

В.П. Якубов

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ ЧАСТОТЫ СИГНАЛОВ В БОЛЬШИХ АПЕРТУРАХ ПРИ ПРОСВЕЧИВАНИИ ТУРБУЛЕНТНЫХ СРЕД

Асимптотически и численно анализируется искажающее влияние на спектр частоты двух эффектов – низкочастотной фильтрации и нормализации сигналов в системах с большой апертурой при просвечивании турбулентных сред.

Введение

Известно, что в приемных системах с большой апертурой происходит усреднение вариаций параметров сигналов [1–4]. При просвечивании турбулентных сред этот эффект сопровождается рядом физических проявлений. Так, происходят потеря коэффициента усиления антенн, ослабление пульсаций изображений и вариаций направлений прихода волн, связанных с влиянием сред распространения. Физическая сторона этих проявлений усреднения в достаточной степени изучена. Однако без должного внимания исследователей остался еще один эффект, возникающий в больших апертурах, – это преобразование закона распределения флуктуаций. Если в пределах апертуры укладывается достаточно много масштабов неоднородностей, то в силу центральной предельной теоремы независимо от изначального распределения параметров сигналов происходит нормализация сигнала на выходе приемной системы. Преобразование закона распределения несущественно при малых, но не при больших флуктуациях полей.

Теоретическое описание преобразования сигналов в больших апертурах наиболее просто при малых флуктуациях, когда используются аналитические методы возмущений [1, 3]. В случае больших флуктуаций проводится суммирование бесконечных рядов и решение получается численно [1]. Основное внимание при этом уделяется изучению таких энергетических параметров сигналов, как интенсивность и моменты, связанные с ней. Менее изучено, особенно при больших флуктуациях, поведение неэнергетических параметров типа поляризации, фазы и частоты волновых полей [3]. Причем влияние нормализации специально не выделяется, хотя, как будет показано далее, именно с этим эффектом, а не с усреднением связаны определенные спектральные искажения сигналов.

Цель настоящей статьи – дать асимптотический и численный анализ искажающего влияния на спектр флуктуаций частоты обоих эффектов – низкочастотной фильтрации и нормализации сигналов в системах с большой апертурой при просвечивании турбулентных сред.

1. Постановка задачи

Во многих случаях можно считать, что поле волны, приходящей в приемную апертуру, может быть описано как [3, 5]

$$E(\mathbf{r}, t) = E_0 \exp [i \varphi_0(\mathbf{r}, t)], \quad (1)$$

где функция $\varphi_0(\mathbf{r}, t)$ представляет фазовые флуктуации, обусловленные неоднородностями среды распространения, временные и пространственные изменения которой взаимосвязаны в рамках гипотезы замороженности Тейлора.

После суммирования поля по апертуре на выходе ее получается сигнал

$$E_s(t) = (1/s) \int \int E(\mathbf{r}, t) A(\mathbf{r}) (d^2 \mathbf{r}).$$

Здесь $A(\mathbf{r})$ описывает весовую обработку поля (распределение тока) по площади приемной апертуры s . Мгновенная частота исходного поля $\Omega_0 = d \varphi_0 / d t$ и частота выходного сигнала

$\Omega = d\varphi / dt$ ($\varphi = \arg E_s$), очевидно, в общем случае связаны между собой нелинейно, и только при малых фазовых флуктуациях эта связь линеаризируется и принимает особенно простой вид

$$\Omega(t) = \int \int \Omega_0(\mathbf{r}, t) (d^2 \mathbf{r}) / s, \quad A = \text{const.} \quad (2)$$

