

Обнаружение слабых оптических сигналов при лидарных измерениях в условиях помех

Е.Г. Коломийцев, А.А. Ковалев, В.М. Никитин, В.Н. Фомин*

Белгородский государственный университет
308015, г. Белгород, ул. Победы, 85

Поступила в редакцию 1.06.2010 г.

Описан алгоритм обработки слабых оптических сигналов при проведении лидарных измерений в условиях интенсивного фонового излучения. Алгоритм предполагает преобразование пуассоновского потока фотоэлектронов, формирующегося на выходе фотокатода фотоприемника, в поток с субпуассоновской статистикой за счет его стохастико-детерминированного «разрежения». Проведена оценка показателей качества предложенного алгоритма.

Ключевые слова: лидар, фоновое излучение, субпуассоновская статистика; lidar, background radiation, sub-Poisson statistics.

Введение

На качество лидарных измерений значительное влияние оказывают внешние аддитивные помехи [1]. Особенно их негативное воздействие проявляется при уровне помеховой засветки, многократно превышающей значение верхней границы динамического диапазона используемых в лидарах фотоприемников. Для такой ситуации оказываются недостаточно эффективными известные методы обработки принимаемых сигналов, основанные на ослаблении аддитивной смеси «сигнал+помеха» на входе фотоприемника и на применении алгоритмов оптимальной обработки слабых оптических сигналов, реализующие режим счета фотонов [2, 3]. В настоящей статье рассматривается один из подходов к построению алгоритмов обработки слабых сигналов на фоне интенсивных помех за счет преобразования принимаемого светового потока в поток фотоэлектронов с субпуассоновской статистикой.

Модель потока с субпуассоновской статистикой

Рассмотрим лидарный измеритель в виде многозвенного преобразователя фотонов входного светового потока (аддитивную смесь сигнала и помехи) в поток выходных импульсов, обусловленных имитируемыми с выхода фотокатода (ФК) фотоэлектронами.

За время наблюдения T с поверхности ФК под действием регистрируемого оптического излучения

вылетает среднее число фотоэлектронов \bar{n} . Используем понятие скоростной функции ν_{Π} в виде

$$\nu_{\Pi} = \bar{n}/T.$$

Допустим, что среднее значение скоростной функции является постоянной величиной ($\nu_{\Pi} = \text{const}$) в течение интервала T .

Учтем, что для принятых ограничений справедлива пуассоновская вероятностная модель оценки числа вылета фотоэлектронов [4]. Выход фотоэлектрона представим i -м событием ($i = 1, 2, \dots, n$) во времени. Введем единичную импульсную функцию, соответствующую каждому i -му событию, а процесс фотоотчетов будем рассматривать как случайный, состоящий из n событий, во времени. При этом полагаем, что моменты времени t_i , соответствующие указанным событиям, статистически независимы и одинаково распределены на интервале T с функцией распределения

$$\Phi(n, t) = \sum_{i=1}^n p(n_i), \quad (1)$$

где $p(n_i)$ – вероятность $P(n = n_i)$, $i = 0, 1, 2, \dots$.

Характеристическая функция такого распределения аналогична характеристической функции распределения Пуассона и имеет вид [4, 5]:

$$M_n(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} p(n_{\Pi}) e^{j\omega n} = e^{\bar{n}(e^{j\omega} - 1)}, \quad (2)$$

где $p(n_{\Pi}) = \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}}$ – плотность распределения; ω – переменная характеристической функции; n_{Π} – число событий, описываемых распределением Пуассона.

* Евгений Георгиевич Коломийцев (00623079@dep.tver.ru); Александр Аркадьевич Ковалев (kovaliov@bsu.edu.ru); Валерий Михайлович Никитин (nikitin@bsu.edu.ru); Владимир Николаевич Фомин (vnfomin@yandex.ru).

Выделим на временной оси в интервале $[0, T]$ подынтервал τ между двумя следующими друг за другом фотоотсчетами и определим его моменты. Для простейшего потока число событий, регистрируемых на любом участке длительностью T , распределено по закону Пуассона с параметром

$$n_{\Pi} = \nu_{\Pi} T.$$

При этом значение τ между двумя соседними событиями есть случайная непрерывная величина, распределенная по показательному закону с плотностью вероятности вида

$$p(\tau) = \begin{cases} 0 & \text{при } \tau < 0; \\ \nu_{\Pi} e^{-\nu_{\Pi} \tau} & \text{при } \tau > 0. \end{cases}$$

Характеристическая функция случайной величины τ есть Фурье-образ плотности распределения τ , определяемый [9] как

$$M_{\tau}(\omega) = \int_0^{\infty} p(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau = \frac{\nu_{\Pi}}{\nu_{\Pi} - j\omega}. \quad (3)$$

