<Оптика атмосферы и океана>, **7**, N 3(1994)

УДК.621.371.1/6

В.В. Виноградов, Ю.С. Галкин

РАСПРОСТРАНЕНИЕ АМПЛИТУДНО-МОДУЛИРОВАННОЙ ВОЛНЫ В СРЕДЕ СО СЛАБОЙ ДИСПЕРСИЕЙ

Рассмотрено влияние слабой нелинейности дисперсии среды на комплексную форму простых сигналов. Отмечено заметное проявление в указанных условиях периодического по пространству взаимоперехода видов модуляции друг в друга – амплитудную модуляцию в фазовую и наоборот, т.е. трансмодуляции. Показаны некоторые возможности практического использования указанного явления.

Вопросы взаимодействия электромагнитных волн с атмосферой представляют для исследователей постоянный интерес с позиций оценки условий распространения сигналов информационно-измерительных систем различного назначения (для целей связи, локации, дальнометрии и т.п.) [1] и решения широкого круга задач по определению параметров среды распространения сигнала (для целей метеорологии, экологии, геофизики и т.п.) [2].

При этом априори предполагается, что в диапазоне спектральной ширины $\Delta\omega$ распространяющегося сигнала, которая обычно мала по сравнению с несущей частотой ω_0, т.е. $\Delta\omega \ll \omega_0$, частотная дисперсия линейна.

Однако в реальных условиях измерений исходные предположения могут нарушаться, например, при дистанционном зондировании вблизи селективных линий поглощения, где дисперсия не является линейной, или при использовании сигналов с широкой полосой, в пределах которой дисперсия не сохраняет линейности даже при удаленности линий поглощения.

В связи с изложенным представляется целесообразным оценить влияние нелинейности дисперсии среды на распространяющийся сигнал, чему и посвящено данное сообщение.

Для оценки ситуации в указанных выше условиях достаточно рассмотреть квазимонохроматическую группу плоских волн, т. е. представить сигнал в виде

$$E_0(t) = A(t)\exp(i\,\omega_0\,t)\,, \tag{1}$$

где $A(t)$ – медленно меняющаяся функция, а среду распространения считать непоглощающей и характеризовать разложением в степенной ряд фазы проходящего сигнала с удержанием в ряду трех слагаемых

$$\varphi(\omega) = \varphi(\omega_0) + \varphi'(\omega_0)\,\Omega + (\varphi''(\omega_0)/2)\,\Omega^2\,...\,, \tag{2}$$

где $\Omega = \omega - \omega_0$ и производные взяты по ω.

В линейной теории для этого случая можно разложить волновое поле в интеграл Фурье в точке излучения и выполнить обратное преобразование в точке приема сигнала [3]. Соответственно форма сигнала после его распространения через среду принимает вид

$$E(t) = \frac{1}{2\pi}\int\!\!\int_{-\infty}^{\infty} A(\tau)\exp[i\,(\omega_0\,\tau - \omega\,\tau + \omega\,t - \varphi(\omega))]\,d\tau\,d\omega\,. \tag{3}$$

Очевидно, что конструктивное суждение о форме сигнала после прохождения им некоторого расстояния в среде может быть сформулировано лишь при известных функциях $A(t)$ и $\varphi(\omega)$.

В принципе, при современной вычислительной базе для всех видов указанных функций задача может быть исчерпывающе решена непосредственным интегрированием (3) с точностью, достаточной для практических задач, но аналитические решения возможны только в относительно простых случаях.

Одним из таких случаев, имеющим одновременно достаточно широкое практическое применение, является волна, модулированная по амплитуде гармоническим сигналом с частотой Ω и глубиной модуляции m, и амплитудно-модулированная волна, которая в точке излучения будет иметь вид

$$E_0(t) = (1 + m \cos\Omega\, t)\, \exp(i\, \omega_0\, t)\,. \qquad (4)$$

Подставляя (4) и (2) в (3) и опуская громоздкие промежуточные математические преобразования, окончательно имеем полное выражение для поля, прошедшего среду,

$$E(t) = \left[1 + 2\, m \cos \frac{\varphi''(\omega_0)\, \Omega^2}{2} \cos(\Omega\, t - \varphi'(\omega_0)\, \Omega) + m^2 \cos^2(\Omega\, t - \varphi'(\omega_0)\, \Omega)\right]^{0,5} \times$$

$$\times \exp i \left[\omega_0\, t - \varphi(\omega_0) - \operatorname{arctg} \frac{m \sin(\varphi''(\omega_0)\, \Omega^2 / 2) \cos(\Omega\, t - \varphi'(\omega_0)\, \Omega)}{1 + m \cos(\varphi''(\omega_0)\, \Omega^2 / 2) \cos(\Omega\, t - \varphi'(\omega_0)\, \Omega)}\right]. \qquad (5)$$

Сравнение излучаемого (4) и принимаемого (5) сигналов наглядно показывает, что наличие даже слабой нелинейной дисперсии среды существенно влияет на комплексную форму принимаемого сигнала.

Не излагая из-за ограниченных рамок статьи подробностей проведенного на ЭВМ анализа распространения амплитудно-модулированной волны, отметим только качественные особенности, проиллюстрированные соотношением (5).