Большинство известных теоретических результатов получено именно для малых возмущений [1, 3]. В случае больших фазовых флуктуаций задача оценки флуктуаций частоты выходного сигнала является нелинейной и для ее решения используется суммирование бесконечных рядов [1]. Однако для больших апертур необходимо учитывать одно обстоятельство, которое позволяет существенно упростить решение. Дело в том, что суммирование в пределах апертуры достаточно большого числа вкладов независимых неоднородностей различных масштабов приводит к нормализации выходного сигнала E_s , а для нормальных процессов моментные функции, в том числе для фазы и частоты, удается записать в относительно компактном виде. В частности, корреляционная функция вариаций частоты представляется как [6–8]

$$B_\Omega(\tau) = \{1 - 2 \exp(-\gamma/2) / (1 - R) + \exp[-\gamma / (1 - R)] (1 + R) / (1 - R)\} (\ln R)^2 / 2 - \{Ei(\gamma/2 R) - 2Ei[\gamma(1 - R)/2 R] + Ei[\gamma(1 - R)/2 R(1 + R)]\} [(\ln R)'' + (\ln R)^2 \gamma/2 R] \exp(-\gamma/2 R) / 2, \quad (3)$$

где R – коэффициент корреляции нормально распределенного поля E_s ; γ – отношение сигнал-шум по мощности для выходного процесса E_s , имеющее для модели (1) вид $\gamma = 1 / [\exp(\sigma_\varphi^2) - 1]$, а $Ei(x)$ – интегральная показательная функция.

При малых фазовых флуктуациях ($\sigma_\varphi^2 \ll 1$) величина $\gamma \sim \sigma_\varphi^{-2}$ и корреляционная функция B_Ω принимает известный вид [1, 3, 8]:

$$B_\Omega(\tau) = -\sigma_\varphi^2 d^2 R / d\tau^2, \quad (4)$$

где R просто совпадает с коэффициентом корреляции фазы R_φ . В случае больших флуктуаций $\sigma_\varphi^2 \gg 1$ когерентная составляющая исчезает и выражение (3) допускает упрощение [8]

$$B_\Omega(\tau) = \ln(1 - R^2) (\ln R)'' / 2. \quad (5)$$

Заметим, что если при $\sigma_\varphi^2 \ll 1$ дисперсия флуктуаций частоты выходного сигнала $\sigma_\Omega^2 = B_\Omega(0)$ является конечной величиной, то при $\gamma \rightarrow \infty$ значение σ_Ω^2 неограниченно возрастает. Энергетический спектр флуктуаций частоты

$$W_\Omega(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \cos \omega \tau B_\Omega(\tau) d\tau \quad (6)$$

и в том, и в другом случаях остается конечной величиной. Проведем сопоставление влияния усреднения и нормализации сигналов на E_s в больших апертурах.

2. Усреднение флуктуаций

В случаях малых флуктуаций в соответствии с (2) можно записать, что в рамках гипотезы замороженности

$$B_\Omega(\tau) = -B_\varphi''(\tau); \quad B_\varphi(\tau) = \frac{1}{s^2} \int \int (d^2 \mathbf{r}_1) \int \int (d^2 \mathbf{r}_2) B_\varphi^{(0)}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 + \mathbf{v} \tau), \quad (7)$$

где $B_\varphi^{(0)}(\mathbf{r})$ – функция пространственной корреляции фазы поля приходящей волны в плоскости апертуры; \mathbf{v} – скорость переноса неоднородностей относительно апертуры. Энергетический спектр флуктуаций частоты вычисляется с помощью преобразования Фурье из (7) и имеет вид

$$W_{\Omega}(\omega) = \omega^2 \int_{\omega/v}^{\infty} |I(\kappa)|^2 \frac{W_{\Phi}^{(0)}(\kappa) \kappa d\kappa}{2\pi\sqrt{(\kappa v)^2 - \omega^2}}. \quad (8)$$

Здесь $W_{\Phi}^{(0)}(\kappa)$ – пространственный спектр изотропных флуктуаций фазы волнового поля. Функция $I(\kappa)$ представляет собой диаграммную функцию, которая для круглой апертуры с радиусом a выражается через функцию Бесселя $I(\kappa) = 2 J_1(\kappa a) / \kappa a$. Для удобства расчетов обычно производят аппроксимацию [2]

$$I(\kappa) = \exp[-(\kappa a)^2 / 4],$$

и погрешность при этом остается малой.