Первый $\bar{\tau}$ и второй $\bar{\tau}^2$ моменты величины τ будут равны

$$\bar{\tau} = \left. \frac{1}{j} \frac{d[\nu_{\Pi}/(\nu_{\Pi} - j\omega)]}{d\omega} \right|_{\omega=0} = \frac{1}{\nu_{\Pi}}, \quad (4)$$

$$\bar{\tau}^2 = \left. \frac{1}{j^2} \frac{j^2 \nu_{\Pi} \omega - 2\nu_{\Pi}^2}{(\nu_{\Pi} - j\omega)^4} \right|_{\omega=0} = \frac{2}{\nu_{\Pi}^2}. \quad (5)$$

Второй центральный момент σ_{τ}^2 определим по формуле

$$\sigma_{\tau}^2 = \bar{\tau}^2 - (\bar{\tau})^2 = \frac{1}{\nu_{\Pi}^2}. \quad (6)$$

С учетом зависимостей (4) и (6) фактор Фано, определяемый по формуле вида [7]:

$$F_n(T) \triangleq \frac{\langle [n(T) - \bar{n}(T)]^2 \rangle}{\bar{n}(T)} = \frac{\sigma_n^2(T)}{\bar{n}(T)},$$

где $\langle \rangle$ – усреднение по ансамблю; символ \triangleq означает «равно по определению», запишем в виде

$$F_n(\tau) = \frac{1}{\nu_{\Pi}^2} \frac{(\nu_{\Pi})^2}{1} = 1. \quad (7)$$

Преобразуем рассмотренный поток Пуассона в поток Эрланга.

Пусть на полуоси $[0, \infty]$ с любого момента времени t_0 в течение периода T фиксируются n_{Π} фотоотчетов пуассоновского потока фотоэлектронов с выхода ФК. Вероятность реализации n_{Π} фотоотчетов при пуассоновском потоке может быть найдена из соотношения вида

$$P(n) = \frac{(\nu_{\Pi} T)^n}{n!} e^{-\nu_{\Pi} T}, \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (8)$$

Проведем «разрежение» потока Пуассона в поток Эрланга k -го порядка. При этом из первых k фотоотчетов пуассоновского потока оставим лишь одно событие с номером i ($i = 1, 2, \dots, k$), вслед за i -м фотоотчетом идет событие, состоящее в оставлении $(i+k)$ -го фотоотчета, затем $(i+2k)$ -го, ..., $(i+mk)$ -го и так далее, где $m = 0, 1, 2, \dots$ – число, определяющее количество подынтервалов потока Эрланга.

Таким образом, из n_{Π} фотоотчетов потока Пуассона остаются n_{Ξ} фотоотчетов потока Эрланга k -го порядка на том же интервале времени $(t_0, t_0 + T)$. При этом учтем следующее. Если из пуассоновского потока выбрано число фотоотчетов n_{Π} не более $i-1$ ($n_{\Pi} = 0, 1, 2, \dots, i-1$), то фиксации фотоотчетов потока Эрланга за это время не произойдет и число $n_{\Xi} = 0$. Если имеет место i -й, $(i+1)$ -й, ..., $(i+k-1)$ -й фотоотчеты потока Пуассона, то при выполнении условия

$$i \leq n \leq i+k-1$$

будет получен один фотоотчет потока Эрланга и $n_{\Xi} = 1$. Наконец, число фотоотчетов n_{Ξ} будет больше 1, если

$$n_{\Pi} = i + mk.$$

С учетом этого общее число

$$n_{\Pi} = i + mk + s,$$

где $s = 0, 1, 2, \dots, k-1$.

Определим моменты числа n_{Ξ} фотоотчетов, попадающих на интервал $(t_0, t_0 + T)$, при реализации потока Эрланга k -го порядка. С этой целью воспользуемся характеристической функцией $M_{n_{\Xi}}(\omega)$. Для определения ее вида опишем дискретное распределение вероятностей фотоотчетов потока Эрланга $p(n_{\Xi})$ через вероятность $P(n = n_{\Xi})$ фотоотчетов фотоэлектронов потока Пуассона, порождающих поток Эрланга, зависимостью вида [6]:

$$p(n_{\Xi}) \equiv P(n = n_{\Xi}) = e^{-(\nu_{\Pi} T)} \sum_{q=1}^{i+k-1} \frac{(\nu_{\Pi} T)^{mk+q}}{(mk+q)!}, \quad (9)$$

где $q = s + i$; $n_{\Xi} = m + 1$.

С учетом дискретного распределения вероятностей фотоотчетов потока Эрланга, представляемого зависимостью (9), характеристическая функция (3) для распределения Эрланга примет вид

$$M_{n_{\Xi}}(\omega) = \sum_{n_{\Xi}=0}^{\infty} p(n_{\Xi}) e^{jn_{\Xi}\omega}. \quad (10)$$

Первая и вторая производные от $M_n(\omega)$ позволяют определить выражения для статистических характеристик числа фотоотчетов, попадающих на интервал (t_0, T) при реализации эрланговского потока k -го порядка.

