

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛН

УДК 530.182 + 535.15

Влияние эффекта вынужденного рассеяния Мандельштама–Бриллюэна на угловую расходимость лазерного пучка в воздухе

А.Д. Булыгин¹, А.А. Землянов¹, А.Б. Игнатьев², В.В. Морозов^{2*}

¹ Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН

634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

² НПО «Алмаз» им. акад. А.А. Расплетина

125190, г. Москва, Ленинградский пр., 80, корп. 16

Поступила в редакцию 23.01.2017 г.

Сформулировано квазистационарное приближение для задачи вынужденного рассеяния Мандельштама–Бриллюэна (ВРМБ) в воздухе как многомодовой акустической среде. В этом приближении реализовано численное решение уравнения для огибающей комплексной амплитуды светового поля. На основании проведенной серии численных экспериментов установлено, что при распространении в воздухе мощного лазерного излучения с длиной волны $\lambda = 1,315$ мкм эффект ВРМБ способен привести, при достаточной мощности, к ощущаемому увеличению угловой расходимости лазерных пучков.

Ключевые слова: рассеяние Мандельштама–Бриллюэна, нелинейное параболическое уравнение; Brillouin–Mandelstam scattering, nonlinear parabolic equation.

Введение

Эффект вынужденного рассеяния Мандельштама–Бриллюэна (ВРМБ) есть проявление резонансного усиления акустических возмущений в упругой среде с собственной частотой ω_q полем биения световой волны, которое является результатом наложения полей исходного лазерного излучения на частоте ω_L , его стоксовой ω_s и антистоксовой ω_{as} компонентах. Эти компоненты поля возникают, в свою очередь, в результате рассеяния исходного светового поля на рефракционных возмущениях среды, вызванных нелинейным оптическим эффектом электрострикции. За счет возникающей положительной обратной связи между возмущениями в упругой среде и световым полем при определенных условиях может реализоваться экспоненциальный рост акустических возмущений и поля неупругого рассеяния [1].

В условиях, когда длительность светового импульса t_p много больше времени жизни акустических мод («фононов») t_f , $t_p \gg t_f$, а также много больше периода акустических колебаний T_s , $t_p \gg T_s$, применимо стационарное приближение в описании эффекта ВРМБ. В этом случае для плоских волн рост амплитуды стоксовой компоненты светового поля A_s подчиняется соотношению

$$A_s = A_s(0)\exp((G_{mb} - k_w)z/2),$$

где

$$G_{mb} \equiv g_{mb}A_L^2 = \frac{Y^2 k_s q \beta_s A_L^2}{32\pi n_0 \alpha}; \quad (1)$$

A_L – вещественная амплитуда напряженности лазерного излучения на основной длине волны, связанная с интенсивностью формулой $I_L = \frac{c\sqrt{\epsilon_0}}{8\pi} A_L^2$; ϵ_0 – диэлектрическая проницаемость невозмущенной среды; z – дистанция распространения; k_w – коэффициент поглощения лазерного излучения в среде; $k_s = \omega_s/c$ – волновое число стоксова поля; $q = \omega_q/V_s$ – волновое число акустической волны, равное $2\pi/\Lambda$, V_s – скорость звука, Λ – длина акустической волны; $\alpha = \Gamma q^2$ – амплитудный коэффициент поглощения акустической волны на волновом числе q , ω_q – круговая частота, Γ – коэффициент диффузии акустической волны с размерностью длины; n_0 – невозмущенный показатель преломления воздуха; β_s – адиабатическая сжимаемость; $Y = \rho(\partial\epsilon/\partial\rho)|_s$ – параметр нелинейной связи, учитывающий стрикционный эффект, ρ – плотность воздуха, ϵ – диэлектрическая проницаемость среды.

Соотношения (1) выполняются наилучшим образом для ВРМБ вперед, т.е. под малыми углами, когда α мало [1, 2]. При этом порог ВРМБ (т.е. выполнение условия $G_{mb} = k_w$) для заданного угла рассеяния $\theta = q/k_s$ в малоугловом приближении пропорционален этому углу [1]. Отсюда можно заключить,

* Андрей Дмитриевич Булыгин (b.a.d@iao.ru); Александр Анатольевич Землянов (zaa@iao.ru); Александр Борисович Игнатьев (info@raspletin.com); Владимир Варнавьевич Морозов (info@raspletin.com).

что для акустического поля волн, наличествующих в атмосфере в широком диапазоне спектра, необходимо численно исследовать совместную систему уравнений для поля световой и акустической волны, аналогично тому, как это было сделано, к примеру, в работе [3]. Это требует, вообще говоря, большого объема вычислений, что возможно только на высокопроизводительных вычислительных системах.

