \lambda_i) = p(C_{avj}) p(\lambda_i | C_{avj}).$$

Отсюда получаем классическую формулу для условной плотности вероятности λ_i при заданной выборке значений C_{avj}

$$p(\lambda_i | C_{avj}) = \frac{p_{pr}(\lambda_i) p(C_{avj} | \lambda_i)}{p(C_{avj})}.$$

Данная величина является апостериорной (послеопытной) условной плотностью вероятности $p(\lambda_i | C_{avj}) = p_{ps}(\lambda_i)$. Условная плотность вероятности $p(C_{avj} | \lambda_i)$, рассматриваемая как функция от λ_i , называется функцией правдоподобия $p(C_{avj} | \lambda_i) = L(\lambda_i)$. Если апостериорная плотность вероятности достаточно «хорошего» вида, т.е. имеет одну вершину и почти симметрична, то естественно искать оценку параметров λ_i , которая имеет минимальное апостериорное рассеяние. В методе максимального правдоподобия в качестве оценки λ_i берется тот набор значений, который при заданных C_{avj} обеспечивает максимальное значение апостериорной плотности вероятности. В ряде случаев представляется удобным искать решения системы уравнений [10]:

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_i} \ln L(\lambda_i) = 0; \quad i = \overline{1, m}, \quad (7)$$

которые явным образом зависят от выборки C_{avj} .

Перейдем к построению функции правдоподобия $L(\lambda_i)$. Для данной задачи естественно считать, что любые пары значений C_{avj_1} и C_{avj_2} при $j_1 \neq j_2$ статистически независимы и $p_j(C_{avj} | \lambda_i) \neq 0$. Тогда

$$L(\lambda_i) = \prod_{j=1}^n p_j(C_{avj} | \lambda_i), \quad (8)$$

где $p_j(C_{avj} | \lambda_i)$ – плотность вероятности наблюдения в j -й точке среднего значения концентрации C_{avj} при фиксированных λ_i .

В качестве параметрической оценки математического ожидания C_{avj} примем соотношение (5). Для параметрической оценки дисперсии C_{avj} предположим, что корреляционная функция в (4) имеет экспоненциальный вид $r(t) = \exp(-|t|/\tau_s)$, где τ_s – эйлеров временной масштаб пульсаций концентрации примеси. Тогда

$$\sigma_{av}^2 = \frac{2\sigma^2\tau_s^2}{T^2} \left[\frac{T}{\tau_s} - 1 + \exp(-T/\tau_s) \right]. \quad (9)$$

Функция плотности вероятности случайной величины C_{avj} теоретически получена и экспериментально обоснована в [1]:

$$p_j(C_{avj} | \lambda_i) = [1 - \operatorname{erf}(\beta_{0j})] \delta(C_{avj}) + \frac{1}{\sqrt{\pi} \beta_j} \times \\ \times \left\{ \exp \left[- \left(\frac{C_{avj} - \bar{C}_j}{\beta_j} \right)^2 \right] - \exp \left[- \left(\frac{C_{avj} + \bar{C}_j}{\beta_j} \right)^2 \right] \right\}; \\ \beta_{0j} = \frac{\bar{C}_j}{\beta_j}, \quad (10)$$

где $\operatorname{erf}(\dots)$ – интеграл вероятности; β_j – второй параметр функции плотности вероятности, связанный с дисперсией σ_{avj}^2 соотношением

$$\frac{\sigma_{avj}^2}{\bar{C}_j^2} = \operatorname{erf}(\beta_{0j}) \left(1 + \frac{1}{2\beta_{0j}^2} \right) - 1 + \frac{1}{\sqrt{\pi} \beta_{0j}} \exp(-\beta_{0j}^2). \quad (11)$$

В (10) член с дельта-функцией описывает вероятность наблюдения нулевых значений C_{avj} , поэтому для рассматриваемой задачи его можно отбросить.