Можно показать, что выражение для среднего числа фотоотчетов в потоке Эрланга k -го порядка принимает вид

$$\bar{n}_Э = \frac{v_{\Pi}T}{k} + \frac{1}{k} \left(\frac{k-2i+1}{2} \right). \quad (11)$$

При этом формула для оценки дисперсии числа фотоотсчетов в потоке Эрланга может быть представлена зависимостью

$$\sigma_{n_Э}^2 = \frac{v_{\Pi}T}{k^2} + \frac{k^2-1}{12k^2}. \quad (12)$$

Таким образом, для полученной субпуассоновской статистики фактор Фано, определяемый по формуле (7), имеет вид

$$F_{n_Э}(T) \Big|_{\text{при } i=(k+1)/2} = \left(\frac{v_{\Pi}T}{k^2} + \frac{k^2-1}{12k^2} \right) \frac{k}{v_{\Pi}T}.$$

При выполнении условий $(v_{\Pi}T) \gg 1$ и $k \geq 2$ получим $F_{n_Э} < 1$. Если определить моменты длины временного интервала T потока Эрланга по аналогии с зависимостями (4), (5) и (6), то становится очевидным, что средняя длина \bar{T} и ее дисперсия обратно пропорциональны скоростной функции потока фотоэлектронов v_{Π} с поверхности фотокатода. При этом

$$\bar{T} = k/v_{\Pi}; \quad \sigma_T^2 = (k/v_{\Pi})^2. \quad (13)$$

Подставив значение \bar{T} из (13) в формулу (12), получим выражение для оценки дисперсии числа фотоотсчетов в потоке Эрланга:

$$f(k) = \sigma_{n_Э}^2 = \frac{12k + k^2 - 1}{12k^2}. \quad (13a)$$

На рис. 1 иллюстрируется график функции $\frac{d}{dk}f(k)$.

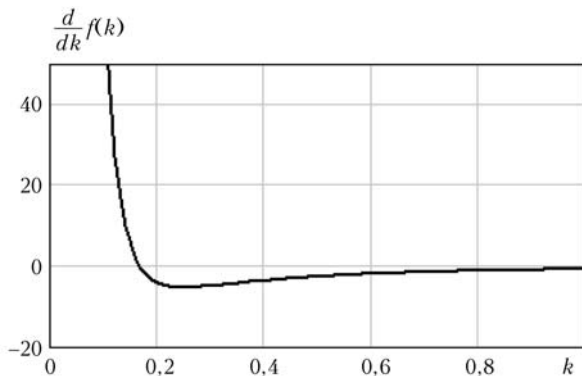


Рис. 1. Первая производная функции $f(k)$

Анализ функции $\frac{d}{dk}f(k)$ показывает, что уже при $k \geq 1$ дисперсия числа фотоотсчетов в потоке Эрланга стремится к нулю. Это позволяет сделать вывод, что при увеличении скоростной функции v_{Π} (увеличении интенсивности светового потока) необходимо увеличивать значение k , увеличивая тем самым интервал между фотоотсчетами в потоке

Эрланга, и чем больше значение интервала «разрежения» простейшего потока, тем меньше ошибка оценки числа фотоотсчетов.

Таким образом, при любом конечном значении \bar{T} число фотоотсчетов $\bar{n}_Э$ на интервале фиксируется, а дисперсия этого параметра стремится к нулю.

Отметим также следующее. Так как средние значения скоростных функций $\bar{v}_{c+\phi}$ и \bar{v}_{ϕ} в пуассоновском потоке отличаются друг от друга, то и подынтервалы τ в потоке Эрланга k -го порядка при наличии сигнала и в его отсутствие будут различными. При этом надо иметь в виду, что для одного и того же порядка k длина подынтервала при наличии сигнала будет короче, чем в его отсутствие.

Эти выводы находятся в хорошем согласии с известными результатами исследований [6].

Дальнейшую разработку алгоритма оптимального обнаружения оптических сигналов проведем полагая, что на выходе фотокатода фотоприемника формируется поток Эрланга k -го порядка за счет изложенной выше процедуры вероятностного и стохастико-детерминированного «разрежения» пуассоновского потока фотоэлектронов.

Алгоритм обработки оптических сигналов для потоков Эрланга

Оптимизацию алгоритма проведем по критерию Неймана–Пирсона, оперируя с непрерывно распределенными случайными величинами в виде интервалов времени между двумя соседними фотоэлектронами вместо традиционного счетчика числа фотоэлектронов на фиксированном интервале времени.

