

## ТУРБУЛЕНТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ И ОКЕАНЕ

УДК 538.574.8

Г.Я. Патрушев, О.А. Рубцова

### ПЛОТНОСТЬ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ФЛУКТУАЦИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ И СВЕТОВОГО ПОТОКА ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ И ОТРАЖЕНИИ ИЗЛУЧЕНИЯ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

Анализируются результаты выполненных в последние годы исследований теоретических моделей и экспериментальные данные по плотности вероятностей флуктуации интенсивности и светового потока оптического излучения в турбулентной атмосфере. Рассматриваются  $K$ -распределение, универсальное, Бекмана,  $I$ - $K$ -распределение. Анализируются погрешности определения высших нормированных моментов и влияние динамического диапазона аппаратуры на оценку плотности вероятностей флуктуаций. Сравнительный анализ экспериментальных данных и модельных распределений показывает, что  $K$ -распределение асимптотически более точно описывает насыщенные флуктуации ( $\beta_0 \gtrsim 10$ ), чем логарифмически нормальное распределение, а также аппроксимирует экспериментальные данные при отражении от матрицы угловых отражателей при распространении в дожде для больших оптических толщ. Флуктуации светового потока при отражении от зеркальных объектов при приеме на распределенную апертуру практически всегда подчиняются логарифмически нормальному закону.

Выполненные экспериментальные исследования позволяют считать, что при произвольных значениях параметра  $\beta_0$ , характеризующих условия распространения, суперпозиция полей, амплитуды которых распределены по  $K$ - и логарифмически нормальному закону, является предпочтительной для описания экспериментальных данных.

#### 1. Введение

Плотность вероятностей флуктуаций интенсивности и светового потока излучения является наиболее полной одноточечной статистической характеристикой и определяет надежность и помехоустойчивость оптической линии связи [1–3], шумы угловых и дальномерных оптических систем, работающих в атмосфере [4]. После основополагающей монографии В.И. Татарского [5], подробно рассмотревшего плотность вероятностей для слабых флуктуаций интенсивности, случай сильных флуктуаций рассматривался в монографиях [6, 7, 8]. В последнее время был получен ряд новых экспериментальных данных и рассмотрены новые теоретические модели, описывающие плотность вероятностей флуктуаций оптической волны. Интерес к этой проблеме, помимо ее практической важности [1–4], связан также с тем, что удовлетворительной теоретической модели, описывающей плотность вероятностей во всем диапазоне турбулентных условий, даже для прямой трассы распространения в настоящее время еще не создано, а имеющиеся экспериментальные результаты не позволяют отдать предпочтение той или иной модели для сильных флуктуаций интенсивности. В сравнительно небольшом числе работ рассматривались флуктуации интенсивности и светового потока при отражении в турбулентной атмосфере, а также при наличии осадков.

В монографиях и обзорах, рассматривающих статистику флуктуации интенсивности [6, 7, 8], недостаточно внимания уделяется некоторым существенным для экспериментов вопросам точности измерений.

В настоящей статье рассматриваются и анализируются имеющиеся теоретические модели распространения и реальные точности измерения статистик флуктуаций и проводится сравнение экспериментальных данных (полученных, главным образом, с участием одного из авторов) с теоретическими моделями флуктуаций, предложенными в последние годы.

#### 2. Теоретические модели плотности вероятностей флуктуаций света при распространении в турбулентной атмосфере

Когда излучение проходит через среду со случайным полем показателя преломления, то часть потока энергии рассеивается, при этом вид функции плотности распределения вероятности интенсивности определяется механизмом рассеяния. В качестве простого примера можно рассмотреть модель однолучевого распространения, когда излучение рассеивается вперед не-

однородностями, расположенными на оси передатчик–приемник. Если результирующее поле есть результат суммирования большого числа рассеянных вперед компонент, то, применяя центральную предельную теорему к выражению для логарифма амплитуды поля волны, можно сделать вывод, что амплитуда, а следовательно, и интенсивность имеют логарифмически нормальное распределение:

$$P(I) = (\sqrt{2\pi\sigma} I)^{-1} \exp \left[ - (1/2\sigma^2) (\ln I - \xi)^2 \right]; \quad (1)$$

$$\sigma = \ln(1 + \beta^2), \quad \xi = \ln[\langle I \rangle / (1 + \beta^2)^{1/2}],$$