В связи с вышесказанным становится понятным, что несмотря на то что эффект ВРМБ открыт и исследуется достаточно давно [1], ответ на практически важный вопрос о влиянии электрострикции, обеспечивающей в том числе эффекты ВРМБ, на распространение пучка до сих пор не получен. В данной работе будет рассматриваться этот вопрос, в частности, в приложении к задаче о нахождении величины приращении угловой расходимости светового пучка в результате эффектов стрикционного самовоздействия.

Основные уравнения

В качестве исходных уравнений для описания ВРМБ в среде с показателем преломления n_0 воспользуемся системой уравнений для огибающей комплексной амплитуды U одной из компонент поля напряженности $E(\mathbf{r}, t) = U(\mathbf{r}_\perp, z, t)e^{i(\omega_L t - \mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp)}$ световой волны на основной частоте $\omega_L = k_L c/n_0$ и поля давления $p(\mathbf{r}, t)$ акустической волны, полученных в известном приближении медленно меняющейся амплитуды [1]:

$$\begin{cases} \left[\left(\nabla_\perp^2 + 2ik_L n_0 \frac{\partial}{\partial z} \right) + \frac{2i\omega_L k_\omega}{c} \right] U(\mathbf{r}_\perp, z, t) \approx \\ \approx \frac{Y\beta_s \omega_L^2}{c^2 n_0^2} \text{Re}(p) U(\mathbf{r}_\perp, z, t); \\ \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} + V_s^2 \mathbf{k}_\perp^2 + \Gamma \mathbf{k}_\perp^2 \frac{\partial}{\partial t} \right] \tilde{p}(\mathbf{k}_\perp, z, t) = \tilde{F}(\mathbf{k}_\perp, z, t), \end{cases} \quad (2)$$

где $\tilde{p}(\mathbf{k}_\perp, z, t) = \hat{F}_k p(\mathbf{r}_\perp, z, t)$; $\mathbf{r}_\perp = (x, y)$ – вектор в поперечном к распространению пучка сечении, $\mathbf{k}_\perp = (k_x, k_y)$ – поперечные компоненты волнового вектора; $\tilde{F} = V_s^2 \frac{Y}{8\pi} \mathbf{k}_\perp^2 (\hat{F}_k |U|^2)$ – функция источника, \hat{F}_k – оператор преобразования Фурье по пространственным координатам ($\hat{F}_k U \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}^2} e^{-i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp} U(\mathbf{r}_\perp) d\mathbf{r}_\perp$).

Второе уравнение в (2) можно формально решить, используя свертку функции Грина G_k второго уравнения в (2) с функцией источника $\tilde{F}(\mathbf{k}_\perp, t')$:

$$\tilde{p}(\mathbf{k}_\perp, t) = \tilde{p}_{sp}(\mathbf{k}_\perp) + \int_0^t G_k(t-t') \tilde{F}(\mathbf{k}_\perp, t') dt'. \quad (3)$$

Здесь функция Грина

$$G_k(t) = \frac{e^{-\Gamma \mathbf{k}_\perp^2 t/2} \sin(V_s \mathbf{k}_\perp t)}{V_s \mathbf{k}_\perp \sqrt{1 - \Gamma^2 \mathbf{k}_\perp^2 / V_s^2}}; \quad (3^*)$$

$\tilde{p}_{sp}(\mathbf{k}_\perp)$ – спонтанная составляющая поля давления. Подставляя (3) в (2), окончательно получим следующее нелинейное уравнение для $U(\mathbf{r}_\perp, z, t)$:

$$\begin{aligned} & \left[\left(\nabla_\perp^2 + 2ik_L n_0 \frac{\partial}{\partial z} \right) + \frac{2i\omega_L k_\omega}{c} \right] U = \\ & = \text{Re} \left(\frac{Y\beta_s \omega_L^2}{(cn_0)^2} p_{sp} + \varepsilon_{nl} \right) U; \end{aligned} \quad (4)$$

наведенная диэлектрическая проницаемость определяется соотношением

$$\begin{aligned} \varepsilon_{nl} = & \text{Re} \frac{Y\beta_s \omega_L^2}{(cn_0)^2} \hat{F}_k^{-1} \times \\ & \times \left[\left(\frac{V_s^2 Y \mathbf{k}_\perp^2}{8\pi} \int_0^t G_k(t-t') \hat{F}_k |U(r, t')|^2 dt' \right) \right]. \end{aligned} \quad (4^*)$$