Для упрощения дальнейших преобразований полагаем, что в исходном пуассоновском потоке фотоэлектронов величины средних значений скоростных функций: составляющей внутренних шумов ФП $\bar{v}_{вн.ш.}$, сигнальной \bar{v}_c и фоновой \bar{v}_{ϕ} составляющих аддитивной смеси «сигнал+фон» соответственно, удовлетворяют следующему неравенству: $\bar{v}_{\phi} \gg \bar{v}_c \gg \bar{v}_{вн.ш.}$. Выполнение данного условия позволяет не учитывать влияние внутренней шумовой компоненты на параметры формируемого потока Эрланга.

Определим требуемый интервал времени, обеспечивающий обнаружение полезного сигнала с заданными вероятностными характеристиками.

Так как число фотоэлектронов в потоке Пуассона случайно, то подынтервал времени $\tau_Э$ между двумя соседними фотоотсчетами потока Эрланга также будет случайным. Охарактеризуем этот подынтервал плотностью распределения $p(\tau_Э)$. Обозначим плотность распределения подынтервала времени $\tau_Э$ между двумя соседними фотоотсчетами в потоке Эрланга k -го порядка при наличии полезного сигнала $p_{c+\phi}(\tau)$, а в его отсутствие – $p_{\phi}(\tau)$.

Вероятность появления числа фотоэлектронов n в каждом i -м эрланговском подынтервале времени τ в отсутствие полезного сигнала имеет вид

$$P_{\Phi}(n_i, \tau) = \frac{\left(\frac{\bar{v}_{\Phi_i}}{k} \tau\right)^{n_i}}{n_i!} \exp\left[-\frac{\bar{v}_{\Phi_i}}{k} \tau\right], \quad (14)$$

а при наличии сигнала

$$P_{c+\Phi}(n_i, \tau) = \frac{1}{n_i!} \left[\frac{\bar{v}_{(c+\Phi)_i}}{k} \tau\right]^{n_i} \exp\left[-\frac{\bar{v}_{(c+\Phi)_i}}{k} \tau\right]. \quad (15)$$

Для распределений, представленных зависимостями (14) и (15), значения функций распределения подынтервалов времени τ между двумя последовательными моментами появления фотоэлектронов в отсутствие $\Phi_{\Phi}(\tau)$ и при наличии сигнала $\Phi_{c+\Phi}(\tau)$ соответственно равны вероятностям появления хотя бы одного фотоэлектрона за время τ :

$$\Phi_{\Phi_i}(\tau) = 1 - \exp\left[-\frac{\bar{v}_{\Phi_i}}{k} \tau\right],$$

$$\Phi_{(c+\Phi)_i}(\tau) = 1 - \exp\left[-\frac{\bar{v}_{(c+\Phi)_i}}{k} \tau\right].$$

Откуда плотности распределения при значениях $\tau \geq 0$ принимают соответственно вид

$$p_{\Phi_i}(\tau) = \frac{\bar{v}_{\Phi_i}}{k} \exp\left[-\frac{\bar{v}_{\Phi_i}}{k} \tau\right], \quad (16)$$

$$p_{(c+\Phi)_i}(\tau) = \frac{\bar{v}_{(c+\Phi)_i}}{k} \exp\left[-\frac{\bar{v}_{(c+\Phi)_i}}{k} \tau\right]. \quad (17)$$

Фотопреобразователь анализирует световой поток в течение интервала времени T_n , включающем m подынтервалов потока Эрланга τ . Концу каждого подынтервала соответствует один фотоотсчет со скоростной функцией $\bar{v}_{(c+\Phi)_i}/k$ для смеси «сигнал+фон» или \bar{v}_{Φ_i}/k для фоновой составляющей потока Эрланга k -го порядка. Решение об обнаружении сигнала от объекта принимается после последовательного накопления фотоотсчетов m подынтервалов.

Логарифм отношения правдоподобия можно представить в следующем виде:

$$\Lambda_i = \ln \left[\frac{p_{(c+\Phi)_i}(\tau_i)}{p_{\Phi_i}(\tau_i)} \right] = \ln(1 + \psi_i) - \frac{\bar{v}_{c_i}}{k} \tau_i, \quad (18)$$

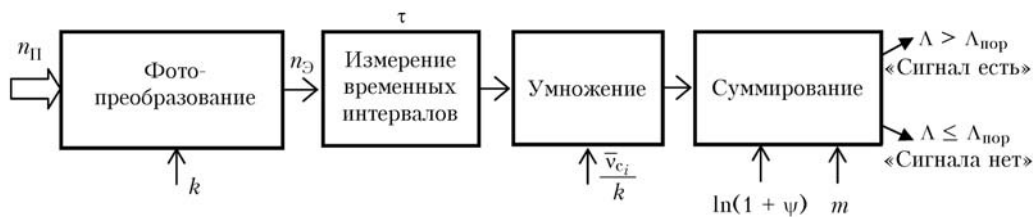


Рис. 2. Структурная схема алгоритма оптимального обнаружения

где

$$\Psi_i = \bar{v}_{c_i}/\bar{v}_{\Phi_i}; \quad \bar{v}_{(c+\Phi)_i} = \bar{v}_{c_i} + \bar{v}_{\Phi_i}.$$

При этом $T_n = \sum_{i=1}^m \tau_i$.