где  $\beta^2 = (\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2) / \langle I \rangle^2$  – нормированная дисперсия интенсивности  $I$ , или индекс мерцаний,  $\langle \dots \rangle$  означает усреднение по ансамблю. Эта модель впервые была предложена и обоснована В.И. Татарским [5] для плоских волн, она также была развита для другой геометрии луча, в частности, для сферических волн [8, 9]. Имеется достаточно большой экспериментальный материал [6, 10, 11], подтверждающий логарифмически нормальные статистики как для амплитуды, так и для интенсивности излучения. Однако и теоретический анализ, и экспериментальные результаты говорят о том, что эта модель применима лишь при определенных условиях распространения. Действительно, трасса должна быть достаточно длинной, чтобы соблюдалось выполнение условий применимости центральной предельной теоремы и достаточно короткой, чтобы эффекты многолучевости за счет рассеяния неосевыми вихрями не вносили заметный вклад в результирующее поле. Значение этих эффектов определяется также силой атмосферной турбулентности. Считается, что универсальным параметром, характеризующим условия распространения на трассе, является величина  $\beta_0$  [6]:

$$\beta_0(L) = 1,23 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6},$$

где  $C_n^2$  – структурная характеристика поля показателя преломления;  $L$  – длина трассы;  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число. Можно сказать, что флуктуации интенсивности хорошо описываются логарифмически нормальным распределением в случае слабых флуктуаций в области значений  $\beta_0 < 1$ , при этом длина трассы  $L$  должна быть много больше внешнего масштаба турбулентности  $L_0$  ( $L_0 \ll L$ ).

Некоторые авторы пытались распространить логарифмически нормальную модель на область сильных флуктуаций [12, 13, 14], аппроксимировать экспериментально полученное распределение в этой области модифицированным логарифмически нормальным [15], но без особого успеха, поскольку оставались при этом в рамках модели однолучевого распространения. Кроме того, логарифмически нормальная модель предсказывает бесконечный рост флуктуаций интенсивности с ростом  $\beta_0$  [16], но этого не происходит. Фактически флуктуации возрастают лишь до определенных максимальных значений, после которых они постепенно уменьшаются с увеличением  $\beta_0$ .

В области сильных флуктуаций (точнее, в режиме насыщения), когда  $\beta_0 \gg 1$ , результирующее поле представляет собой суперпозицию многократно рассеянных волн. Если считать, что составляющие этого результирующего поля статистически независимы и многочисленны, то применение центральной предельной теоремы приводит к рэлеевскому распределению суммарной амплитуды, а следовательно, интенсивности – к экспоненциальному

$$P(I) = \langle I \rangle^{-1} \exp(-I/\langle I \rangle). \quad (2)$$

Вывод о применимости экспоненциального распределения был сделан и на основе асимптотического анализа поведения нормированных  $\langle \tilde{I} \rangle$  моментов интенсивности [17]:

$$\langle \tilde{I}^n \rangle = n! [1 + 0,21 \beta_0^{-4/5} n(n-1)].$$

В предельном случае ( $\beta_0 \rightarrow \infty$ ) это выражение приводит к соотношению для моментов интенсивности, которое соответствует экспоненциальному распределению. Однако в реальной атмосфере  $\beta_0$  принимает конечные значения, кроме того, для атмосферной турбулентно-

сти, где реализуется широкий диапазон масштабов неоднородностей, компоненты рассеянных полей оказываются частично коррелированными за счет крупных неоднородностей, что приводит к отклонению суммарной интенсивности от экспоненциального закона. Эта модель может рассматриваться лишь как предельный случай для области очень сильных флуктуаций, условия реализации которых в атмосфере пока не ясны.