Из (5) следует, что в выражениях для амплитуды и фазы сигнала рассмотренной формы в отмеченных условиях одновременно существуют сдвинутые на $\pi / 2$ гармонические зависимости, которые свидетельствуют об одновременном существовании в произвольной точке приема амплитудно-модулированной волны как амплитудной, так и фазовой модуляции, причем периодически (по пространству) переходящих одна в другую, т.е. распространение сигнала в указанных условиях сопровождается явлением трансмодуляции, отмеченным еще в [4], но детально не исследованным.

Если на трассе между излучателем и приемником выполняется условие $\varphi''(\omega_0)\Omega^2 \simeq \pi$, то это приведет к появлению <мертвых зон> при приеме амплитудно-модулированной волны или искажению спектрального состава передаваемого амплитудно-модулированного сигнала за счет тех частот, для которых указанное условие выполнено.

Трактуя частоту как производную фазы сигнала по времени, следует отметить наличие девиации несущей частоты принимаемого сигнала, что может привести к неустойчивости настройки приемного канала, особенно схем фазовой автоподстройки и т.д.

Вместе с тем, из рассмотрения (5) выявлено, что при работе через атмосферу в реальных условиях наиболее часто встречаются условия $\varphi''(\omega_0)\Omega^2 \ll \pi$ и $m < 1$, при которых математическое соотношение (5) упрощается к виду

$$E(t) = [1 + m \cos(\Omega\, t - \varphi'(\omega_0)\, \Omega)]\, \exp i\, [\omega t - \varphi(\omega_0) - m\, (\varphi''(\omega_0)\, \Omega^2 / 2) \cos(\Omega\, t - \varphi'(\omega_0)\, \Omega)]\,. \qquad (6)$$

Дифференцируя по времени третье слагаемое в показателе экспоненты, получаем уравнение

$$\Delta\omega = (m\, \varphi''(\omega_0)\, \Omega^3 / 2) \sin(\Omega\, t - \varphi'(\omega_0)\, \Omega)] = \Delta\omega_A \sin(\Omega\, t - \varphi'(\omega_0)\, \Omega)\,, \qquad (7)$$

где $\Delta\omega_A$ – измеряемая амплитуда девиации несущей частоты в точке приема, использование которой позволяет восстанавливать параметры среды распространения сигнала.

Например, остановимся на применении соотношения (7) для определения концентрации N компоненты однородной диспергирующей среды при работе вблизи ее спектральной линии.

Учитывая известное выражение для фазы

$$\varphi(\omega) = (\omega / c)\, n(\omega)\, L\,, \qquad (8)$$

где n – показатель преломления среды, а L – пройденный сигналом путь, продифференцируем дважды (8) и, подставив его в (7), получим для девиации несущей частоты

$$\Delta\omega_A = (m\,\Omega^3\,L\,d\,n_{qr})/(2\,c\,d\,\omega)\,, \tag{9}$$

где n_{gr} – групповой показатель преломления среды. Считая спектральную линию лоренцевской, с известными центром ω_i, затуханием g_i и силой осциллятора A_i, применим к ней последовательно соотношения Крамерса–Кронига и Рэлея и получим

$$n_{qr}(\omega) = N\,A_i\,\omega_i\,\omega\,(\omega_i^2 + \omega^2)\,[(\omega_i^2 - \omega^2)^2 - g_i^2\,\omega_i^2\,\omega^2]/[(\omega_i^2 - \omega^2)^2 + g_i^2\,\omega_i^2\,\omega^2]^2\,. \tag{10}$$

Переходя в (10) к системе координат центра линии $\Delta = \omega - \omega_i$ и дифференцируя, получаем для (9)

$$\Delta\omega_A = (m\,\Omega^3\,L\,N\,A_i/2\,c)\left[(-\,64\,\omega_i^3\,\Delta^3 + 80\,g_i^2\,\omega_i^{10}\,\Delta)/(4\,\omega_i^2\,\Delta^2 + g_i^2\,\omega_i^4\,\Delta)^3\right]. \tag{11}$$

Решая (11) относительно N для условия максимальной амплитуды девиации при $\Delta = 0{,}21\,g_i\,\omega_i$, находим искомую концентрацию

$$N = \Delta\omega_A\,c\,g_i^3\,\omega_i/8{,}1\,m\,\Omega^3\,A_i\,L.$$

Таким образом, в статье показано, что распространение амплитудно-модулированной волны в среде даже со слабой нелинейной дисперсией приводит к заметным изменениям комплексной формы сигнала, которые необходимо иметь в виду при работе через такую среду, и, кроме того, показана возможность использования этих изменений для определения некоторых параметров среды распространения.

1. З у е в В. Е., К а б а н о в М. В. Перенос оптического излучения в земной атмосфере. М.: Сов. радио, 1977. 367 с.
2. З у е в В. Е., Н а а ц Э. И. Обратные задачи лазерного рассеяния. М.: Наука, 1985.
3. Г и н з б у р г В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967. 683 с.
4. Г о р е л и к Г. С. Колебания и волны. М.: Физматгиз, 1959. 572 с.

Московский госуниверситет леса

Поступила в редакцию
29 июля 1993 г.

V. V. V i n o g r a d o v, Yu. S. G a l k i n. **Propagation of an Amplitude-Modulation wave through a Medium with a Weakly Nonlinear Dispersion.**

In this paper we consider the influence of nonlinear dispersion of a medium on the complex shape of simple signals. Under such conditions a spatially periodic AM to FM and back from FM to AM transitions, so–called transmodulation, occurs. It is shown that this phenomenon can be used in practice.