

Е.С. Каменецкий, А.А. Казаров

ВЛИЯНИЕ СТРАТИФИКАЦИИ НА ПРОФИЛЬ СРЕДНЕЙ СКОРОСТИ В ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ

На основе ранее разработанной модели турбулентности получена связь постоянной в выражении для градиента средней скорости при наличии слабой стратификации с другими величинами, характеризующими турбулентное течение. Оценено численное значение этой постоянной.

Решение задач, связанных с распространением оптических волн в турбулентной атмосфере, требует ее модельного описания, корректность которого влияет на конечный результат [1]. В соответствии с теорией подобия, предложенной Мониным и Обуховым для турбулентного режима в стратифицированной среде приземного слоя атмосферы, можно записать выражение для градиента среднего значения скорости ветра u [2]

$$\frac{du}{dz} = \frac{v^*}{\kappa z} \varphi_m \left(\frac{z}{L} \right), \quad (1)$$

где z — высота над поверхностью; $v^* = \sqrt{\tau_w / \rho}$ — динамическая скорость; τ_w — напряжение трения на поверхности земли; ρ — плотность воздуха; κ — постоянная Кармана; $\xi = \frac{z}{L}$, L — масштаб Обухова.

В настоящей работе делается попытка с использованием ранее разработанной модели турбулентности [3] получить аналитическое выражение для φ_m при слабой стратификации и оценить значение константы в нем.

Запишем соотношение Колмогорова для напряжения турбулентного трения с учетом сил плавучести

$$\frac{\tau_T}{\rho} = \frac{c_\mu}{\alpha} \cdot \frac{E + \Delta E}{\omega} \cdot \frac{du}{dz} = \nu_T \frac{du}{dz}, \quad (2)$$

где c_μ , α — константы; E — энергия турбулентности при нейтральной стратификации; ΔE — изменение энергии турбулентности за счет сил плавучести; ω — характерная частота; ν_T — коэффициент турбулентной вязкости.

Полагая процесс стационарным, диффузию турбулентной энергии малой и $\Delta E \ll E$ считаем, что величина энергии турбулентности пропорциональна ее генерации, то есть

$$\Delta E = -E \cdot Ri \approx -E \cdot \xi \quad [2]. \quad (3)$$

В работе [3] получены выражения для характерной частоты и энергии турбулентности при нейтральной стратификации в виде рядов

$$E = \frac{c_1}{\rho} \left(\tau_T + l_1 \frac{d\tau_T}{dz} + \dots \right); \quad (4)$$

$$\omega = c_2 \left(\frac{du}{dz} + l_2 \frac{d^2u}{dz^2} + \dots \right), \quad (5)$$

где c_1 и c_2 — константы; l_1 и l_2 — функции от координаты z . В дальнейших преобразованиях в целях упрощения ограничимся двумя членами разложений. Подставляя выражения (3–5) в уравнение (2) и учитывая, что принятие постоянного коэффициента $c_\mu \cdot c_1 / \alpha \cdot c_2$ равным единице не дает расхождения с экспериментальными данными [3], после преобразований получаем при постоянном полном напряжении трения

$$\frac{du}{dz} = \frac{\tau_w}{\mu} \left(1 - \frac{l_1}{l_2} \frac{1 - \xi}{1 + \xi/A} \right), \quad (6)$$

где μ — коэффициент динамической вязкости воздуха.

$$A = l_2 \frac{d^2 u / dz^2}{du / dz} .$$

Оценим зависимость величин, входящих в выражение (6), от безразмерной высоты ξ . Отношение функций l_1/l_2 при малых значениях безразмерной высоты не должно существенно от нее зависеть, поскольку можно ожидать аналогичного влияния стратификации на процессы переноса турбулентной энергии и характерной частоты, которые характеризуются функциями l_1 и l_2 соответственно. В дальнейшем будем использовать выражение, полученное для этого отношения в работе [3] при нейтральной стратификации

$$l_1/l_2 = -\kappa z v^* \rho / \mu \gg 1. \quad (7)$$

Функцию A представим в виде ряда

$$A = A_0 + \left(\frac{dA}{d\xi} \right)_0 \cdot \xi + \dots, \quad (8)$$

где A_0 — значение этой функции при нейтральной стратификации. Выражения (6, 8) подставим в (1) и после преобразований получим

$$\varphi_m = \frac{1 + \xi / [A_0 + (dA/d\xi)_0 \cdot \xi + \dots]}{1 - \xi} \approx 1 + \xi \left(\frac{1}{A_0} + 1 \right) = 1 + c_u \xi. \quad (9)$$

При $\xi = 0$

$$E_0 = \frac{c_1}{\rho} \tau_T (1 + A_0) = c_1 v^{*2} (1 + A_0). \quad (10)$$

Выразим отсюда A_0 и подставим в (9). Тогда

$$c_u = \frac{1}{E_0 / c_1 v^{*2} - 1}. \quad (11)$$

В центральной части течения Куэтта $A = 0$, $c_1 = (E/v^{*2})_K \approx 2,63$ [4]. Отношение E_0/v^{*2} при отсутствии стратификации близко к постоянному значению и, по данным обзора [5], равно 4,75. Тогда $c_u \sim 2,13$. Величина c_u получена для малых ξ без наложения ограничений на знак, следовательно может быть использована как для устойчивой, так и для неустойчивой стратификации. Полученная зависимость лежит в пределах разброса изменений в атмосфере для ξ в диапазоне $-0,04 \leq \xi \leq 0,04$ [6–8].

1. Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере/Отв. ред. В.И. Татарский. — М.: Наука, 1976.
2. Дубов А.С., Быкова Л.Б., Марунич С.В. Турбулентность в растительном покрове. — Л.: Гидрометеоздат, 1970. — 182 с.
3. Каменецкий Е.С. — Известия СКНЦ ВШ. Естественные науки, 1981, № 4, с. 45.
4. El Telbany M.M., Reynolds A.J. J. Fluid Engineering, 1982, v. 104, № 3, p. 367.
5. Кадер Б.А., Яглом А.М. — В кн.: Итоги науки и техники. МЖГ. М., Деп. в ВИНТИ, 1980, 15, с. 81.
6. Кадер Б.А., Перепёлкин В.Г. — Известия АН СССР. ФАО, 1984, т. 20, с. 151.
7. Эпштейн А. — Известия АН ЭССР, 1979, т. 28, № 3, с. 138.
8. Mellor G.Z., Yamada T. — Rev. Geophys. Space Phys., 1982, v. 20, p. 851.

Северо-Осетинский государственный университет, Орджоникидзе

Поступило в редакцию
21 октября 1987 г.

J.S. Kamenetsky, A.A. Kazarov. **Effect of Stratification on Average Velocity Profile in Turbulence Flow.**

The relation of the constant in the average velocity gradient expression to other turbulent flow parameters is derived on the basis of turbulence model. The numerical value of the constant is given.