И.В. Малафеева, С.С. Чесноков

АДАПТИВНАЯ КОМПЕНСАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ И ТУРБУЛЕНТНЫХ ИСКАЖЕНИЙ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ В АТМОСФЕРЕ

Дан обзор работ, опубликованных в последние годы и посвященных применению симплекс-метода в задачах атмосферной адаптивной оптики. Проведено сравнение этого метода с градиентной процедурой <восхождения на холм>. Рассмотрены режимы стационарной и нестационарной ветровой рефракции в регулярной среде, пульсаций скорости ветра на трассе, крупномасштабных флуктуаций показателя преломления среды.

1. Введение

Одной из важных проблем современной атмосферной оптики является передача световой мощности на заданное расстояние. Передаваемую мощность ограничивают такие факторы, как турбулентное и нелинейное расплывание пучка, его случайное блуждание из-за наличия на трассе крупномасштабных флуктуаций показателя преломления и пульсаций скорости ветра. Для компенсации этих эффектов используются системы адаптивной техники, управляющие фазой светового пучка в реальном времени. Целью управления в задачах атмосферной оптики обычно служит максимизация световой мощности, попадающей в заданную апертуру.

Для организации управления в многовибраторных адаптивных системах широко используется принцип апертурного зондирования. Однако градиентная процедура <восхождения на холм>, положенная первоначально в его основу, часто приводит к отысканию лишь локального экстремума критерия качества, сильно зависит от начальных условий, зачастую оказывается малоэффективной при флуктуациях параметров пучка и среды. Поэтому представляет интерес разработка методов управления фазой световых пучков, не требующих вычисления градиента целевой функции. К таким методам относится, в частности, симплексный поиск.

В настоящей статье содержится обзор оригинальных работ авторов, опубликованных в последние годы и посвященных применению симплекс-метода в задачах атмосферной адаптивной оптики.

2. Математическая модель системы управления фазой светового пучка

Математическая формулировка задачи о распространении пучка в атмосфере обычно описывается системой дифференциальных уравнений [1] для комплексной амплитуды светового поля E(x, y, z, t) и температуры среды T(x, y, z, t):

$$2 i k \frac{\partial E}{\partial z} = \Delta_{\perp} E + 2 \frac{k^2}{n_0} \left(\frac{\partial n}{\partial t} T + \widetilde{n} \right) E;$$
 (1)

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla) T \right) = \alpha I, \qquad (2)$$

где $k=2\pi/\lambda$ — волновое число; n — показатель преломления среды; \widetilde{n} — случайное поле, описывающее его турбулентные флуктуации; ρ — плотность; C_p — удельная теплоемкость; \mathbf{v} — скорость движения среды; α — коэффициент поглощения; $I=cn|E|^2/8\pi$ — интенсивность света. Основным критерием подобия системы (1), (2) является параметр нелинейности R, пропорциональный мощности излучения и конвективному времени $\tau_v=a/v$, где a — радиус пучка.

Комплексная амплитуда светового поля E(x, y, z, t) на входе в среду (при z = 0) задается в виде

$$E(x, y, 0, t) = E_0(x, y) f(t) \exp(i U(x, y, t)),$$
(3)

где E_0 – амплитудный профиль; f(t) – огибающая светового импульса, характеризуемая длительностью τ_p ; U – управляемый волновой фронт. В задаче фокусировки излучения удобно использовать для управления один из следующих критериев качества (целевых функций управления):

- нормированную пиковую интенсивность в плоскости наблюдения:

$$J_{m} = (1/I_{0}) \max_{x, y} (I(x, y, z_{0}, t));$$
(4)

- критерий фокусировки в плоскости наблюдения:

$$J_f = (1/P_0) \int \int \sigma(x, y) I(x, y, z_0, t) dx dy,$$
 (5)

где P_0 — полная мощность в пучке; I_0 — пиковая интенсивность на входе в среду; σ — апертурная функция, описывающая область локализации светового поля в плоскости наблюдения. В нестационарных условиях эффективность управления удобно оценивать по параметру

$$\eta(T) = W(T)/W_0(T) , \qquad (6)$$

где $W(T) = \int_0^T J_f(t) dt$ — суммарная световая энергия, попадающая в приемную апертуру за фиксированное время T; $W_0(T)$ — та же энергия без управления.