Наибольшее распространение для области насыщения получило так называемое  $K$ -распределение [18–21]:

$$\langle I \rangle P(I) = (2/\Gamma(y)) y^{(y+1)/2} I^{(y-1)/2} K_{y-1} [2(Iy)^{1/2}]; \quad (3)$$

$$y = 2/(\beta^2 - 1), \quad y > 0,$$

где  $K_\nu(z)$  – модифицированная функция Ганкеля [22]. Оно было получено в предположении, что излучение рассеивается биномиально распределенной популяцией объектов в пределе большого среднего числа объектов, а так как рассеянное поле можно представить двумерным вектором, то к процессу рассеяния можно применить результаты случайных блужданий на плоскости с биномиальным распределением числа шагов. Предельным случаем решения этой задачи и является  $K$ -распределение. При очень больших значениях  $\beta_0 \rightarrow \infty$ , параметр  $\beta \rightarrow 1$ , оно сводится к экспоненциальному. С момента введения этого распределения было показано [18, 20, 23], что оно является очень полезным для моделирования негауссовых статистических свойств излучения, рассеянного такими различными объектами, как земная и морская поверхности, протяженная и локализованная турбулентность, но оно ограничено состоянием, для которых индекс мерцаний  $\beta^2 \geq 1$ , что делает невозможным использование этого распределения в режиме слабой турбулентности. Естественно, были предприняты попытки распространить  $K$ -распределение на эту область. В частности, модель обобщенного  $K$ -распределения была предложена Баракатом [24] и рассматривалась также в [25, 26]. Согласно этой модели

$$\langle I \rangle P(I) = \frac{2N}{\Gamma(N)} \left( \frac{N}{\xi} \frac{I}{\langle I \rangle} \right)^{(N-1)/2} \left( \xi + \frac{\nu^2}{4} \right)^{(N+1)/2} I_0 \left\{ \nu \left[ \left( \xi + \frac{\nu^2}{4} \right) \frac{I}{\langle I \rangle} \right]^{1/2} \right\} K_{N-1} \left\{ 2 \left[ \xi N \left( \xi^2 + \frac{\nu^2}{4} \right) \frac{I}{\langle I \rangle} \right]^{1/2} \right\}; \quad (4)$$

$$\xi = 1 + \nu^2/4N,$$

где  $N$  – число рассеивающих центров;  $\nu$  – параметр, ответственный за фазовые флуктуации;  $I_0(x)$  – функция Бесселя нулевого порядка. В этой модели вектор рассеянного электрического поля является результатом случайных блужданий в плоскости с направленным смещением, соответствующим неравномерному распределению фазы. Баракат предположил, что случайная фаза подчиняется распределению Мизеса [24] и среднее число шагов стремится к бесконечности. Результирующая плотность вероятностей флуктуаций интенсивности является  $K$ -распределением в режиме сильной турбулентности, а в режиме слабой турбулентности она стремится к функциональной форме, идентичной обобщенному распределению Райса, и хотя, как указывалось в [26], простое обобщение распределения Мизеса на  $n$  измерений не является очевидным, распределение предложенное Баракатом, имеет много привлекательных черт.

Обычно статистические модели для флуктуаций интенсивности основываются на предположении, что атмосферная турбулентность стационарна, однородна и изотропна. Даже если однородность и изотропность являются разумными предположениями во многих состояниях турбулентности, предположение стационарности имеет, вероятно, смысл только на очень коротких промежутках времени, в течение которых параметры турбулентности остаются существенно постоянными на трассе распространения. При длительных периодах времени, таких, которые согласуются с экспериментальными измерениями, эти параметры турбулентности будут, вероятно, флуктуировать случайным образом. С этим, в частности, связано проявление эффекта турбулентной перемежаемости [27]. С учетом этих рассуждений, еще одной попыткой обобщить  $K$ -распределение на случай слабых флуктуаций является введение  $I$ - $K$ -распределения [28, 29].

$$P(I) = \begin{cases} (2\alpha/b_0)(\sqrt{I/A})^{\alpha-1} K_{\alpha-1}(2A\sqrt{\alpha/b_0}) I_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha I/b_0}), & I < A^2, \\ (2\alpha/b_0)(\sqrt{I/A})^{\alpha-1} I_{\alpha-1}(2A\sqrt{\alpha/b_0}) K_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha I/b_0}), & I > A^2, \end{cases} \quad (5)$$