Многочисленные теоретические и экспериментальные исследования по распространению волн в турбулентных средах показывают, что энергетический спектр флуктуаций фазы в главной своей части может быть описан степенной зависимостью [9, 10] $W_{\Phi}^{(0)}(\kappa) = W_0 \kappa^{-\alpha}$, где спектральный индекс α близок к 11/3. В рамках сделанных упрощений интеграл (8) равен [5, 10]

$$W_X(\omega) = W_X^{(0)}(\omega) \Psi[1/2, (3 - \alpha)/2, (a \omega / 2 v)^2] \exp[-(a \omega / 2 v)^2],$$

где

$$W_X^{(0)}(\omega) = W_0 c_{\alpha} v^{\alpha-2} \omega^{\alpha-3} / 4, \quad (c_{\alpha} \equiv \Gamma((\alpha - 1)/2) / \sqrt{\pi} \Gamma(\alpha/2))$$

представляет собой энергетический спектр флуктуаций частоты исходного волнового поля, прошедшего турбулентную среду, а множитель $\Psi(a, b, z^2)$ – вырожденная гипергеометрическая функция [10]. При $(a \omega / 2 v) \rightarrow 0$, как и следовало ожидать, $W_{\Omega}(\omega) = W_{\Omega}^{(0)}(\omega)$. При $(a \omega / 2 v) \gg 1$ величина $\Psi(a, b, z^2) \simeq z^{-1}$ и

$$W_{\Omega}(\omega) = W_{\Omega}^{(0)}(\omega) H(\omega), \quad (9)$$

где $H(\omega) = \exp[-(a \omega / 2 v)^2] / (a \omega / 2 v)$ описывает усредняющее действие апертуры конечных размеров и отражает эффект пространственной фильтрации апертуры, который с учетом гипотезы замороженности трансформировался в область временных частот. Вид функции $H(\omega)$ определяется типом апертуры. Результат (9) отражает суть эффекта усреднения больших апертур.

3. Нормализация флуктуаций

Для исследования эффекта нормализации будем исходить из представления спектра флуктуаций фазы кармановской моделью

$$W_{\Phi}^{(0)}(\omega) = W_{\alpha} (\omega_0^2 + \omega^2)^{-(\alpha-1)/2}, \quad (10)$$

где $W_{\alpha} = \sigma_{\Phi}^2 \omega_0^{\alpha-2} c_{\alpha} (\alpha - 2)/2$ и σ_{Φ}^2 – дисперсия флуктуаций фазы. Соответствующий (10) коэффициент корреляции фазы имеет вид [10]

$$R_{\Phi}^{(0)}(\tau) = K_{\nu}(\omega_0 \tau) (\omega_0 \tau)^{\nu} / \Gamma(\nu) 2^{\nu-1}, \quad \nu = \alpha / 2 - 1.$$

Полагая, что флуктуации фазы ϕ распределены по нормальному закону, для коэффициента корреляции квадратур поля можно записать

$$R = B(\tau) / B(0), \quad B(\tau) = \exp[-D(\tau) / 2] - \exp[-D(\infty) / 2]. \quad (11)$$

Здесь $D(\tau)$ – структурная функция фазы: $D(\tau) = 2\sigma_{\Phi}^2 [1 - R_{\Phi}^{(0)}(\tau)]$. При $\sigma_{\Phi}^2 \gg 1$ все упрощается: $R(\tau) = \exp[-D(\tau) / 2]$.

Волновое поле E при суммировании по апертуре подвергается низкочастотной фильтрации и нормализуется. Влияние фильтрации описано в предыдущем разделе, поэтому, сосредоточивая здесь основное внимание на эффекте нормализации, будем пока считать, что $R(\tau)$ не меняется при усреднении. Приведенная для случая нормализации больших флуктуаций вол-

нового поля формула (5) позволяет сразу приступить к оценке $W_{\Omega}(\omega)$. Согласно (6) после интегрирования по частям имеем

$$W_{\Omega}(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} d[B_{\Omega}(\tau)] \sin \omega\tau/\omega,$$