Интеграл в (4*), по теореме о свертке, равен $\int \tilde{G}_k(\bar{\omega}) \tilde{I}(\bar{\omega}, \mathbf{k}_\perp) d\bar{\omega}$. Здесь $\tilde{G}_k(\omega)$ – Фурье-образ функции G по времени, который, в соответствии с терминологией [4], именуется обобщенной восприимчивостью, в данном контексте мы будем называть ее восприимчивостью акустической моды с номером k ; $\bar{\omega} = \omega_L - \omega$ – смещенная частота относительно основной частоты лазерного излучения. В рассматриваемом нами случае функция $\tilde{G}_k(\omega)$, в соответствии с (3*), представляет собой функцию Лоренца $\tilde{G}_k(\bar{\omega}) = \tilde{G}_k(0) \frac{(\Gamma \mathbf{k}_\perp^2 / 2)^2}{(\Gamma \mathbf{k}_\perp^2 / 2)^2 + (\bar{\omega} - V_s k)^2}$, что и определяет в пределе $\Gamma \mathbf{k}_\perp^2 \rightarrow 0$ следующее соотношение для интеграла:

$$\int \tilde{G}_k(\bar{\omega}) \tilde{I}(\bar{\omega}, \mathbf{k}_\perp) d\bar{\omega} \approx \Gamma \mathbf{k}_\perp^2 \tilde{G}_k(0) \tilde{I}(\bar{\omega}', \mathbf{k}_\perp) \Big|_{\bar{\omega}' = V_s \mathbf{k}_\perp} / 2. \quad (5)$$

Приближение (5) мы будем называть в дальнейшем квазистационарным, подчеркивая этим названием, что мы лишь частично избавились от временной зависимости, фактически же мы по-прежнему должны решать задачу с учетом спектрального состава излучения. При этом, как будет показано ниже, данное приближение переходит в стандартное стационарное приближение для одномодовой среды.

В приближении (5) окончательно получим следующие уравнение в безразмерных координатах:

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{1}{4} \nabla_\perp^2 + i \frac{\partial}{\partial z} \right) + i L_R k_\omega / 2 \right] \bar{U} = \\ & = \text{Re} \left(\bar{p}_{sp} + \hat{F}_k^{-1} \left[\left(\frac{\sin(\bar{k}t)}{2 \bar{L}_{mb}(\mathbf{k}_\perp)} \left(\hat{F}_\omega \hat{F}_k | \bar{U}(\bar{\mathbf{r}}_\perp, z, \bar{t}) |^2 \right) \Big|_{\omega = \mathbf{k}_\perp V_s} \right) \right] \right) \bar{U}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\bar{L}_{mb}(\mathbf{k}_\perp) = (g_{mb}(\mathbf{k}_\perp) L_R)^{-1}$ – безразмерная длина ВРМБ; \hat{F}_ω – оператор преобразования Фурье по временным координатам ($\hat{F}_\omega U \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} e^{-i\omega t} U(t) dt$);

$\bar{\mathbf{r}}_{\perp} = \mathbf{r}_{\perp}/R_0$; $\bar{z} = z/L_R$; $\bar{t} = tV_s/R_0$; $L_R = k_L R_0^2/2$ — длина Рэлея; $\bar{U} = U/A_0$; R_0 — начальный радиус гауссова пучка с амплитудой A_0 , профиль которого мы будем рассматривать в данной работе в виде

$$U|_{z=0} = A_0 e^{-(r_{\perp}/R_0)^2/2}. \quad (6^*)$$

В соответствии с соотношением (6) используемое нами квазистационарное приближение можно интерпретировать во временных терминах. А именно: каждый гармонический осциллятор, описываемый вторым уравнением в (2), возбуждается гармонической составляющей излучения $\left(\hat{F}_{\omega} \hat{F}_{\mathbf{k}} | \bar{U}(\bar{\mathbf{r}}_{\perp}, z, \bar{t}) |^2 \right)_{\omega = k_{\perp} V_s}$ достаточно долго для того, чтобы можно было пренебречь временем выхода этого гармонического осциллятора на стационарный режим, т.е. $t_p \gg (\Gamma \mathbf{k}_{\perp}^2)^{-1}$. Следовательно, интеграл по времени в (4*) трансформируется в соответствующий зависящий от времени множитель в правой части уравнения (6).

Приближение дельтаобразной функции восприимчивости

Рассмотрим приближение плоской волны (формально $R_0 \rightarrow \infty$). Будем, в соответствии со стандартным подходом [1], полагать, что функция восприимчивости акустической системы локализована вблизи некоторого волнового вектора \mathbf{q}_{\perp} , т.е. $g_{mb}(\mathbf{k}_{\perp}) = g_{mb}^0 \delta(\mathbf{k}_{\perp} - \mathbf{q}_{\perp})$. Отметим, что это приближение абсолютно адекватно, если мы рассматриваем распространение излучения в кристалле (где и было впервые обнаружен эффект ВРМБ) или в резонаторе, когда его геометрия и определяет свойства ВРМБ [5]. В соответствии с флуктуационно диссипативной теоремой [4] флуктуации \bar{p}_{sp} сосредоточены в области частот q , что можно выразить в следующей форме:

$$\text{Re} \bar{p}_{sp} = \bar{p}_{sp}^0 \frac{e^{i(\mathbf{q}_{\perp} \mathbf{r}_{\perp} - \omega q t)} + e^{-i(\mathbf{q}_{\perp} \mathbf{r}_{\perp} - \omega q t)}}{2}. \quad (7)$$