где  $\alpha$  – параметр, связанный с числом рассеивателей;  $b_0$  – абсолютное среднее значение интенсивности случайной компоненты оптического поля;  $I_\nu(z)$  и  $K_\nu(z)$  – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода соответственно [22]. Это распределение появилось из представления оптической волны как двоякостохастического случайного процесса. Учитывая нестационарную природу атмосферной турбулентности, интенсивность оптического поля описывалась как условный случайный процесс, подчиняющийся распределению Райса–Накагами, как предписывает борновское приближение. Эффект случайных флуктуаций в параметрах турбулентности моделируется случайными изменениями средней интенсивности или дисперсией поля. Таким образом, когда распределение Райса–Накагами усредняют при гамма-статистиках для флуктуации дисперсии поля, получают  $I$ - $K$ -распределение как безусловную функцию плотности вероятностей для интенсивности. Сравнивая нормированные моменты этого распределения с экспериментальными, авторы модели получили хорошее соответствие в широких пределах значений параметра  $\beta_0$ . Основная трудность в использовании  $I$ - $K$ -распределения состоит в определении функциональной формы его параметров, их связи с физическими параметрами турбулентности и оптической волны. Техника для выбора параметров, предложенная в [30], является лишь приблизительной и оставляет некоторую неопределенность в этом вопросе.

Однако впервые подобная модель флуктуаций интенсивности в физически более наглядном представлении была рассмотрена в [30а], где плотность распределения вероятностей  $P(I)$  строится на основе представления о двух типах рассеивающих неоднородностей: мелкомасштабных, приводящих к нормализации поля волны, и крупномасштабных, которые модулируют мелкомасштабную турбулентность и тем самым денормализуют суммарное поле волны. При  $\beta_0^2(L) \gg 1$  функция плотности распределения, полученная путем усреднения по обоим типам рассеяния поля, имеет вид

$$P(I) = \int_0^{\infty} P_1(I, \langle I_n \rangle) P_2(\langle I_n \rangle) d\langle I_n \rangle,$$

где  $P_1(I, \langle I_n \rangle) = \langle I_n \rangle^{-1} \exp[-I/\langle I_n \rangle]$  – локальная экспоненциальная функция распределения интенсивности, полученная за счет рассеяния на мелкомасштабных неоднородностях;  $P_2(\langle I_n \rangle)$  – плотность вероятностей, описывающая влияние крупномасштабных неоднородностей. С физической точки зрения, флуктуации интенсивности зависят как от среднего числа лучей, проходящих в точку (действие мелкомасштабных неоднородностей), так и от дисперсии этого числа (действие крупномасштабных неоднородностей).

Для спектра атмосферной турбулентности показателя преломления, соответствующего закону Колмогорова–Обухова, в соответствии с [30б] плотность вероятностей интенсивности запишется в виде

$$P(I) = \begin{cases} \exp(-I)[1 + 0,724 \beta_0^{-0,8}(1 - 2I + 1/2 I^2)], & I \leq \beta_0^{-0,4}, \\ \exp[-I(1 - 1/1,45 \beta_0^{-0,8} I)], & \beta_0^{-0,4} \leq I \leq \beta_0^{-0,8}, \\ 1,06 \beta_0^{0,24} I^{-0,3} \exp[-1,5 \beta_0^{0,24} I^{0,7}], & I \geq \beta_0^{-0,8}. \end{cases} \quad (5a)$$

Сравнение с экспериментом приводится ниже, здесь же отметим, что  $P(I)$  в виде (5а) не удовлетворяет условию нормировки и терпит разрывы на стыках интервалов изменения аргумента.

Приведенные выше модели описывают флуктуации интенсивности оптического излучения главным образом либо в слаботурбулентном режиме, либо в режиме насыщения, не давая удовлетворительного описания промежуточной, довольно обширной области, которая наиболее интересна для практики. Для этого случая в ряде работ предлагалось использовать так называемые смеси распределений [31], когда поле оптического луча в месте приема предполагается состоящим из двух компонент

$$A e^{i\varphi} = A_1 e^{i\varphi_1} + A_2 e^{i\varphi_2},$$

первая из которых  $A_1 e^{i\varphi_1}$  обусловлена рассеянием излучения вперед на неоднородностях, расположенных на оси передатчик–приемник и имеет логарифмически нормальное распределение амплитуды  $A_1$  и нормальное – фазы  $\varphi_1$ . Вторая компонента  $A_2 e^{i\varphi_2}$  связана с многократным рассеянием

ем неосевыми неоднородностями и имеет рэлеевское распределение амплитуды  $A_2$  и равномерное – фазы  $\varphi_2$ . На основе этой модели были, в частности, предложены распределение Бэкмана [32]

$$P(I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{I_1}m_{I_2}} \int_0^{\infty} \frac{dI_1}{I_1} \exp\left[-\frac{(\ln I_1 - m_{I_1})^2}{2\sigma_{I_1}^2} - \frac{I + I_1}{m_{I_2}}\right] I_0\left(\frac{2\sqrt{II_1}}{m_{I_2}}\right), \quad (6)$$

