«Оптика атмосферы и океана», **5**, № 11 (1992)

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 621.373.326

Н.Н. Минервин, А.Ю. Голодный, С.М. Иванов, С.Н. Гуща

ВЛИЯНИЕ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФАЗОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ НА ВИД АЛГОРИТМА ОПТИМАЛЬНОГО ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВОЙ КООРДИНАТЫ

Синтезирован асимптотически оптимальный алгоритм измерения угловой координаты источника светового излучения при наличии фазовых флуктуаций, распределенных по негауссовскому закону с независимыми дискретами.

В работе [1] рассмотрен вопрос измерения угловой координаты источника когерентного светового излучения по фазовому фронту принимаемой волны. При этом предполагалось, что фазовые флуктуации, обусловленные влиянием большого количества неоднородностей среды распространения, распределены по нормальному закону. Однако, как показано в [2]. такое условие не всегда выполняется. В связи с этим представляет интерес проанализировать влияние закона распределения фазовых флуктуаций на вид оптимального алгоритма и потенциальную точность измерения угловой координаты.

Рассмотрим измеритель, входным сигналом которого является дискретная выборка отчетов набега фазы по апертуре

$$\mathbf{Y} = \beta\,\mathbf{X} + \mathbf{N}\,, \tag{1}$$

где β — амплитудный множитель, связанный известной зависимостью с углом прихода светового сигнала; $\mathbf{X} = \|x_1, x_2, \dots, x_m\|^{\mathrm{T}}$ — вектор опорного сигнала; $\mathbf{N} = \|n_1, n_2, \dots, n_m\|^{\mathrm{T}}$ — вектор помеховых фазовых флуктуаций. Таким образом, задача сводится к измерению параметра β, который носит энергетический характер.

Для решения поставленной задачи сделаем следующие предположения. Будем считать, что антенна согласована с направлением прихода луча, т.е. $\beta \approx 0$, параметр β измеряется на фоне асимптотически интенсивной выборки помехи с независимыми дискретами. Предположим также, что распределение негауссовских дискретов помехи n_i подчиняется закону

$$p(y) = a \exp\left[-b|y|^{2\nu}\right]. \tag{2}$$

Учитывая сделанные допущения, логарифм отношения правдоподобия примет вид [3]

$$\ln l = \ln\left(\prod_{i=1}^{m} p_n(y_i - \beta x_i) \Big/ \prod_{i=1}^{m} p_n(y_i)\right) = \sum_{i=1}^{m} (\ln p_n(y_i - \beta x_i) - \ln p_n(y_i))\,. \tag{3}$$

Поскольку измеряемый параметр носит энергетический характер, то при использовании приближения логарифма плотности вероятности необходимо ограничиться первыми тремя членами ряда Тейлора

$$\ln p_n(y - x) = \ln p_n(y) - \frac{d \ln p_n(y)}{dy}\beta x + \frac{1}{2!}\frac{d^2 \ln p_n(y)}{dy^2}\beta^2 x^2. \tag{4}$$

Подставляя (4) в (3), из уравнения правдоподобия $d \ln l / d\beta|_{\beta=\hat\beta}$ находим оптимальную оценку

$$\hat\beta = \sum_{i=1}^{m} \frac{d \ln p_n(y_i)}{dy_i} x_i \Big/ \sum_{i=1}^{m} \frac{d^2 \ln p_n(y_i)}{dy_i^2} x_i^2\,. \tag{5}$$

Как видно из (5), при построении оптимального измерителя энергетических параметров, в отличие от измерения неэнергетических, необходимо знание еще и второй производной плотности вероятности.

Распишем синтезированный асимптотически оптимальный алгоритм измерения параметра β более подробно. Для этого подставим в (5) первую и вторую производные плотности вероятности, которые с учетом (2) имеют вид

$$\frac{d \ln p_n(y)}{dy} = -2\,b\,\nu|y|^{2\nu}\frac{1}{y}\,, \quad \frac{d^2 \ln p_n(y)}{dy^2} = -2\,b\,\nu\,\frac{|y|^{2\nu}(2\nu - 1)}{y^2}\,.$$