В рамках этих приближений из исходного поля $\hat{F}_{\omega} \hat{F}_{\mathbf{k}} U|_{z=0} \sim \delta_{\mathbf{k}}(0) \delta_{\omega}(0)$ на первом шаге итерации по z после рассеяния на случайном экране, сосредоточенном на дистанции Δz , в соответствии с правой частью (6) и теоремой о Фурье-свертке должна появиться компонента, локализованная на смещенных стоковой и антистоковой частотах:

$$\Delta \tilde{U} = i \hat{F}_{\mathbf{k}} \left(\bar{p}_{sp}^0 \left(e^{i(\mathbf{q}_{\perp} \mathbf{r}_{\perp} - \omega q t)} + e^{-i(\mathbf{q}_{\perp} \mathbf{r}_{\perp} - \omega q t)} \right) \bar{U}_0 \right) \Delta z / 2 - \Delta z \hat{F}_{\mathbf{k}} \bar{U}_0 L_R k_w / 4 = i (\bar{p}_{sp}^0 \tilde{U}_s + \tilde{U}_{as}) \Delta z / 2 - \Delta z \tilde{U}_0 L_R k_w / 4.$$

Тогда, вводя амплитуды поля на соответствующих частотах через проекционный оператор \hat{P} : $E_{L,s,as} = \hat{P}_{L,s,as} \tilde{U} \equiv \int_{\mathbb{R}^2} \delta(\mathbf{k}_{\perp} - \mathbf{k}_{\perp}^{L,s,as}) \tilde{U} d\mathbf{k}_{\perp}$, и действуя им на

последнее соотношение, получим, что искомое поле запишется в стандартной форме¹:

$$U = A_L + A_s e^{i(\omega_s t - \mathbf{k}_{\perp, s} r)} + A_{as} e^{i(\omega_{as} t - \mathbf{k}_{\perp, as} r)}. \quad (8)$$

Подставляя (7) и (8) в систему уравнений (2), получим хорошо известную систему уравнений, выписанных, к примеру, в [1] (см. стр. 446). В известном стационарном приближении ($\partial_t A_{L, as, s} = 0$) это приводит (см. [1]) к уравнениям для A_L , A_s и A_{as} :

$$\begin{aligned} 2 \frac{\partial}{\partial z} A_L &= -k_w A_L - g_{mb}^0 A_s^2 A_L - g_{mb}^0 A_{as}^2 A_L; \\ 2 \frac{\partial}{\partial z} A_s &= -k_w A_s + g_{mb}^0 A_L^2 A_s; \\ 2 \frac{\partial}{\partial z} A_{as} &= -k_w A_{as} + g_{mb}^0 A_L^2 A_{as}. \end{aligned} \quad (9)$$

Заметим, что данные уравнения можно получить, непосредственно подставляя (7) и (8) в (6). В правой части (9) мы опускаем случайную составляющую, в соответствии с традицией [1, 6] «учитывать» ее через начальное условие $A_s(0) \sim p_{sp}^0$.

Выполнение соотношений (9) можно рассматривать как тестовую задачу для проверки численного решения уравнения (6) при $g_{mb}(\mathbf{k}_{\perp}) = g_{mb}^0 \delta(\mathbf{k}_{\perp} - \mathbf{q}_{\perp})$, так как в этом случае мы должны получить на начальной трассе распространения соотношения (1), выполнением которых мы и проверяли корректность написанной нами численной схемы. Заметим также, что так как мы рассматриваем задачу о рассеянии вперед под малыми углами, то стоковая и антистоковая компоненты ведут себя почти симметрично, в силу того что g_{mb}^0 мало зависит от величины угла, в отличие от случая рассеяния под большим углом назад. В то же время аспект, связанный с появлением асимметрии между стоковой и антистоковой компонентами, обусловленной квантовой природой флуктуации плотности среды² ($\hbar q \gg kT$), можно последовательно учесть только в рамках квантовой теории поля [7]. Здесь мы его не учитываем в силу его малости.

В данной работе будем рассматривать только один механизм затравочных возмущений, обусловленный флуктуациями плотности воздуха в атмосфере, который мы будем моделировать как дельтаобразный в пространстве белый шум.