где функция $B_{\chi}(\tau)$ задается выражениями (5) и (11). Аналитическое интегрирование здесь можно провести лишь в асимптотическом случае $\omega \rightarrow \infty$, когда основной вклад в интеграл вносят значения подынтегральной функции в малой окрестности точки $\tau = 0$. Учитывая при этом [10],

$$D(\tau) = 2\sigma_{\varphi}^2(\omega_0 \tau / 2)^{2\nu} \Gamma(1 - \nu) / \Gamma(1 + \nu),$$

в результате интегрирования получаем [11]

$$W_{\Omega}(\omega) = W_{\Omega}^{(0)}(\omega) \ln(\omega/\omega_0)^{\nu} \quad (12)$$

и это справедливо при $\omega \gg \omega_0$.

Таким образом, нормализация сигнала на выходе приемной апертуры при больших фазовых флуктуациях волнового поля приводит к неограниченному возрастанию веса корреляции флуктуаций частоты сигнала при малых разносах (дисперсии флуктуаций) и как следствие к замедлению спада исходного спектра в области высоких частот на величину логарифмического множителя. Чем шире спектр флуктуаций исходного волнового поля, тем существенней проявление этого эффекта.

Добавление к эффекту нормализации усредняющего действия приемной апертуры приведет к появлению в (12) множителя $H(\omega)$, описывающего низкочастотную фильтрацию.

4. Общий случай и численные результаты

Численный анализ формирования энергетического спектра $W_{\Omega}(\omega)$ может быть проведен с последовательным использованием дискретного преобразования Фурье (ДПФ) к $W_{\varphi}^{(0)}(\omega)$ вида (10) для вычисления $R_{\varphi}^{(0)}(\tau)$, подстановки получающейся $D(\tau)$ в (11), расчета $B_{\Omega}(\tau)$ по формуле (3) и, наконец, использования обратного ДПФ для вычисления $W_{\Omega}(\omega)$. Численное дифференцирование в (3) с минимальными погрешностями выполняется с использованием сплайн-аппроксимации. Выбор общей формулы (3) является предпочтительным по сравнению с асимптотиками (4) и (5), поскольку позволяет проанализировать непрерывный переход от малых к большим флуктуациям.

На рис. 1 представлены результаты численного расчета изменения спектра $W_{\Omega}(\omega)$ от частоты $f = \omega / 2\pi$ для различных дисперсий фазы (кривые 1–4) при заданной частоте внешнего масштаба $f_0 = \omega_0 / 2\pi = 10^{-3}$ Гц. Для сравнения штриховой прямой показана скорость спада спектра, соответствующего колмогоровской модели с $\alpha = 11/3$. Видно, что влияние нормализации на формирование спектра флуктуаций частоты незначительно при малых флуктуациях $\sigma_{\varphi}^2 \ll 1$ и постепенно нарастает при увеличении σ_{φ}^2 . Это согласуется с асимптотикой (12).

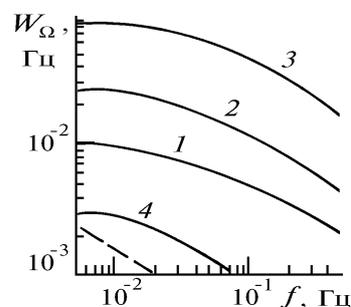


Рис. 1. Изменение энергетического спектра флуктуаций частоты в приемной апертуре для различной интенсивности флуктуаций фазы: 1– $\sigma_{\varphi} = 1$; 2– $\sigma_{\varphi} = 2$; 3– $\sigma_{\varphi} = 5$; 4– $\sigma_{\varphi} = 0,2$

Влияние возрастания частоты внешнего масштаба f_0 на форму $W_\Omega(\omega)$ иллюстрирует рис. 2 (кривые 1–3). Видно, что увеличение частоты f_0 , во-первых, приводит к увеличению интенсивности флуктуаций частоты в целом и, во-вторых, к ослаблению влияния эффекта нормализации. Оценка (12) и соотношение (10) подтверждают это.