где  $\sigma_{I_1}$  и  $m_{I_2}$  – соответственно дисперсия и среднее значение логарифма интенсивности логарифмически нормальной компоненты;  $m_{I_2}$  – среднее значение интенсивности рэлеевской компоненты поля;  $I_0(x)$  – модифицированная функция Бесселя первого рода и универсальное распределение [33]

$$P(I) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} z J_0(z\sqrt{I}) {}_1F_1(M, 1; -\frac{cz^2}{4M}) {}_1F_1(m, 1; -\frac{bz^2}{2m}) dz; \quad (7)$$

$c = \langle A_1^2 \rangle, \quad b = \langle A_2^2 \rangle,$

где  ${}_1F_1(\alpha, \beta, z)$  – вырожденная гипергеометрическая функция [22]. Распределение Бэкмана исследовалось в [32], где была найдена связь его параметров с характеристиками атмосферной турбулентности и трассы распространения, однако эти соотношения, полученные при помощи феноменологической модели, являются приблизительными и не дают возможности провести корректное сравнение с экспериментальными данными.

Универсальное распределение исследовалось в [34], и было показано, что оно не сводится к логарифмически нормальному при слабой турбулентности и в этом режиме существенно отличается от экспериментальных данных. Препятствием к использованию смесей является математическая сложность этих моделей. Дело в том, что в отличие от всех вышеупомянутых двухпараметровых распределений плотность вероятностей для смесей зависит от трех параметров, два из которых характеризуют распределения, составляющие смесь, а третий, так называемый параметр смеси  $r$ , определяет их соотношение

$$r = \langle A_1^2 \rangle / \langle A_2^2 \rangle.$$

Чтобы сравнить эти распределения с экспериментальными данными, надо, чтобы совпадали первые три момента распределения с экспериментальными моментами, а независимость третьего момента от второго ведет, в свою очередь, к неопределенности при нахождении параметров распределения.

Итак, мы имеем логарифмически нормальное распределение для области слабых флуктуаций,  $K$ -распределение для насыщенных флуктуаций, для промежуточной же области распределения, хорошо аппроксимирующего экспериментальные данные, пока не найдено.

Большой интерес для практики представляет случай отражения от пространственной решетки уголкового отражателя, которые используются, например, при локации космических объектов [35]. Исследование флуктуационных характеристик интенсивности и потока излучения при совместном влиянии турбулентности атмосферы и интерференции волн от отдельных отражателей, образующих решетку, проводилось в [36], однако полученное в ней выражение для плотности вероятностей флуктуаций интенсивности дает значение дисперсии флуктуаций, не согласующееся с экспериментом [34]. По-видимому, в соответствии с модельным описанием  $K$ -распределение будет неплохо аппроксимировать флуктуации интенсивности, если число уголков (рассеивающих центров) достаточно велико.

### 3. Некоторые вопросы экспериментального измерения плотности вероятности флуктуаций интенсивности

Для оценки близости распределения вероятностей случайного процесса к определенному закону в теории используется описание его последовательностью моментов [37]. Это особенно часто применяется при распространении оптических волн [38–41], что связано, по-видимому, с тем, что до недавнего времени моменты можно было сравнительно просто изме-

рять. Кроме того, существуют разработанные методы построения плотности вероятностей по конечному числу моментов [42].

Ранее отмечалось, что для насыщенных флуктуаций интенсивности в теоретических исследованиях по плотности вероятности флуктуаций используется главным образом метод моментов. При этом необходимо учитывать аппаратурные и статистические ошибки измерений, поскольку в реальной атмосфере оценки высших моментов могут сопровождаться значительными погрешностями.