Таким образом, для задания функции максимального правдоподобия необходимо и достаточно знать математические ожидания концентрации C_{avj} и дисперсии σ_{avj}^2 в каждой j -й точке, а также эйлеров временной масштаб τ_s . Рассмотрим результаты ряда проведенных нами численных экспериментов.

Результаты расчетов и их анализ

Расчеты проводились для ровной подстилающей поверхности, расположенной на широте г. Новосибирска. Термическая стратификация атмосферы соответствовала условиям, типичным для лета на 15 ч местного времени в Западно-Сибирском регионе. Теплофизические характеристики подстилающей поверхности были заданы характерными для лесостепи. Для расчетов была выбрана область в форме прямоугольного параллелепипеда с основанием $x = 34$ на $y = 42$ км. Ось y была направлена на север. Вертикальная координата была ограничена высотой пограничного слоя атмосферы. Эйлеров временной масштаб равнялся 100 с, а $T = 30$ мин.

Расчеты полей средних значений компонент скорости ветра и температуры проводились по численно-аналитической методике [5]. Для этого в качестве входных данных на высоте 10 м задавалась скорость ветра, равная 2 м/с. Ветер дул в направлении оси x . Расчеты проводились в отсутствие облачности. Полученные поля скорости ветра и температуры использовались для задания K_{rs} , b^2 и ϵ . Эти характеристики, необходимые для решения (1) и (2), опреде-

лялись с помощью алгебраической модели, аналогичной описанной в [9]. При этом использовалась гипотеза о пропорциональности K_{rs} , соответствующих компонентам тензора вязких напряжений Рейнольдса. Ее экспериментальное подтверждение в натуральных условиях было получено нами ранее [2]. Уравнения (1) и (2) решались с помощью численных методов [7]. В граничном условии для концентрации на подстилающей поверхности задавалась скорость выпадения частиц [4], равная $2 \cdot 10^{-2}$ м/с. Граничное условие на подстилающей поверхности для дисперсии задавалось в соответствии с [3]. Полученные таким образом значения концентрации примеси и ее дисперсии считались «измеренными» и в дальнейшем использовались для построения функций правдоподобия. Максимальные значения $L(\lambda_i)$ и соответствующие им значения λ_i определялись численно методом перебора.

В первой серии расчетов восстанавливались мощности двух источников. Схема их расположения и точки «измерения» приведены на рис. 1,а. Результаты расчетов даны в табл. 1, где указаны координаты точек источников и точек «измерения». Высота последних всегда задавалась равной 25 м. В первом варианте расчетов варьировалась мощность второго источника. Из данных табл. 1 видно, что восстановление мощностей двух источников по четырем точкам производится удовлетворительно вплоть до того, как их мощности начинают отличаться почти на три порядка. Во втором варианте расчетов высота второго источника была уменьшена в два раза. При этом результаты восстановления мощностей получаются аналогичными. В третьем варианте число точек «измерения» было уменьшено до трех. Видно, что уменьшение мощности второго источника почти на два порядка также приводит к вполне удовлетворительным результатам. Данные четвертого варианта расчетов показывают, что неплохие результаты получаются и при использовании двух точек «измерения». Результаты пятого варианта расчетов демонстрируют, что увеличение расстояния между источниками приводит к неплохому совпадению заданных и восстановленных мощностей.

Вторая серия расчетов проводилась для пяти расположенных в одну линию источников, которые тем самым имитировали некоторый линейный источник примеси (рис. 1,б). Восстановление мощностей производилось на 8 точках «измерения». Они также были выстроены в линию. Восстановленные значения мощностей приведены в

табл. 2. Хорошие результаты восстановления мощностей получаются при использовании от шести до восьми точек. При меньшем числе точек наблюдаются заметные расхождения с заданными мощностями.