Плотности распределения на интервале T_n в отсутствие сигнала и при его наличии $p_{\Phi}(T_n)$ и $p_{c+\Phi}(T_n)$ соответственно могут быть представлены с применением гамма-функции $\Gamma(m)$ в виде

$$p_{\Phi}(T_n) = \begin{cases} \left(\frac{v_{\Phi_i}}{k}\right)^m T_n^{m-1} \exp\left[-\frac{v_{\Phi_i}}{k} T_n\right] \frac{1}{\Gamma(m)} & \text{при } T_n \geq 0, \\ 0 & \text{при } T_n < 0, \end{cases} \quad (19)$$

$$p_{c+\Phi}(T_n) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{v_{(c+\Phi)_i}}{k}\right)^m T_n^{m-1} \exp\left[-\frac{v_{(c+\Phi)_i}}{k} T_n\right] & \text{при } T_n \geq 0, \\ 0 & \text{при } T_n < 0. \end{cases} \quad (20)$$

Тогда выражение для логарифма отношения правдоподобия принимает вид

$$\Lambda = \ln \left\{ \left(\frac{v_{(c+\Phi)_i}}{v_{\Phi_i}}\right)^m \exp\left[-\left(\frac{v_{(c+\Phi)_i}}{k} - \frac{v_{\Phi_i}}{k}\right) T_n\right] \right\} = a - \frac{v_{c_i}}{k} T_n, \quad (21)$$

где $a = m \ln(1 + \psi_i)$.

Из (21) следует, что оптимальный алгоритм должен предусматривать проведение процедуры весового суммирования подынтервалов $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m$. То есть значение каждого подынтервала предварительно умножается на свой весовой множитель \bar{v}_{c_i}/k с учетом величины смещения в каждом отсчете $\ln(1 + \Psi_i)$. Затем полученная сумма сравнивается с пороговой величиной $\Lambda_{\text{пор}}$. Структурная схема алгоритма оптимальной обработки, предусматривающего проведение процедуры вычисления отношения правдоподобия, иллюстрируется на рис. 2.

Из зависимости (21)

$$T_n = (a - \Lambda)/(\bar{v}_{c_i}/k). \quad (22)$$

Для количественной оценки эффективности фотоприемника необходимо найти вероятности правильного обнаружения D и ложной тревоги F , а это, в свою очередь, требует знания распределения вероятностей логарифма отношения правдоподобия Λ при наличии и отсутствии сигнала.

Определим выражение для плотности распределения логарифма отношения правдоподобия.

Так как плотности распределений связаны равенством

$$p(\Lambda)d\Lambda = p(T_H)dT_H,$$

то для плотности распределения логарифма отношения правдоподобия справедлива зависимость вида

$$p(\Lambda) = p(T_H) |dT_H/d\Lambda|.$$

Принимая во внимание (22), очевидно, что

$$|dT_H/d\Lambda| = \frac{1}{(v_{ci}/k)}. \quad (23)$$

С учетом зависимостей (19), (22) и (23) формула для плотности распределения логарифма отношения правдоподобия при отсутствии сигнала принимает вид

$$p_{\Phi}(\Lambda) = \begin{cases} \frac{\left(\frac{a-\Lambda}{\Psi_i}\right)^{m-1}}{\Psi_i \Gamma(m)} \exp\left[-\frac{(a-\Lambda)}{\Psi_i}\right] & \text{при } \Lambda \geq 0; \\ 0 & \text{при } \Lambda < 0, \end{cases} \quad (24)$$

где гамма-функция

$$\Gamma(m) = \int_0^{\infty} t^{m-1} e^{-t} dt.$$

При наличии сигнала с учетом зависимостей (20), (22) и (23) формула для плотности распределения Λ принимает вид

$$p_{(c+\Phi)}(\Lambda) = \begin{cases} \frac{\left[\frac{(1+\Psi_i)}{\Psi_i}(a-\Lambda)\right]^{m-1}}{\left[\frac{\Psi_i}{(1+\Psi_i)}\Gamma(m)\right]} \exp\left\{-\left[\frac{(1+\Psi_i)}{\Psi_i}\right][a-\Lambda]\right\} & \text{при } \Lambda \geq 0; \\ 0 & \text{при } \Lambda < 0. \end{cases} \quad (25)$$

Заметим, что соотношения (24) и (25) суть гамма-плотности распределения вероятностей касательно случайной величины $a - \Lambda$. С учетом известных выражений для математического ожидания и дисперсии гамма-плотности распределения вероятностей порядка m [8] это позволяет определить математическое ожидание $M[\Lambda]$ и дисперсию $D[\Lambda]$ решающей статистики для логарифма отношения правдоподобия Λ .