Сделаем также замечание относительно частного решения уравнения (6) в приближении плоских волн, которое может реализоваться в случае локализации функции восприимчивости на одном выделенном волновом числе: $\mathbf{q}_{\perp} = \mathbf{k}_{\perp}^L - \mathbf{k}_{\perp}^s$, т.е. $g_{mb}(\mathbf{k}_{\perp}) \sim \delta(\mathbf{k}_{\perp} - \mathbf{k}_{\perp}^s)$. Как мы указали выше, прямой подстановкой этого приближения в (6) мы получаем

¹ Здесь мы пренебрегаем появлением компонент поля, смещенных на высшие частоты, т.е. не учитываем формирование каскада.

² Эта ситуация реализуется для эффекта ВКР, для которого естественным образом присутствует выделенная частота — частота собственных колебания ядер молекулы [6].

известную систему уравнений для стоковой и основной длин волны [1], из которого следует решение (1). Однако в открытой атмосфере, вообще говоря, нет оснований предполагать существование некоторой выделенной частоты акустических колебаний, и поэтому трансформация спектрального состава излучения определяется функцией $g_{mb}(\mathbf{k}_\perp)$, входящей в соотношение (6) через длину ВРМБ для каждой моды.

Результаты численного расчета

Уравнение (4) решалось численно в приближении (5). Надо отметить, что при увеличении дистанции распространения все большее число пространственных мод начинают участвовать в процессе нелинейного самовоздействия. Это вытекает из соотношения для дистанции развития стоковой компоненты $\sim 30/g_{mb}$. Следовательно, все больше число пространственных мод необходимо учитывать, а значит и вычислительных ресурсов для обчета этого эффекта при увеличении дистанции требуется все больше. Так, для вычисления на расстояния в 100 км уже потребовались ресурсы кластера ССКЦ СО РАН с размерами сетки $1024 \times 1024 \times 1536$. Для численной реализации использовался метод расщепления по физическим факторам.

Возмущение давления $p = n_c k_b T$ (n_c — концентрация газа, k_b — постоянная Больцмана), обусловленное флуктуациями концентрации воздуха, как уже указывалось выше, моделировалось дельтообразным шумом с амплитудой флуктуаций, определяемой простым соотношением [4]:

$$\begin{aligned} \langle \delta p(\mathbf{r}) \delta p(\mathbf{r}') \rangle^2 &= (k_b T)^2 \langle \delta n_c(\mathbf{r}) \delta n_c(\mathbf{r}') \rangle^2 = \\ &= k_b T \bar{p}_a \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \end{aligned}$$

Здесь \bar{p}_a — атмосферное давление. Начальный лазерный импульс моделировался гауссовой функ-

цией (6*) с различными начальными радиусами и длиной волны $\lambda = 1,315$ мкм (что соответствует окну прозрачности в атмосфере). Максимальная пиковая интенсивность выбиралась в диапазоне $10^2 - 10^4$ Вт/см².

Из рис. 1 для распределения плотности энергии $W(z, t) = \int_{\mathbb{R}^2} |U|^2(\mathbf{r}_\perp, z, t) d\mathbf{r}_\perp$ вдоль трассы распро-

странения видно, что на начальном участке распространения распределение плотности энергии ведет себя как в линейном случае. Однако с некоторого момента начинают «включаться» акустические моды, приводящие к существенной трансформации углового состава излучения (рис. 2) и росту расходимости пучка (рис. 3). При этом плотность энергии на оси может даже локально возрастать.

Сложный вид зависимости плотности энергии на оси вдоль трассы распространения с локальными точками роста можно объяснить, если внимательно посмотреть на уравнения (2) и (3). Действительно, для того чтобы выяснить, как световое поле за счет эффекта электрострикции формирует профиль диэлектрической проницаемости вблизи оси, мы подставляли в соотношение (4*) профиль интенсивности в форме гауссова и супергауссова пучков. Как оказалось, гауссов профиль продуцирует вблизи оси дефокусирующую линзу, а супергауссова форма работает как фокусирующая линза.

Тем не менее результат такой сложной динамики формирования рефракционного поля по дистанции достаточно быстро стабилизируется. С точки зрения интегральных характеристик, эта динамика реализуется в некотором эффективном действии нелинейности на интегральные величины лазерного поля.

Для количественной оценки меры уширения пучка используют понятие эффективного радиуса пучка [8]:

$$\bar{R}_e^2 = \int_{\mathbb{R}^3} \bar{I} \bar{r}_\perp^2 d\bar{r}_\perp dt \Big/ \int_{\mathbb{R}^3} \bar{I} d\bar{r}_\perp dt.$$