С целью исследования усредняющего эффекта большой апертуры корреляционная функция волнового поля $B(\tau)$ была подвергнута низкочастотной фильтрации с передаточной функцией

$$H(\omega) = \exp [- (\omega/\omega_m)^2].$$

Результат вычисления спектра $W_\Omega(\omega)$ при $f_m = \omega_m / 2\pi = 0,1$ Гц изображен кривой 4 на рис. 2. Здесь же для сравнения кривой 5 изображен результат расчета $W_\Omega(\omega)$, если низкочастотную фильтрацию с той же $H(\omega)$ провести в исходном спектре флуктуаций фазы волнового поля. Видно, что усредняющее действие апертуры, главным образом, отфильтровывает высокочастотные составляющие с $f > f_m$. Эффекты понижения высокочастотных флуктуаций в спектре фазы исходного волнового поля и усредняющего действия приемной апертуры приблизительно равнозначны при $f \leq f_m$, а при $f > f_m$ действия апертуры несколько сильнее.

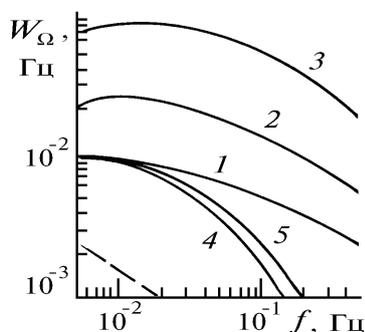


Рис. 2. Изменение энергетического спектра флуктуаций частоты в приемной апертуре при возрастании внешнего масштаба (1–3), введении усреднения (5) в спектре флуктуаций фазы и усреднения в апертуре (4): 1 – $f_0 = 0,001$ Гц; 2 – $f_0 = 0,002$; 3 – $f_0 = 0,005$; 4, 5 – $f_m = 0,1$ Гц

Полученные результаты и численные оценки возможных спектральных искажений частоты монохроматического излучения при просвечивании турбулентных сред позволяют уверенно проводить разделение эффектов, связанных с действием сред распространения и с искажающим влиянием больших приемных апертур, когда принимаются относительно слабые сигналы.

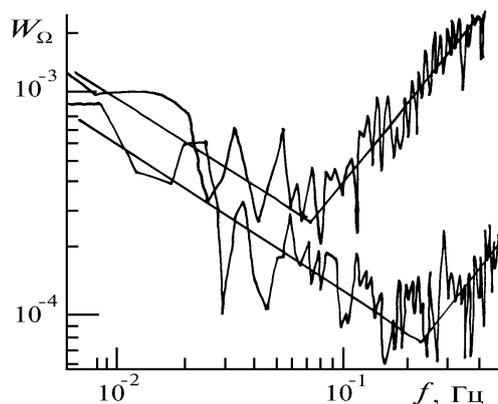


Рис. 3. Энергетические спектры флуктуаций частоты при радиопросвечивании

Так, на рис. 3 приведены энергетические спектры частотных флуктуаций, наблюдавшихся 14 марта 1986 года в ходе экспериментов с космическим аппаратом <Вега-1>. Использовалось монохроматическое радиоизлучение бортовых передатчиков на двух длинах волн 32 и 5 см, 1372

которое на своем пути к Земле испытывало возмущающее влияние межпланетной среды и затем земной атмосферы. Прием излучения проводился в г. Уссурийске с использованием полуповоротной параболической антенны диаметром 72 м. Частота излучения в ходе измерений усреднялась с 1-секундной постоянной времени. Дисперсионным способом было разделено влияние ионизированной (верхняя зависимость) и нейтральной (нижняя зависимость) компонент сред распространения, которые должны быть соотнесены с ионосферой и тропосферой. Приведенные к длине волны 32 см эти зависимости характеризовались уровнями флуктуаций частоты $\sigma_f = 0,057 \pm 0,011$ Гц и $\sigma_f = 0,017 \pm 0,002$ Гц соответственно.