Именно:

в отсутствие полезного сигнала имеем

$$M_{\Phi}[\Lambda] = a - m\Psi_i; \quad D_{\Phi}[\Lambda] = m\Psi_i^2;$$

при наличии сигнала

$$M_{c+\Phi}[\Lambda] = a - m \frac{\Psi_i}{1 + \Psi_i}; \quad D_{c+\Phi}[\Lambda] = m \left(\frac{\Psi_i}{1 + \Psi_i} \right)^2.$$

С учетом формулы (24) зависимость, используемая для оценки вероятности ложной тревоги, принимает вид

$$F = \int_{\Lambda_{\text{пор}}}^a p_{\Phi_i}(\Lambda) d\Lambda = \frac{1}{\Psi_i \Gamma(m)} \int_{\Lambda_{\text{пор}}}^a \left(\frac{a-\Lambda}{\Psi_i} \right)^{m-1} \exp\left[-\left(\frac{a-\Lambda}{\Psi_i}\right)\right] d\Lambda.$$

Получим окончательное выражение для расчета вероятности ложной тревоги:

$$F = 1 - \frac{\Gamma(m, (a - \Lambda_{\text{пор}})/\Psi_i)}{\Gamma(m)}, \quad (26)$$

где $\Gamma(m, (a - \Lambda_{\text{пор}})/\Psi_i)$ — неполная гамма-функция вида

$$\Gamma(a, x) = \int_x^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt.$$

При $m = 1$ можно определить пороговое значение i -го логарифма отношения правдоподобия $\Lambda_{\text{пор}i}$:

$$\Lambda_{\text{пор}i} = \Psi_i \ln(1 - F_{m-1}) + \ln(1 + \Psi_i). \quad (27)$$

Соотношение для оценки вероятности правильного обнаружения запишем в виде

$$D = \int_{\Lambda_{\text{пор}}}^a p_{(c+\Phi)}(\Lambda) d\Lambda = \int_{\Lambda_{\text{пор}}}^a \frac{\left[\frac{(1+\Psi_i)}{\Psi_i}(a-\Lambda)\right]^{m-1}}{\left[\frac{\Psi_i}{(1+\Psi_i)}\Gamma(m)\right]} \exp\left\{-\left[\frac{(1+\Psi_i)}{\Psi_i}\right][a-\Lambda]\right\} d\Lambda.$$

После замены переменной вида $\frac{1+\Psi_i}{\Psi_i}(a-\Lambda) = t$

формулу для оценки величины вероятности правильного обнаружения можно записать следующим образом:

$$D = 1 - \frac{\Gamma\left[m, (1+\Psi_i)(a - \Lambda_{\text{пор}}) \frac{1}{\Psi_i}\right]}{\Gamma(m)}. \quad (28)$$

Соотношение (28) при $m = 1$ можно записать как

$$D_{m=1} = 1 - (1 - F_{m=1})^{1+\Psi_i}. \quad (29)$$

Графики зависимости вероятности правильного обнаружения D от отношения «сигнал+фон» ψ при значении величины вероятности ложной тревоги F , равной 0,1 и 0,01, представлены на рис. 3 и 4 соответственно.

На рис. 3 и 4 графики $D_1(\psi)$, $D_2(\psi)$, $D_3(\psi)$ и $D_4(\psi)$ построены для значений m , равных 150, 100, 10 и 1 соответственно.

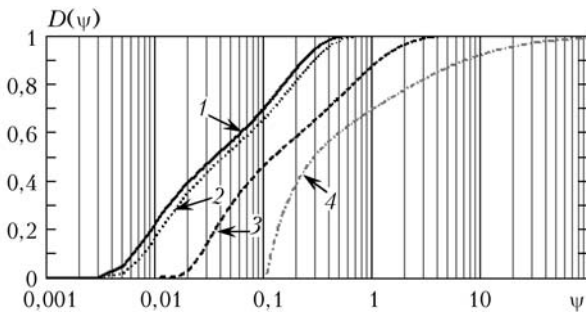


Рис. 3. Зависимости вероятности правильного обнаружения D от отношения «сигнал+фон» ψ при значении вероятности ложной тревоги F , равном 0,1. Кривая 1 – $D_1(\psi)$; 2 – $D_2(\psi)$; 3 – $D_3(\psi)$; 4 – $D_4(\psi)$

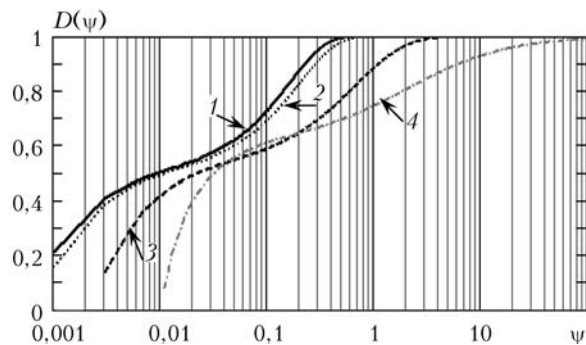


Рис. 4. Зависимости вероятности правильного обнаружения D от отношения «сигнал+фон» ψ при значении вероятности ложной тревоги F , равном 0,01. Кривая 1 – $D_1(\psi)$; 2 – $D_2(\psi)$; 3 – $D_3(\psi)$; 4 – $D_4(\psi)$