Имеется ряд работ [43–45], в которых рассматривались статистические погрешности оценок высших моментов, а также вопросы согласования экспериментальных оценок точности измерения высших моментов с теоретическими результатами. Однако в [43, 44] учитывалась лишь конечная продолжительность процесса измерения  $T$  и неявно предполагалось, что за время измерений реализуются сколь угодно маловероятные значения случайного процесса, которые принимают значения на неограниченном интервале. Такая модель случайного сигнала оказывается оторванной от технической сути самого процесса измерений и при оценке высших моментов дает результаты, далекие от реальных, так как измерительная аппаратура всегда имеет ограниченный динамический диапазон и в силу самого характера процесса измерений настраивается на наиболее вероятные значения сигнала так, чтобы полнее его использовать. Это приводит к тому, что маловероятные значения случайного процесса, соответствующие большим, но конечным выбросам или глубоким замираниям, будут искажены, например, выбросы будут ограничены, а замирания искажены шумами аппаратуры. Совместное влияние обоих факторов – конечности динамического диапазона измерительной аппаратуры и времени измерения – на точность экспериментального определения высших моментов временных рядов впервые рассматривалось в [46]. В частности, рассчитывался усеченный момент  $\langle I_y^n \rangle$  как соответствующий реальным измерениям

$$\langle I_y^n \rangle = \int_{I_{\min}}^{I_{\max}} I^n P(I) dI,$$

где  $I_{\min}$ ,  $I_{\max}$  – минимальное и максимальное значения сигнала в реализации. Для логарифмически нормального распределения было получено выражение для смещения оценки  $n$ -го реального момента  $\langle I_y^n \rangle$  относительно модельного  $\langle I^n \rangle$

$$\delta_n \simeq \frac{\langle I_y^n \rangle}{\langle I^n \rangle} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{\ln I_{\max} - \xi}{\delta \sqrt{2}} - \frac{n\delta}{\sqrt{2}} \right) \right], \quad (8)$$

где  $\operatorname{erf}(z)$  – интеграл вероятностей [22], а для относительной средне-квадратической погрешности оценки усеченного момента

$$\delta_{ny} = \frac{\delta_{ny}}{\langle I_y^n \rangle} = 2 \left( \frac{\tau_k}{T} \right)^{1/2} \frac{\exp \left( \frac{n^2 \delta^2}{2} \right) \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{\ln I_{\max} - \xi}{\delta \sqrt{2}} - \frac{2n\delta}{\sqrt{2}} \right) \right]^{1/2}}{n\delta \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{\ln I_{\max} - \xi}{\delta \sqrt{2}} - \frac{n\delta}{\sqrt{2}} \right) \right]} \left[ 1 - e^{-1} \right]^{1/2}, \quad (9)$$

где  $\tau_k$  – радиус корреляции логарифмически нормального процесса.

Расчеты смещения для большинства условий эксперимента показывают, что для первого момента им можно пренебречь. Существенное занижение высших моментов начинается при  $\beta > 1$ , если  $I_{\max} < 10 \div 15 \langle I \rangle$ . Такое занижение высших моментов наблюдалось в экспериментах по распространению лазерного излучения в атмосфере [6]. Расчеты относительной средне-квадратической погрешности экспериментального момента по (9) удовлетворительно согласуются с результатами численных данных [43]. Кроме аналитических результатов в [46] были получены также данные моделирования для логарифмически нормального процесса, подтверждающие конструктивность предложенного подхода. К аналогичным [46] выводам пришли авторы [40, 41], однако они не рассматривали дисперсию оценок моментов по реальной вы-

борке. С помощью иной, чем в [46], техники вычисления в [47] было получено выражение для смещения нормированных моментов с учетом ограниченного динамического диапазона аппаратуры для  $K$ -распределения:

$$\delta_n = -\frac{2}{y^n \Gamma(y)} \sum_{i=1}^n \frac{\Gamma(n+1)\Gamma(n+y)}{\Gamma(n+1-i)\Gamma(n+y-i)} \left(\frac{z_{DS}}{2}\right)^{2n+y-2i} \left[ K_y(z_{DS}) + \frac{z_{DS}}{2(n+y-i)} K_{y-1}(z_{DS}) \right], \quad (10)$$

где  $z_{DS} = 2(I_{\max} y)^{1/2}$ ;  $\Gamma(z)$  – гамма-функция;  $K_\nu(z)$  – модифицированная функция Ганкеля [22]. Здесь же было получено выражение для смещения моментов экспоненциального распределения, модулированного логарифмически нормальным, которое предлагалось в [48] для описания флуктуаций в режиме насыщения:

$$\delta_n = -\sum_{i=1}^n \frac{n!}{(n-i)!} I_{\max}^{n-i} (1 + I_{\max} \sigma_z^2 \xi_i)^{-1/2} \exp[-i \ln \xi_i - I_{\max} \xi_i - (\sigma_z^2/2)(i + I_{\max} \xi_i)^2], \quad (11)$$