В соответствии с принципом модального управления формируемый корректором волновой фронт пучка представляется в виде суперпозиции выбранных базисных мод S(x, y), то есть

$$U(x, y, t) = k \sum_{i=1}^{N} a_i(t) S_i(x, y) , \qquad (7)$$

где a_i — управляемые координаты (сигналы управления). Временные зависимости сигналов a_i характеризуются длительностью паузы между последовательными коррекциями волнового фронта τ_c . Для поиска оптимальных значений a_i в системах апертурного зондирования все шире привлекаются алгоритмы, развитые в теории управления и автоматического регулирования. К их числу относится симплексный поиск экстремума целевой функции (критерия качества) управления [2].

3. Алгоритмы управления

Последовательное изложение алгоритмов естественно начать с простейшего режима, при котором экстремум целевой функции в пространстве управляемых координат существует и его местоположение не зависит от траектории поиска. В задачах атмосферной оптики такой режим реализуется при распространении квазинепрерывного излучения в среде с независящими от времени параметрами. Если паузы между коррекциями фазы достаточно велики для того, чтобы в канале пучка успевало установиться стационарное температурное поле, то максимум освещенности объекта достигается при однозначно определяемом наборе управляемых координат. В этом случае движение к оптимуму (<восхождение на холм>) в N-мерном пространстве можно осуществить путем многократного отражения некоторой фигуры с N+1 вершиной (так называемого симплекса).

Направление движения к экстремуму определяется на основе информации о значениях целевой функции во всех вершинах. Например, в поиске максимума движение происходит от вершины с наименьшим значением целевой функции к противоположной грани симплекса. Шаг поиска выполняется переходом от <старого> симплекса к <новому> путем исключения наихудшей вершины и построения ее зеркального отображения относительно грани, общей для обоих симплексов. Многократное отражение наихудших вершин приводит к шаговому движению центра симплекса к цели по некоторой ломаной линии. Сущест-

венно, что на каждый шаг поиска требуется одно вычисление целевой функции, за исключением начального момента, когда нужно вычислить ее N+1 значение.

В указанных выше условиях, когда локализация максимума целевой функции не зависит от значений управляемых координат, часто применяют поиск с переменным шагом. Это позволяет сочетать одновременно высокую скорость движения в начале оптимизации и точность отыскания экстремума на этапе доводки. Для изменения размера симплекса используются обычно степенной или экспоненциальный законы. При этом точность достижения оптимума, начальный размер симплекса L_0 и число шагов поиска оказываются связанными простым функциональным соотношением [2]. Эмпирически оцененная величина L_0 может быть уточнена в тестовых задачах оптимизации.

В реальных задачах атмосферной оптики, которые заведомо нестационарны, поиск максимума освещенности объекта сопровождается переходными процессами в системе <пучок-среда>, возникающими как при флуктуациях параметров на трассе, так и при вариациях управляемого волнового фронта.

В режиме длинного импульса, распространяющегося в регулярной среде, монотонное смещение пучка в наветренную сторону создает в пространстве управления эффект, называемый в теории оптимизации <дрейфом цели> [2]. При этом поиск оптимальной фазы можно представить в виде двух процессов: восхождения на <подвижный холм> и отслеживания его движения. Существенно, что движение <холма>, т.е. местоположения максимума целевой функции, зависит от траектории его поиска.

Иными словами, поскольку процессы формирования тепловой линзы на трассе и оптимизации фазы пучка происходят одновременно, неудачные начальные шаги могут вызвать такое снижение целевой функции, которое неустранимо последующими даже удачными коррекциями. Поэтому важно, чтобы первые шаги были выполнены в правильном направлении, которое, в свою очередь, определяется начальной конфигурацией симплекса.

Как показывает практика, априорный выбор последней затруднителен, если размерность пространства управления N>3. В связи с этим возникает проблема разумного ограничения числа независимых управляемых координат, тесно связанная с проблемой повышения быстродействия и устойчивости адаптивной системы. Кроме того, в нестационарных условиях вызывает затруднения выбор какого-либо регулярного способа изменения длины ребра симплекса по мере приближения к экстремуму. Поэтому при наличии переходных процессов на трассе, сопровождающих поиск оптимальной фазы, представляется разумным сохранять размер симплекса постоянным.

Оптимизацию размера симплекса можно провести, например, по критерию максимальной световой энергии, достигающей заданной апертуры на объекте в течение фиксированного времени управления (6). Отметим также, что одним из эффектов, возникающих при дрейфе цели, является <зацикливание> симплекса, т.е. отсутствие отражения какихлибо вершин на протяжении достаточно большого времени, в результате чего симплекс прекращает поступательное движение к цели. Для устранения этого эффекта в теории оптимизации используют алгоритмы с принудительным отражением вершин, остающихся неподвижными в течение определенного числа шагов [2].