Анализ полученных результатов показывает, что с ростом m (при фиксированном значении вероятности ложной тревоги) эффективность обнаружения возрастает (имеет место увеличение D). Кроме того, можно сделать вывод, что при уменьшении отношения «сигнал+фон» (например, при увеличении фоновой составляющей сигнала) вероятность правильного обнаружения может быть повышена путем увеличения количества накапливаемых подынтервалов τ (увеличения числа m). Так, при уменьшении значений ψ на порядок вероятность D уменьшается, однако если при этом m увеличить на порядок, то значение D будет приблизительно на 10% больше, чем D при прежнем m .

На рис. 5 представлены зависимости вероятностей D и F от количества накапливаемых подынтервалов m . Сплошные линии иллюстрируют изменение D правильного обнаружения, а ложной тревоги F – пунктирные.

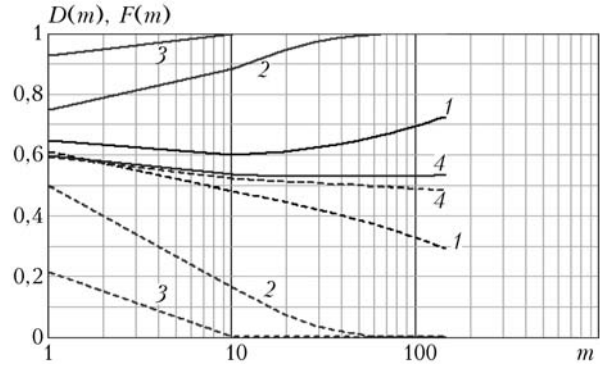


Рис. 5. Зависимости вероятностей D и F от количества накапливаемых подынтервалов m : кривые 1–4 соответствуют значениям $\psi = 10; 1; 0,1$ и $0,01$

На рис. 6 приведены зависимости вероятностей правильного обнаружения $D(\psi)$ и ложной тревоги $F(\psi)$ от отношения «сигнал+фон» ψ . Значение логарифма отношения правдоподобия Λ равно 0,01.

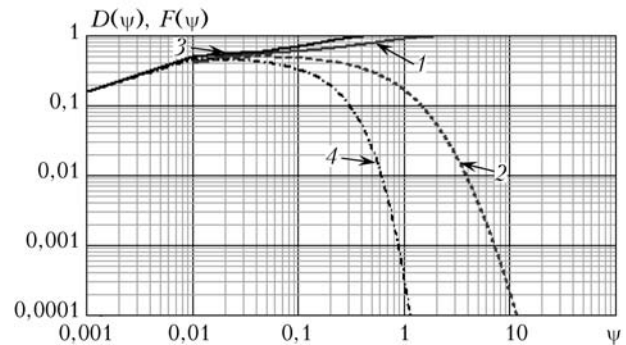


Рис. 6. Зависимость вероятностей правильного обнаружения $D(\psi)$ (кривые 1 и 3) и ложной тревоги $F(\psi)$ (2 и 4) от отношения «сигнал+фон» ψ : $D_1(\psi)$ (1) и $F_1(\psi)$ (2) соответствуют $m = 10$, $D_2(\psi)$ (3) и $F_2(\psi)$ (4) – $m = 100$

Анализ графиков показывает, что если, например, в качестве порога $\Lambda_{\text{пор}}$ выбрать значение, равное 0,01, то при выполнении условия неравенства $\psi \geq 1$ и накоплении числа подынтервалов $m \geq 100$ уверенно обеспечивается обнаружение сигнала при вероятности ложной тревоги не более 10^{-3} .

Заключение

Полученные результаты показывают принципиальную возможность повышения вероятности обнаружения слабых оптических сигналов на фоне интенсивных помех за счет стохастико-детерминированного разрежения потока фотоэлектронов с выхода фотокатода фотоприемника лидарного измерителя.