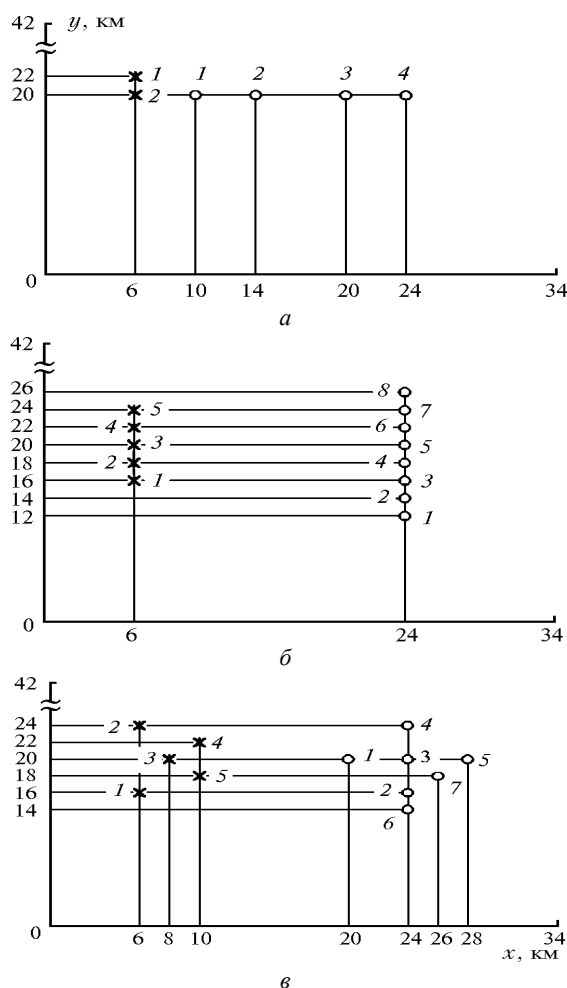


Рис. 1. Расположение источников примеси (крестики) и точек измерения ее концентрации (кружочки) в пределах расчетной области

Таблица 1

Результаты восстановления мощностей двух источников (1-я серия расчетов)

Вариант расчетов	Координаты источников x, y, z , м		Расстояние между источниками по горизонтали, км	Заданная/восстановленная мощность источников, усл. ед.		Использованные точки «измерения» концентрации			
	первого	второго		первого	второго	1	2	3	4
Первый	6, 20, 50	6, 22, 50	2	$10^{11}/10^{11}$	$10^{11}/10^{11}$	+	+	+	+
				$10^{11}/10^{11}$	$10^{10}/10^{10}$	+	+	+	+
				$10^{11}/10^{11}$	$10^9/10^9$	+	+	+	+
				$10^{11}/10^{11}$	$10^8/4 \cdot 10^8$	+	+	+	+
				$10^{11}/10^{11}$	$10^7/4 \cdot 10^8$	+	+	+	+
Второй	6, 20, 50	6, 22, 25	2	$10^{11}/10^{11}$	$10^{10}/10^{10}$	+	+	+	+
				$10^{11}/10^{11}$	$6 \cdot 10^9/6 \cdot 10^9$	+	+	+	+
				$10^{11}/10^{11}$	$4 \cdot 10^9/3 \cdot 10^9$	+	+	+	+
				$10^{11}/10^{11}$	$2 \cdot 10^9/3 \cdot 10^9$	+	+	+	+
				$10^{11}/10^{11}$	$10^9/5 \cdot 10^8$	+	+	+	+
Третий	6, 20, 50	6, 22, 50	2	$10^{11}/10^{11}$	$10^{10}/10^{10}$	+	+	+	-
				$10^{11}/10^{11}$	$8 \cdot 10^9/8 \cdot 10^9$	+	+	+	-
				$10^{11}/10^{11}$	$6 \cdot 10^9/5 \cdot 10^9$	+	+	+	-
				$10^{11}/10^{11}$	$10^9/10^9$	+	+	+	-
				$10^{11}/10^{11}$	$10^8/10^8$	+	+	+	-