где  $\sigma_z^2 = \ln(\langle I^2 \rangle / 2)$ , а  $\xi_i$  определяется из уравнения

$$-i + 1/2 - I_{\max} \xi_i = \ln \xi_i / \sigma_z^2.$$

Из сравнения результатов [47] с результатами [46] и [49] видно, что учет ограниченного динамического диапазона аппаратуры наиболее сильно влияет на логарифмически нормальное распределение, менее – на экспоненциальное, модулированное логарифмически нормальным, и наименьшее смещение имеет  $K$ -распределение. В связи с этим усеченные моменты вышеназванных распределений идут довольно близко друг к другу и при сравнении с экспериментальными данными, с учетом статистического разброса, сложно выявить близость распределения вероятностей к тому или иному закону, поэтому необходим анализ гистограмм мгновенных значений интенсивности.

Отдельно следует сказать о поведении высших моментов смесей распределений. Для них наблюдается так называемый <эффект петли> [33], заключающийся в том, что нормированные моменты растут с увеличением интенсивности турбулентности ( $\beta_0$ ) до некоторых максимальных значений, а затем с дальнейшим ростом интенсивности турбулентности убывают до своих предельных значений  $\beta = 1$ , соответствующих экспоненциальному распределению, причем обратный ход моментов не совпадает с прямым, за счет чего и образуется <петля>. Такое поведение моментов находит объяснение при рассмотрении эмпирической зависимости среднеквадратического отклонения флуктуаций интенсивности от условий распространения на трассе [6]. Наличие <горба> у этой зависимости говорит о том, что для двух различных состояний турбулентности возможно одно значение второго нормированного момента, поэтому необходим дополнительный параметр, позволяющий различить эти состояния. Для смеси распределений таким параметром является <параметр смеси>. Если статистический разброс данных для высших моментов оказывается сравним с шириной <петли>, то невозможно определить, какой из ее ветвей они принадлежат и, следовательно, здесь также необходим анализ гистограмм мгновенных значений.

При анализе плотности вероятностей методом гистограмм важно, чтобы данные были получены с аппаратурой, имеющей достаточный для таких измерений динамический диапазон. Проиллюстрируем это на примере рис. 1, где приведены плотности распределения вероятностей  $K$ -распределения и логарифмически нормального в масштабе, когда  $\langle I \rangle = 1$ . Во всех экспериментах, как правило, данные представляются в диапазоне значений  $0,1 \leq I / \langle I \rangle \leq 25$ . Ясно, что и экспериментальные нормированные моменты, и гистограммы интенсивности будут совпадать с точностью до статистических погрешностей, которым до недавнего времени не уделялось в этих вопросах должного внимания при проведении эксперимента [20]. Заметим, что первые пять моментов флуктуаций интенсивности в указанном диапазоне значений для этих распределений (1) и (3) практически совпадают (разница существенно меньше статистической погрешности измерений). Таким образом, не только с теоретической точки зрения некоторые распределения неоднозначно определяются по бесконечному числу своих моментов [50], но также и с практической. Действительно, как показывает опыт, при эксперименте, в условиях реальной атмосферы, за время ее стационарности (примерно, как правило, не более 20–30 мин) реализуется диапазон при объеме выборки примерно 1–2 млн, если частота дискретизации не

превышает 1 кГц, так что оценивать плотность вероятностей на каком-либо интервале, имеющем плотность вероятности меньше, чем  $10^{-5}$ , не представляется возможным.