Окончательно получим

$$\hat{\beta} = \sum_{i=1}^{m} |y_i|^{2\nu} \frac{1}{y_i} x_i \Bigg/ \sum_{i=1}^{m} \frac{|y_i|^{2\nu}}{y_i^2} (2\nu - 1)\, x_i^2 \, . \tag{6}$$

Нетрудно убедиться, что если дискреты y_i распределены по нормальному закону, т. е. $\nu = 1$, то алгоритм оптимального измерения (6) сводится к известному виду {3J

$$\hat{\beta} = \sum_{i=1}^{m} y_i\, x_i \Bigg/ \sum_{i=1}^{m} x_i^2 = \xi / q^2 \, . \tag{7}$$

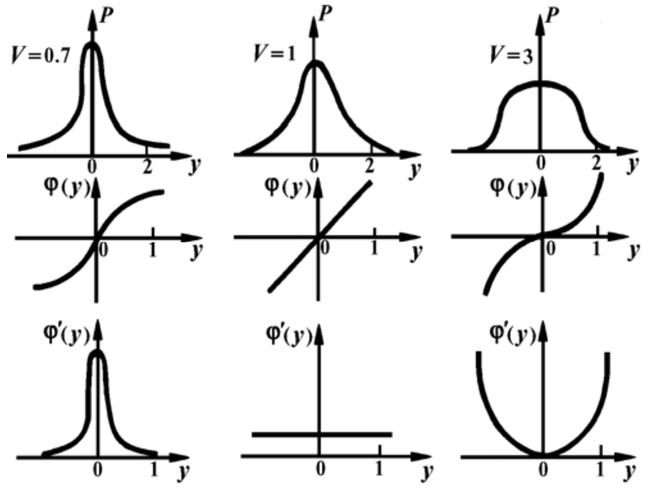
здесь ξ — весовая сумма; q^2 — отношение сигнал-шум.

Введем по аналогии с [3] следующие обозначения:

$$\varphi(y) = |y_i|^{2\nu} \frac{1}{y_i}\, ; \quad \varphi'(y) = |y_i|^{2\nu} \frac{1}{y_i^2} (2\nu - 1)\, ,$$

где $\varphi(y)$, $\varphi'(y)$ — характеристика нелинейного элемента [3] и ее производная соответственно. На рисунке представлены графики плотностей вероятностей и соответствующих нм функций $\varphi(y)$, $\varphi'(y)$. Из рисунка видно, что при измерении амплитудного множителя больший вес приобретают те дискреты опорного сигнала **Y**, которые менее всего подвержены искажению нелинейным элементом с характеристикой $\varphi(y)$.

Оценим выигрыш в точности измерения параметра β, даваемый асимптотически оптимальным алгоритмом (6), по сравнению с алгоритмом, оптимальным при наличии гауссовских фазовых флуктуаций.



Расчеты показывают, что выигрыш в точности измерения наблюдается для значений $\nu \neq 1$ (при $\nu = 1$ ошибки измерения одинаковы) Так, при $\nu = 3$ выигрыш m равен $\sigma_\beta^2 / \sigma_{\beta\text{опт}}^2 \approx 2{,}5$. Большой выигрыш в точности наблюдается для $\nu < 1$, т.е. с ростом так называемых «хвостов» плотности вероятности и при $\nu = 0{,}4$, $m = 5$.

Следует заметить, что все проведенные выше рассуждения справедливы для случая, когда дискреты выборки фазовых флуктуаций независимы. Однако по своей природе последние являются коррелированными Очевидно, что с увеличением корреляции между отсчетами выигрыш в точности измерения уменьшается.

1. Бакут П.А., Логинов В.А., Троицкий И.Н. //Радиотехника и электроника. 1977. № 2. С. 280–291.
2. Гундзе Е., Чжаохань Лю. //ТИИЭР. 1982. № 4. С. 5—45.
3. Ширман Я.Д , Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь, 1988. С. 410.

Поступила в редакцию
18 февраля 1992 г.

N.N. Minervin, A.Yu. Golodnyi, S.M. Ivanov, S.N. Gushoha. **Influence of the Phase Fluctuations Distribution Law on the Algorithm of Optimal Measurements of the Angular Coordinate**.

An asymptotically optimal algorithm for measuring the angular coordinate of a light source in presence of no Gaussian phase fluctuations with independent increments is synthesized in this paper.