В режиме пульсаций скорости ветра на трассе дефокусировка пучка близка к осесимметричной, что должно быть отражено при выборе базиса и стратегии управления. В частности, разумно использовать в базисе два угла наклона и осесимметричную фокусировку, а также применить поиск с переменной стратегией, разделив его на два этапа. Первый этап — это управление на начальной стадии прогрева среды, отслеживающее дрейфующую цель на основе алгоритма с принудительным отражением вершин, что позволяет избежать зацикливания симплекса. Затем, на втором этапе, когда преимущественное значение приобретают случайные блуждания пучка и переходные процессы, возникающие при смене состояний среды, следует применить алгоритм со свободным отражением вершин [2]. Его основное правило заключается в отражении наихудшей вершины симплекса без каких-либо дополнительных условий.

4. Обсуждение результатов численного анализа

Ниже обсуждаются результаты, полученные для гауссовских пучков на трассе длиной $z_0 = 0.5 \, k \, a_0^2 \, (a_0$ — начальный радиус пучка). В качестве апертурной функции σ использовано

выражение $\sigma = \exp(-(x^2 + y^2)/S_t^2)$, где S_t – эффективный радиус области локализации светового поля, равный удвоенному радиусу дифракционно ограниченного фокального пятна.

4. 1. Стационарная ветровая рефракция в регулярной среде

$$(f(t) \equiv 1, \tau_c \gg \tau_w, \mathbf{v} = \text{const}, \widetilde{n} = 0).$$

Исходя из характерных особенностей теплового самовоздействия в движущейся среде (неосесимметричная дефокусировка, наветренное смещение пучка), в качестве управляемых координат естественно выбрать угол наклона волнового фронта в плоскости ветра ϑ_x и два параметра фокусировки S_x , S_y в продольной и поперечной ветру плоскостях. В соответствии с этим

$$U = v_x x + S_x \frac{x^2}{2} + S_y \frac{y^2}{2}. \tag{8}$$

В рассматриваемой модельной задаче наибольший интерес представляет сравнение скорости сходимости и точности отыскания экстремума целевой функции, достигаемых с помощью симплекс-метода и традиционной градиентной процедуры. Как показали расчеты [3], траектории поиска максимума критерия фокусировки, получаемые в результате оптимальные значения J_f и числа шагов оптимизации для сравниваемых методов оказываются весьма близкими. Однако число измерений (вычислений) целевой функции для симплексметода в 2–2,5 раза меньше, чем для градиентного, поскольку каждый градиентный шаг сопровождается пробными измерениями отклика критерия качества на малые вариации всех координат. Итоговые расчетные данные сведены в табл. 1, из которой видно, что в стационарных задачах симплекс –метод действительно обеспечивает более высокую скорость поиска экстремума, чем градиентная процедура.

Таблица 1 Сравнительные данные по коррекции стационарной ветровой рефракции в регулярной среде

Метод управления	Параметр нелинейности <i>R</i>	Число измерений целевой функции	Параметры изл J_f	учения на объекте J_m
Симплекс	-15	15	0,49	1,11
	-30	16	0,30	0,56
Градиент	-15	36	0,49	1,14
•	-30	36	0,30	0,60

4. 2. Нестационарная ветровая рефракция в регулярной среде

$$(f = 0 \text{ при } t < 0, f = 1 \text{ при } t \ge 0, \tau_c \le \tau_v, \mathbf{v} = \text{const}, \widetilde{n} = 0).$$

Параметр эффективности управления $\eta(3\tau_{\nu})$ при компенсации нестационарной ветровой рефракции в регулярной среде

	Длина ребра симплекса L										
R	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
-10	1,16	1,29	1,38	1,56	1,54	1,50	_	_	_	_	_
-20	1,16	1,26	1,40	1,52	1,60	1,64	1,54	1,46	1,42	1,40	_
-30	_	_	_	_	1,16	1,26	1,32	1,29	1,20	1,19	_
-40	_	_	_	_	1,18	1,25	1,30	1,34	1,36	1,30	1,24

Таблица 3

Таблица 4

Оптимальный размер симплекса при компенсации нестационарной ветровой рефракции в регулярной среде

	Длительность управления T/τ_{v}										
R	2	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12									
-20	0,65	0,64	0,60	0,50	0,45	0,41	0,40	0,37	0,35	0,35	0,34
-30	0,71	0,70	0,68	0,66	0,64	0,60	0,50	0,45	0,44	0,41	0,40