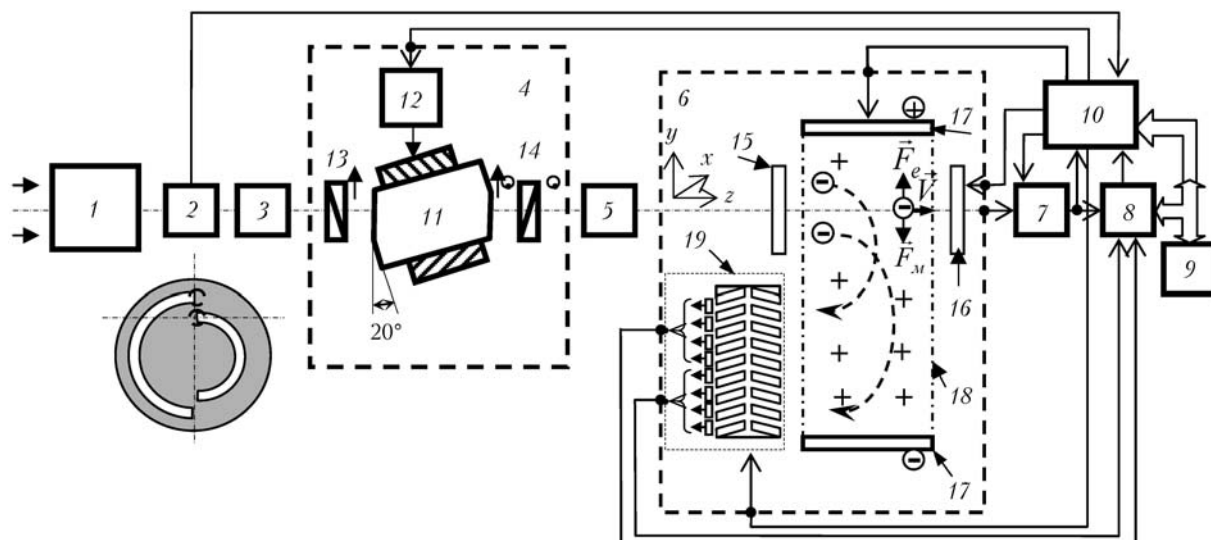


Рис. 7. Структурная схема опико-электронной системы: 1 – входная оптическая система; 2 – блок диафрагм поля зрения и обтюратор; 3 – блок согласующей оптики; 4 – перестраиваемый акустооптический фильтр; 5 – блок цилиндрических линз; 6 – фотопреобразователь; 7 – счетчик квантов; 8 – блок обработки; 9 – вычислительное устройство; 10 – блок управления; 11 – акустооптическая ячейка; 12 – генератор гармонических колебаний; 13 – поляризатор; 14 – анализатор; 15 – фотокатод; 16 – анод; 17 – отклоняющие пластины; 18 – магнитная система; 19 – микроканальные пластины

Указанное обстоятельство может быть объяснено частичной регуляризацией результирующего потока за счет использования предлагаемой обработки. Техническая реализация фотоприемного канала лидара, реализующего предложенный алгоритм, может быть осуществлена, например, на основе описанного в [10] устройства (рис. 7), осуществляющего процедуру детерминированного разрежения фотоэлектронов в скрещенных магнитных полях.

1. Орлов В.М., Самохвалов И.В., Креков Г.М., Мионов В.Л., Балин Ю.С. Банах В.А., Белов М.Л., Копытин Ю.Д., Лукин В.П. Сигналы и помехи в лазерной локации / Под ред. В.Е. Зуева. М.: Радио и связь, 1981. 264 с.
2. Никитин В.М., Фомин В.Н., Коломийцев Е.Г. Адаптивная помехозащита лазерных и опико-электронных информационных систем. Белгород: Изд-во БелГУ, 2008. 395 с.
3. Никитин В.М., Фомин В.Н., Николаев А.И., Борисенков И.Л. Адаптивная помехозащита опико-элек-

тронных информационных систем. Белгород: Изд-во БелГУ, 2008. 195 с.

4. Гудмен Дж. Статистическая оптика. М.: Мир, 1988. 528 с.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Определения, теоремы, формулы. М.: Наука, 1984. 718 с.
6. Николаев Е.П., Чубарев М.С. О возможности практической реализации источника излучения с субпуассоновской статистикой фотонов // Оптика и спектроскопия. 1987. Т. 63, вып. 6. С. 1378–1380.
7. Большаков И.А. Статистические проблемы выделения потока сигналов из шума. М.: Сов. радио, 1969. 107 с.
8. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах / Пер. с англ. М.: Мир, 1968. 225 с.
9. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Том 2. М.: Мир, 1984. 256 с.
10. Устройство для обнаружения удаленных объектов в условиях интенсивного фонового излучения: Заявка на выдачу патента на изобретение. Россия, Мкл³ G 01J1/44 № 2009119762/28(027273). Коломийцев Е.Г. Заявл. 25.05.2009.

E.G. Kolomiitsev, A.A. Kovalev, V.M. Nikitin, V.N. Fomin. The faint optical signals detection in lidar measurements under interference influence.

The faint optical signals processing algorithm in lidar measurements under intensive background noise conditions is described. The algorithm means the transformation of the flow, formed in photodetector's photocathode of Poisson photoelectron distribution, to the flow of sub-Poisson photon statistics using its stochastic-deterministic «vacuum». The detection efficiency estimation of the proposed algorithm is performed.