Вариант расчетов	Координаты источников x, y, км; z, м		Расстояние между источниками по горизонтали, км	Заданная/восстановленная мощность источников, усл. ед.		Использованные точки «измерения» концентрации			
	первого	второго		первого	второго	1	2	3	4
Четвертый	6, 20, 50	6, 22, 50	2	$10^{11}/10^{11}$	$10^{10}/10^{10}$	+	+	-	-
Пятый	6, 18, 50	6, 24, 50	6	$10^{10}/9 \cdot 10^9$	$10^{10}/10^{10}$	+	+	+	+
	6, 18, 50	6, 22, 50	4	$10^{10}/10^{10}$	$10^{10}/10^{10}$	+	+	+	+

Третья серия расчетов проводилась для пяти нерегулярно расположенных источников и до семи также нерегулярно расположенных точек «измерения» (рис. 1, 6). Сначала мощности всех источников задавались одинаковыми и варьировалось число точек «измерения». Приведенные в табл. 3 данные показывают, что вполне удовлетворительные резуль-

таты восстановления мощностей пяти источников получают-ся даже при двух точках «измерения». Остальные данные, приведенные в табл. 3, соответствуют варианту, когда мощности ансамбля из пяти источников отличаются в пределах одного порядка. Мы видим, что удовлетворительные результаты получаются при пяти и более точках измерения.

Таблица 2

Результаты восстановления мощностей пяти источников (2-я серия расчетов)

Заданная/восстановленная мощность источников, усл. ед.					Использованные точки «измерения» концентрации							
Первый	Второй	Третий	Четвертый	Пятый	1	2	3	4	5	6	7	8
$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	+	+	+	+	+	+	+	+
$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	+	+	+	+	+	+	+	-
$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	+	+	+	+	+	+	-	-
$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^{10}/4 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/8 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/9 \cdot 10^{10}$	+	+	+	+	+	-	-	-
$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/4 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/8 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/8 \cdot 10^{11}$	$5 \cdot 10^{10}/9 \cdot 10^{11}$	+	+	+	+	-	-	-	-
$5 \cdot 10^{10}/4 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/10^{11}$	$5 \cdot 10^{10}/2 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/2 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/2 \cdot 10^{10}$	+	+	+	-	-	-	-	-

Таблица 3

Результаты восстановления мощностей пяти источников (3-я серия расчетов)

Заданная/восстановленная мощность источников, усл. ед.					Использованные точки «измерения» концентрации						
Первый	Второй	Третий	Четвертый	Пятый	1	2	3	4	5	6	7
$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	+	+	+	+	+	+	-
$5 \cdot 10^{10}/3 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	+	+	+	+	+	-	-
$5 \cdot 10^{10}/3 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	+	+	+	+	-	-	-
$5 \cdot 10^{10}/3 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	+	+	+	-	-	-	-
$5 \cdot 10^{10}/3 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/9 \cdot 10^9$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/4 \cdot 10^{10}$	+	+	-	-	-	-	-
$5 \cdot 10^{10}/10^{11}$	$5 \cdot 10^{10}/10^{11}$	$5 \cdot 10^{10}/10^{11}$	$5 \cdot 10^{10}/4 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}/10^{11}$	+	-	-	-	-	-	-
$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$3 \cdot 10^{10}/3 \cdot 10^{10}$	$10^{10}/10^{10}$	$8 \cdot 10^9/8 \cdot 10^9$	$5 \cdot 10^9/5 \cdot 10^9$	+	+	+	+	+	+	+
$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$3 \cdot 10^{10}/3 \cdot 10^{10}$	$10^{10}/10^{10}$	$8 \cdot 10^9/8 \cdot 10^9$	$5 \cdot 10^9/5 \cdot 10^9$	+	+	+	+	+	+	-
$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$3 \cdot 10^{10}/2 \cdot 10^{10}$	$10^{10}/8 \cdot 10^9$	$8 \cdot 10^9/10^9$	$5 \cdot 10^9/6 \cdot 10^8$	+	+	+	+	+	-	-
$5 \cdot 10^{10}/5 \cdot 10^{10}$	$3 \cdot 10^{10}/2 \cdot 10^{10}$	$10^{10}/8 \cdot 10^9$	$8 \cdot 10^9/2 \cdot 10^9$	$5 \cdot 10^9/5 \cdot 10^8$	+	+	+	+	-	-	-