Для оптимизации базиса управления воспользуемся временными зависимостями координат $\vartheta_x(t)$, $S_x(t)$, $S_y(t)$ в процессе динамической коррекции [5]. Их анализ показывает, что в широком диапазоне R переменные S_x и S_y оказываются в каждый момент времени пропорциональными друг другу. В соответствии с этим представляется естественным уменьшить число независимых координат управления, введя комбинированную моду $(x^2/4 + y^2/2)$, т.е. задать волновой фронт в виде

$$U = v_x x + S\left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2}\right). \tag{9}$$

Итоговые данные по моделированию симплексного поиска максимума освещенности объекта в базисах (8) и (9) сведены в табл. 4, в которойэффективность коррекции оценивается, как и ранее, по параметру $\eta(3\tau_{v})$. Из таблицы видно, что в зависимости от нелинейности среды (мощности излучения) более эффективным оказывается управление в разных базисах. В частности, при $|R| \le 20$ предпочтительнее использовать трехмерный базис (8), а при больших нелинейностях – двумерный базис (9).

Параметр эффективности управления $\eta(3\tau_{\nu})$ при компенсации нестационарной ветровой рефракции в регулярной среде

Базис управления	Параметр нелинейностисти $ R $					
	10	20	30	40		
(8)	1,36	1,60	1,38	1,37		
(9)	1,40	1,56	1,52	1,50		

4. 3. Нестационарная ветровая рефракция при пульсациях скорости

$$(f=0 \text{ при } t<0, f=1 \text{ при } t\geq0, \tau_c\leq\tau_{,s}, \mathbf{v}(z,t)=<\mathbf{v}>+\delta\widetilde{\mathbf{v}}(z,t), \widetilde{n}=0).$$

Переходя к стохастическим задачам управления, рассмотрим вначале распространение пучка в среде со случайными пульсациями скорости ветра на трассе, пренебрегая естественными флуктуациями показателя преломления. На приземных горизонтальных трассах возможен режим достаточно частых пульсаций скорости $\delta \widetilde{\mathbf{v}}$, при которых весьма существенны переходные процессы в системе <пучок-среда> [6]. Следуя работам [6, 7], при численных экспериментах положим для определенности, что среднее время замороженности пульсаций составляет $T_v = 2\tau_v$, а стандартное отклонение для флуктуационной компоненты скорости σ_v меняется в пределах $0 \le \sigma_v \le 0.5 < v > 0.5 <$

Как показали расчеты [7], в рассматриваемом режиме компенсация искажений пучка может быть с успехом проведена в трехмерном базисе

$$U = v_x x + v_y y + S\left(\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2}\right). \tag{10}$$

При этом оптимальный размер симплекса $L_{\rm opt}$ определяется только средним параметром нелинейности $<\!R\!>$ и оценивается исходя из соображений, приведенных выше.

В [7] установлено, что в условиях достаточно сильных пульсаций скорости ветра $(\sigma_v \ge 0.3 < v>)$ разработанная там переменная стратегия симплексного поиска (см. выше) действительно позволяет скомпенсировать случайные блуждания пучка и избежать неустойчивых режимов при управлении фазой в течение достаточно длительного времени $(T/\tau_v = 10 \dots 12)$. При этом для значений $<|R|>=10\dots 30$ фазовая компенсация повышает энергию W(T) в среднем в 1,5 раза по сравнению со случаем распространения неуправляемого (как коллимированного, так и сфокусированного) пучка.

Таблица 5 Средние значения критерия фокусировки при компенсации нестационарной ветровой рефракции в среде с пульсациями скорости ($\sigma_{\nu}=0.3<\nu>$)

Метод управления	Средний параметр нелинейности					
		< 1	< S	_		
•	10	20	30	40		
Симплекс	0,40	0,27	0,24	0,23		
Градиент	0,42	0,29	0,26	0,25		

4. 4. Турбулентная атмосфера со случайным ветром на трассе

$$(f=0 \text{ при } t<0, f=1 \text{ при } t\geq 0, \, \tau_c \leq \tau_v, \, \mathbf{v}(z,t) = <\mathbf{v}> + \delta \widetilde{\mathbf{v}}(z,t), \, \widetilde{n} \neq 0)$$
 .

В рассматриваемом здесь режиме будем полагать, что средние времена замороженности пульсаций скорости ветра и каждой реализации поля случайных флуктуаций показателя преломления \tilde{n} одинаковы и равны 2τ , причем их смена происходит в одни и те же моменты времени.