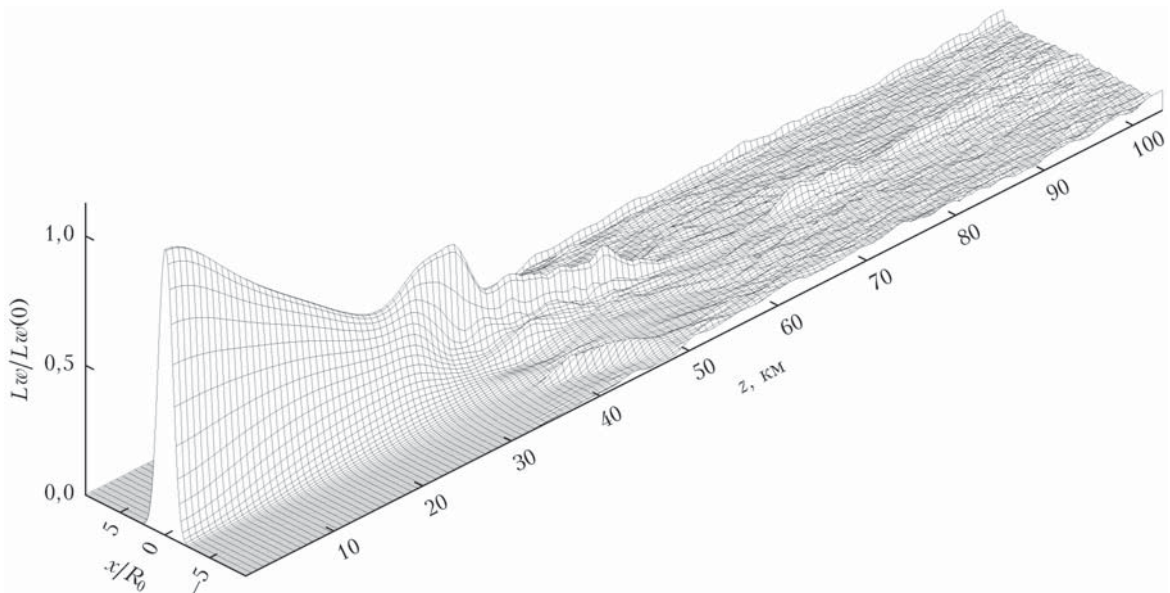


Рис. 1. Зависимость нормированной на свое начальное значение величины $Lw \equiv \log(1 + W/W(0,0))$ вдоль трассы распространения для случая пучка $R_0 = 5$ см

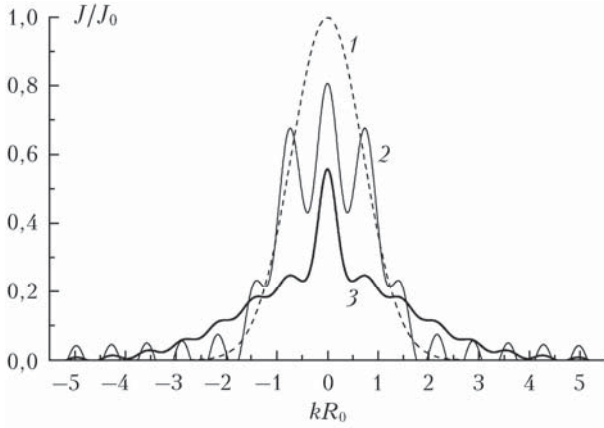


Рис. 2. Зависимость профиля углового распределения энергии вдоль трассы распространения ($R_0 = 5$ см) в начале трассы (1), на расстоянии 30 (2) и 100 км (3)

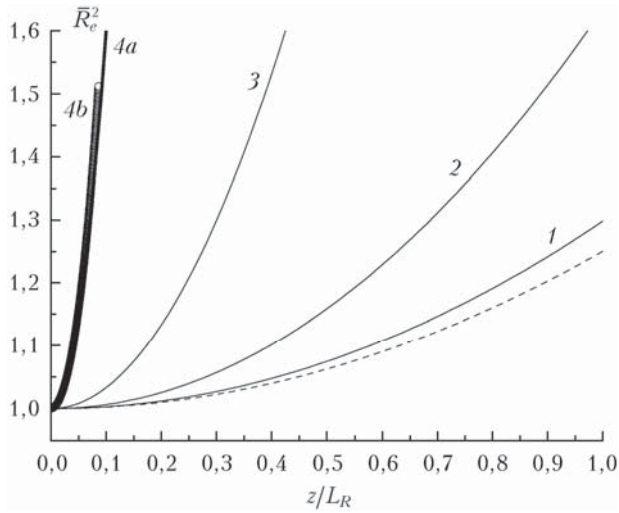


Рис. 3. Эволюция эффективного радиуса вдоль трассы распространения для пучков с начальным радиусом $R_0 = 10$ (1), 20 (2), 30 (3), 50 см (4). Пунктирная кривая соответствует свободной дифракции; кривая 4b показывает результаты численного расчета, кривая 4a соответствует квадратичной экстраполяции результатов

Соотношение для него, следующее из исходного уравнения (4), имеет в нормированных переменных вид

$$\frac{d^2}{dz^2} \bar{R}_e^2 = 8(\bar{\theta}^2 + \bar{\theta}_{NL}^2), \quad (10)$$