Выводы

Таким образом, результаты расчетов показывают, что использование метода максимального правдоподобия оказывается эффективным для решения достаточно сложной «обратной» задачи восстановления мощностей ансамбля источников атмосферных примесей. В общем случае, как это показывают результаты приведенных выше расчетов, необходимо оптимизировать число и расположение точек контроля за концентрацией примеси в соответствии с их количеством и ожидаемым разбросом мощностей. Достаточно нетривиальным и осложняющим решение данной задачи требованием является необходимость знать помимо концентрации примеси ее дисперсию. Важным является также выполнение условия согласования периода усреднения концентрации с эйлеровым временным масштабом пульсаций концентрации. Можно надеяться, что предложенный в работе подход может успешно дополнить клас-

сические методы решения «обратных» задач, которые основаны на решении сопряженных уравнений.

1. *Бородулин А.И., Майстренко Г.М., Чалдин Б.М.* Статистическое описание распространения аэрозолей в атмосфере. Метод и приложения. Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 1992. 124 с.
2. *Бородулин А.И.* Измерение тензора коэффициентов турбулентной диффузии в атмосфере и его некоторые свойства // Оптика атмосферы и океана. 1996. Т. 9. № 6. С. 832–836.
3. *Бородулин А.И.* Задание граничных условий на подстилающей поверхности при решении уравнений для вторых моментов концентрации аэрозольной примеси // Известия РАН. Сер. ФАО. 1994. Т. 30. № 1. С. 125–126.
4. *Бызова Н.Л., Гаргер Е.К., Иванов В.Н.* Экспериментальные исследования атмосферной диффузии и расчеты рассеяния примеси. Л.: Гидрометеиздат, 1991. 280 с.
5. *Десятков Б.М., Сарманаев С.П., Бородулин А.И.* Численно-аналитическая модель переноса аэрозолей в термически

- стратифицированном пограничном слое атмосферы // Оптика атмосферы и океана. 1996. Т. 9. № 6. С. 815–820.
6. *Марчук Г.И.* Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982. 320 с.
 7. *Пененко В.В., Алоян А.Е.* Модели и методы для задач охраны окружающей среды. Новосибирск: Наука, 1985. 256 с.
 8. *Роди В.* Модели турбулентности окружающей среды // Методы расчета турбулентных течений. М.: Мир, 1984. С. 227–321.
 9. *Теверовский Е.Н., Дмитриев Е.С.* Перенос аэрозольных частиц турбулентными потоками. М.: Энергоатомиздат, 1988. 160 с.
 10. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. М: Радио и связь, 1982. 488 с.

Borodulin A.I., Desyatkov B.M., Sarmanaev S.R., Lapteva N.A. **Determination of the total intensity of point stationary sources of atmospheric pollutants by the method of maximum likelihood.**

The paper concerns the problem of determination of the total intensity of point stationary sources of atmospheric pollutants by atmospheric pollutant concentration, measured in a number of control points. To determine the required characteristics we used the method of maximum likelihood. The function of likelihood was plotted on the basis of results of previous study of distribution laws of pollutant concentration, dispersed in atmosphere. The calculations were conducted for a plane underlying surface located in latitude of Novosibirsk. The values of pollutant concentration obtained under solution of «direct» problem of dispersion were used as the «measured» values of concentration. The results of calculations demonstrate, that the use of such approach is efficient for a solution of enough complicated «inverse» problem.