В среднем колмогоровские в области низких частот энергетические спектры начинают возрастать в области верхних частот. Эквивалентный спектральный индекс, уменьшаясь примерно на 2, приближается к 1,67. В свете проведенного выше анализа такое изменение не может быть отнесено ни к усредняющему, ни к нормализующему влиянию большой апертуры. Атмосфере Земли соответствует низкочастотная колмогоровская часть спектров, и тогда, очевидно, высокочастотный участок спектров относится к межпланетной среде. Разносторонние исследования по просвечиванию неоднородностей солнечного ветра в широком диапазоне гелиорасстояний свидетельствуют о большой близости его спектра к колмогоровской модели, а спектрального индекса к $\alpha = 11/3$ [5]. Таким образом, наблюдавшийся участок спектра однозначно должен быть отнесен к следу кометы Галлея, через который проходила радиотрасса во время просвечивания. Геометрия эксперимента представлена на рис. 4, где точкой 1 отмечено положение наибольшего сближения космического аппарата с кометой (около 7 тыс. км), происшедшего 6 марта 1986 года.

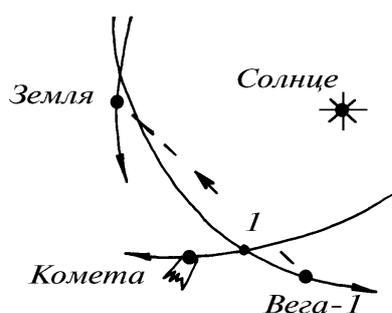


Рис. 4. Геометрия эксперимента

Интересно, что интенсивность нейтральной составляющей неоднородностей следа кометы на порядок меньше интенсивности ионизированной составляющей. Спектр неоднородностей той и другой составляющих одного физического происхождения и описывается спектральным индексом $\alpha = 1,67$. Как показывают исследования, такая ситуация характерна для анизотропных неоднородностей [12].

Заключение

Проведенный анализ искажающего влияния больших приемных апертур при просвечивании турбулентных сред показал, что сводящееся к усреднению и нормализации выходного сигнала, оно приводит соответственно к низкочастотной фильтрации и логарифмическому замедлению степенного убывания высокочастотных спектральных составляющих флуктуаций частоты сигналов. Этот вывод необходимо учитывать при интерпретации данных радио- и оптического просвечивания и диагностики сред. С учетом существующей прямой связи частотных вариаций поля и направления прихода излучения полученные результаты могут быть обобщены для описания флуктуаций углов прихода излучения в турбулентных средах при пространственном спектральном анализе волновых полей системами с большой апертурой.

1. Шифрин Я. С. Вопросы статистической теории антенн. М.: Сов. радио, 1970. 384 с.
2. Гурвич А. С., Кон А. И., Миронов В. Л., Хмелевцов С. С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
3. Кравцов Ю. А., Фейзулин З. И., Виноградов А. Г. Прохождение радиоволн через атмосферу Земли. М.: Радио и связь, 1983. 224 с.

4. Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В. Оптика турбулентной атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1988. 270 с.
5. Яковлев О.И. Распространение радиоволн в космосе. М.: Наука, 1985. 216 с.
6. Rice S.O. // BSTJ. 1948. V. 27. N 1. P. 109–157.
7. Wachman N.M. // IEEE Trans. 1964. V. IT–10. N 3. P. 235–241.
8. Тихонов В.И. Нелинейные преобразования случайных процессов. М.: Радио и связь, 1986. 296 с.
9. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.
10. Исмару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т. 2. М.: Мир, 1981. 317 с.
11. Бейтман Г., Эрдей А. Таблицы интегральных преобразований. Т. 1. М.: Наука, 1969. 343 с.
12. Гершман Б.Н., Ерухимов Л.М., Яшин Ю.Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. М.: Наука, 1984. 392 с.

Томский государственный университет
им. В.В. Куйбышева

Поступила в редакцию
27 июля 1993 г.

V. P. Yakubov. Spectral Distortions of Signals Occurring on Big Apertures at Propagation through Turbulent Media.

In this study we have analyzed both numerically and using asymptotics the distorting effects of a low frequency filtration and normalizing in the systems of large apertures on the signal spectrum at propagation through turbulent media.