где знакоположительная величина

$$\bar{\theta}^2 = \int_{\mathbb{R}^3} |\bar{\nabla}_\perp U|^2 d\bar{\mathbf{r}}_1 dt \Big/ \int_{\mathbb{R}^3} |U|^2 d\bar{\mathbf{r}}_1 dt$$

определяет дифракционно-фазовую расходимость пучка в нелинейной среде. Выделение фазовой и дифракционной частей [8] можно осуществить, если ввести амплитуду и фазу φ соответственно $U = Ae^{i\varphi}$:

$$\bar{\theta}^2 = \int_{\mathbb{R}^3} |U|^2 (\bar{\nabla}_\perp \varphi)^2 d\bar{\mathbf{r}}_1 dt \Big/ \int_{\mathbb{R}^3} |U|^2 d\bar{\mathbf{r}}_1 dt +$$

$$+ \int_{\mathbb{R}^3} (\bar{\nabla}_\perp |U|^2) d\bar{\mathbf{r}}_1 dt \Big/ \int_{\mathbb{R}^3} |U|^2 d\bar{\mathbf{r}}_1 dt.$$

Второе слагаемое в уравнении (10) является в общем случае знакопеременным:

$$\bar{\theta}_{NL}^2 = \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^3} (\bar{\nabla}_\perp \varepsilon_{nl}) |U|^2 d\bar{\mathbf{r}}_1 dt \Big/ \int_{\mathbb{R}^3} |U|^2 d\bar{\mathbf{r}}_1 dt.$$

В процессе распространения излучения величина $\bar{\theta}_{NL}^2$ довольно быстро (на дистанции порядка нескольких километров) выходит на насыщение, приобретая постоянное положительное значение. Именно эта величина и определяют приращение угловой расходимости пучка, аналогично дефокусировке в среде с кубичной нелинейностью [8]. Как видно из рис. 3, зависимость квадрата нормированного эффективного радиуса лазерного пучка на малых дистанциях (десятки километров) достаточно хорошо описывается квадратичной зависимостью. Данный результат является частным, однако его можно обобщить, основываясь на проведенной серии численных экспериментов. Результаты представили в форме зависимости нормированного эффективного радиуса

$$\frac{d^2}{dz^2} \bar{R}_e^2 = \frac{(M^2)^2}{2}, \quad (11)$$

где введена величина качества пучка M^2 , подчиняющаяся следующей экстраполяционной зависимости:

$$(M^2)^2 = (M_d^2)^2 + \kappa^2 z^2 + (M_{mb}^2)^2. \quad (11^*)$$

Здесь M_d^2 – величина качества исходного гауссова пучка. Так, для пучка с гауссовым профилем при его свободной дифракции выполняется соотношение

$$\bar{R}_e^2 = 1 + (M_d^2 z/2)^2.$$

Последнее слагаемое в (11*) учитывает приращение угловой расходимости пучка, вызванное нелинейным самовоздействием кубичного типа [8], и довольно быстро (для рассматриваемых нами ситуаций) выходит на постоянное значение вдоль трассы распространения. Причем для исходного гауссова пучка поправка, обусловленная ВРМБ, как было найдено численно в указанном выше диапазоне начальных данных, задается простой аппроксимационной зависимостью M_{mb}^2 от мощности P_0 и начального размера пучка:

$$(M_{mb}^2)^2 \sim L_R^0 P_0. \quad (11)$$

В частности, при $R_0 = 50$ см, как показывают численные расчеты для однородной идеальной среды, $M_{mb}^2 \approx 6$. Из соотношений (10), (11) видно, что для гауссова мегаваттного пучка диаметром 10 см и меньше нелинейное самовоздействие будет несущественным, а для метрового пучка это уже определяющий эффект.

Если при распространении лазерного пучка длина изменения характеристик среды (плотность, коэффициент акустической диффузии, показатель

преломления) много больше, чем длина формирования расходимости пучка, что справедливо для рассматриваемой нами ситуации, то уравнение для квадрата эффективного радиуса пучка можно записать в форме

$$\frac{d^2}{d\bar{z}^2} \bar{R}_e^2 = \frac{(M_d^2)^2 + H(\bar{z})\kappa^2 \bar{z}^2 + H(\bar{z})(M_{mb}^2)^2}{2}. \quad (12)$$

Второе слагаемое в числителе (12) учитывает приращение дифракционной расходимости, обусловленное эффектом ВРМБ (в рассматриваемой нами выше ситуации $\kappa \approx 5,3$, что соответствует малой поправке, которой мы пренебрегаем). При этом с увеличением дистанции распространения коэффициент κ должен уменьшаться в силу уменьшения нелинейных эффектов на больших трассах распространения. Однако это эффект следующего порядка малости по дистанции распространения, проявляющийся много позже, чем эффекты, связанные с проявлением неоднородности атмосферной трассы.