Исследование качества управления проведено в [7] в зависимости от параметра $D_s(2\ a)$ [8], характеризующего турбулентность атмосферы на трассе и имеющего смысл структурной функции флуктуаций фазы сферической волны на диаметре пучка. Для формирования случайных полей \tilde{n} использован метод модального представления атмосферных неоднородностей [9]. Эффективность коррекции оценивается по нормированной суммарной световой энергии η , попадающей в приемную апертуру за время управления $T=12\tau_s$.

Результаты расчетов, усредненные по 30-ти наборам реализаций, сменяющих друг друга за время $T = 12\tau_v$, приведены в табл. 6. Анализ таблицы показывает, что управление на основе симплекс-метода устойчиво и достаточно эффективно в широком диапазоне параметра $D_v(2 a_0)$.

Средние значения параметра эффективности управления $<\eta(12\tau_{_{V}}>$ при компенсации нестационарной ветровой рефракции в среде с пульсациями скорости ветра и флуктуациями показателя преломления ($\sigma_{_{_{\! -}}}=0.3 < v>$, < |R|>=20)

Параметр атмосферной турбулентности $D_{\mathcal{S}}(2a_0)$									
0 0,6 1,2 1,8 2,4 3 3,6 4,									
1.27	1.32	1.33	1.34	1.36	1.35	1,34	1.33		

5. Заключение

Проведенные исследования показали, что симплекс-метод может быть с успехом применен в системах атмосферной адаптивной оптики, основанных на принципе апертурного зондирования. По сравнению с градиентной процедурой <восхождения на холм> симплекс-метод обладает существенными преимуществами, связанными с устойчивостью и быстродействием.

В режиме стационарной ветровой рефракции управление на основе симплекс-метода обеспечивает надежное достижение максимума целевой функции, причем число ее измерений примерно в 1,5-2 раза меньше, чем при использовании градиентной процедуры.

В режиме нестационарной ветровой рефракции для заданных параметров среды и пучка существует оптимальный размер симплекса, который определяется длительностью управления и быстродействием адаптивной системы. Оптимизация размера симплекса позволяет повысить суммарную энергию, попадающую в приемную апертуру, в 1,3-1,5 раза по сравнению с градиентным методом.

Использование свойств симплексного метода и анализ априорных сведений о поведении целевой функции в режиме нестационарной ветровой рефракции позволяют уменьшить число управляемых переменных. Это дает возможность снизить технические требования к системе управления пучком.

Применительно к режиму случайных пульсаций скорости ветра на трассе разработана стратегия управления, позволяющая скомпенсировать случайные блуждания пучка и избежать потери устойчивости. Установлено, что наличие крупномасштабных флуктуаций показателя преломления практически не снижает качество коррекции в широком диапазоне параметра $D_{\rm s}(2\,a)$.

В заключение отметим, что симплекс-метод существенно расширяет возможности адаптивного управления пучками в реальном времени по сравнению с градиентными процедурами. Работа выполнена при поддержке Международного лазерного центра МГУ.

- 1. Smith D.C. /Proc. IEEE. 1977. V. 65. P. 59–90.
- 2. Дамбраускас А. П. Симплексный поиск. М.: Энергия, 1979. 168 с.
- Малафеева И.В., Тельпуховский И.Е., Чесноков С.С. // Оптика атмосферы. 1991. Т. 4. С. 1249–1253.
- 4. Малафеева И.В., Тельпуховский И.Е., Чесноков С.С. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. С. 413 417.
- 5. Малафеева И.В., Чесноков С.С. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. С. 1150–1153.
- 6. Канев Ф. Ю., Чесноков С. С. //Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. С. 598–603.
- 7. Малафеева И.В., Тельпуховский И.Е., Чесноков С.С. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. С. 1252–1257.
- 8. Ламли Дж., Пановский Г. А. Структура атмосферной турбулентности. М.: Мир, 1966. 264 с.
- 9. Тельпуховский И.Е., Чесноков С.С. // Оптика атмосферы. 1991. Т. 4. С. 1294–1297.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Поступила в редакцию 22 сентября 1993 г.

$I.\ V.\ M\ a\ l\ a\ f\ e\ v\ a\ ,\ S.\ S.\ C\ h\ e\ s\ n\ o\ k\ o\ v\ .\ \textbf{Adaptive\ Compensation\ for\ Nonlinear\ and\ Turbulent\ Distortions\ of\ Light\ Beams\ in\ the\ Atmosphere.}$

The paper presents an overview of recent publications devoted to application of the simplex method to problems of atmospheric adaptive optics. Comparison of this technique with the gradient procedure of <hill climbing> is carried out. The regimes of stationary and nonstationary wind refraction in a regular medium, pulsations of wind velocity, and large-scale fluctuations of refractive index are considered in the paper.