Безразмерная функция $H(z)$ определяется как

$$H(h(z)) = \frac{\beta_s(h(z))Y^2(h(z))/\Gamma(h(z))}{\left(\beta_s(h)Y(h)^2/\Gamma(h)\right)\Big|_{h=0}}.$$

Здесь h — высота над поверхностью Земли. В приземном слое атмосферы $H(z)\Big|_{h < 10 \text{ км}} \approx 1$, т.е. реализуется тот случай, который мы рассмотрели выше. Данная величина зависит от высоты через плотность среды, а также через температуру и влажность, в свою очередь зависящие от высоты. При учете высотных зависимостей характеристик среды можно получить следующую экстраполяцию:

$$H(h) \approx \exp(-h \cdot 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^{-1}).$$

Зависимость высоты над уровнем Земли от дистанции распространения определяется, в свою очередь, простым соотношением

$$h = \sqrt{(R_E + h_0)^2 + z^2 - 2z(R_E + h_0)\cos(\psi)} - R_E \Big|_{R_E \gg h_0} \approx h_0 + \frac{z^2 - 2zR_E \cos(\psi)}{2R_E},$$

где R_E — радиус Земли; h_0 — высота, с которой осуществляется лазерное излучение; ψ — угол к горизонту. Уравнение (12) легко интегрируется аналитически, однако в силу громоздкости окончательно

ного выражения оно не приводится. К примеру, если излучение распространяется под нулевым углом к горизонту с $h_0 = 10$ км, то $M_{mb}^2 = 5$, а если $h_0 = 12$ км, то $M_{mb}^2 \approx 4,4$.

Заключение

Предложенная модель квазистационарного ВРМБ для среды с непрерывным спектром акустической восприимчивости позволила установить, что ВРМБ для относительно мощных пучков приводит к ухудшению эффективного качества пучка, что проявляется в увеличении его угловой расходимости. На основании численного расчета построены аппроксимационные формулы для угловой расходимости лазерного пучка. Механизм данного явления обусловлен как нелинейной расходимостью, возникающей в силу эффекта электрострикции, так и приращением дифракционной расходимости, обусловленной «включением» стоковых компонент по ходу распространения пучка. Нелинейный механизм является преобладающим. Получены аппроксимационные формулы для приращения угловой расходимости, формирующейся за счет ВРМБ, в зависимости от мощности исходного пучка и его радиуса. В частности, установлено, что для мегаваттного гауссова пучка на длине волны $\lambda = 1,315$ мкм диаметром 10 см и меньше эффект ВРМБ будет несущественной поправкой к расходимости пучка, а для метрового пучка это уже значимый эффект.

1. *Старунов В.С., Фабелинский И.Л.* Вынужденное рассеяние Мандельштама—Бриллюэна и вынужденное энтропийное (температурное) рассеяние света // *Успехи физ. наук.* 1969. Т. 98, № 8. С. 441—491.
2. *Corvo A., Gavrielides A.* Forward stimulated Brillouin scattering // *J. Appl. Phys.* 1988. V. 63, N 11. P. 5220.
3. *Андреев Н.Е., Горбунов Л.М., Чеготов М.В.* Динамика вынужденного рассеяния Мандельштама—Бриллюэна при самофокусировке лазерного пучка // *Ж. эксперим. и теор. физ.* 1999. Т. 115, Т. 98, вып. 6. С. 1950.
4. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. Часть 1. М.: Наука, 1976. 584 с.
5. *Морозов В.В., Чернышев Л.Е.* Вынужденное рассеяние Мандельштама—Бриллюэна в акустическом резонаторе // *Квант. электрон.* 1980. Т. 7, № 7. С. 1400—1406.
6. *Пантел Р., Путхоф Г.* Основы квантовой электроники. М.: Мир, 1972. 386 с.
7. *Клышко Д.Н.* Фотоны и нелинейная оптика. М.: Наука, 1980. 265 с.
8. *Зуев В.Е., Землянов А.А., Копытин Ю.Д.* Нелинейная оптика атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 256 с.

A.D. Bulygin, A.A. Zemlyanov, A.B. Ignat'ev, V.V. Morozov. The effect of stimulated Brillouin scattering on the angular divergence of a laser beam in air.

Quasistationary approximation is formulated for the problem of stimulated Brillouin scattering (SBS) in air, which is considered as a multimode acoustic medium. In the approach suggested, the equation for the envelope of the complex amplitude of the light field is solved numerically. On the basis of numerical experiments, it is ascertained that when powerful laser radiation $\lambda = 1.315 \mu\text{m}$ is propagating in air, the SBS effect can lead, at a sufficient power, to a significant increase in the angular divergence of laser beams.