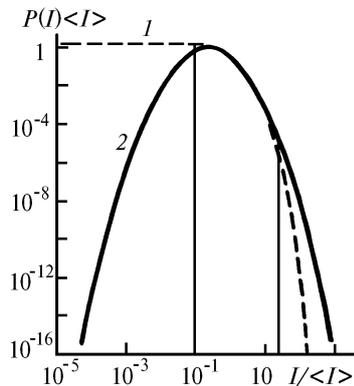


Рис. 1. Сравнение  $K$ -распределения (кривая 1) с логарифмически нормальным распределением (кривая 2) при  $\beta=1, 3$

Вопрос о точности оценок плотности вероятности для непрерывной реализации процесса на интервале длиной  $T$  рассматривался в [51], где были получены выражения для ошибки смещения

$$b \approx (W^2/24) P''(x), \quad (12)$$

где  $W$  – ширина интервала группировки;  $P''(x)$  – вторая производная функции плотности  $P(x)$  по аргументу  $x$ , и для дисперсии оценки плотности вероятности

$$D[x] \approx (P(x)/N W), \quad (13)$$

где  $N$  – объем выборки независимых значений случайной величины. Далее, как следует из теоремы о дискретном представлении процесса во временной области [51], реализацию случайного процесса с полосой частот  $B$ , заданную на интервале  $T$ , можно полностью описать ( $N = 2 B T$ ) дискретными значениями. Эти  $N$  дискретных значений не обязательно будут статистически независимыми. Тем не менее для любого данного стационарного случайного процесса, обладающего свойством эргодичности, каждая его реализация содержит  $n = N/c^2$  независимых выборочных значений, где  $c$  – постоянная, зависящая от вида ковариационной функции процесса и от величины интервала дискретности. Таким образом, из (13) следует, что

$$D[x] \approx c^2 P(x)/2 B T W. \quad (14)$$

Суммарный средний квадрат ошибки для оценки плотности вероятности получается как сумма дисперсии (14) и квадрата смещения (12), следовательно, нормированный средний квадрат ошибки равен

$$\varepsilon^2 \approx c^2/2 B T W P(x) + (W^4/576) [P''(x)/P(x)]^2. \quad (15)$$

Корень квадратный из (15) дает нормированную среднеквадратическую ошибку  $\varepsilon$ . Как следует из соотношения (15), при измерении плотности вероятности к ширине коридора  $W$  предъявляются противоречащие друг другу требования. С одной стороны, для уменьшения случайной ошибки желательно задаваться большими значениями  $W$ . С другой стороны, чтобы снизить ошибку смещения, необходимо сузить интервал  $W$ . Но проблема состоит в том, что при реальных измерениях в атмосфере время стационарности довольно ограничено и в лучшем случае  $T$  не превышает десяти минут, так что плотность  $P(x)$  в очень узком коридоре можно оценить только со значительной погрешностью.

#### 4. Анализ экспериментальных данных

Практически все экспериментальные данные для сильных флуктуаций до 1976 г. хорошо аппроксимировались логарифмически нормальным распределением. Наиболее надежными из них

являлись результаты, полученные в [52], где тщательно контролировались условия проведения эксперимента по метеоусловиям (однородность трассы по турбулентным характеристикам,  $\beta_0 \approx 5$ ), параметрам излучения; приемная апертура имела необходимое пространственное и временное разрешение. Анализ данных методом гистограмм и моментов с учетом ограниченного диапазона значений, принимаемых случайным процессом за время измерений, однозначно указал на преимущество логарифмически нормальной модели перед экспоненциальной за счет различия гистограмм в области выбросов сигнала над средним уровнем. Согласно результатам предыдущего раздела, регистрирующая аппаратура [52] имела недостаточный динамический диапазон, что не позволяло надежно оценивать область глубоких замираний сигналов [10, 53].

Близость экспериментальных данных логарифмически нормальному распределению наблюдается также при отражении сферической волны от зеркальной плоскости [10] при слабых и сильных флуктуациях интенсивности для значений параметра  $\beta_0 \leq 2,5$ .

Для сильных флуктуаций интенсивности оптических волн вблизи их фокуса  $\beta_0 \approx 2$ .  $K$ -распределение было впервые предложено в экспериментальной работе [20], где было показано, что относительные моменты интенсивности отклоняются от модели (1) и приближаются к моментам  $K$ -распределения (3). Для больших значений  $\beta_0 \approx 4$  эти выводы получили подтверждение в аналогичных экспериментах [38]. Однако в [10] для тех же значений параметра ( $\beta_0 \approx 2$ ) путем анализа данных с учетом динамического диапазона значений интенсивности в эксперименте и согласно изложенному в предыдущем разделе было отмечено, что выводы работ [20, 38] недостаточно обоснованы и существует большое различие между экспериментальной гистограммой и моделью  $K$ -распределения для глубоких замираний интенсивности  $I \ll \langle I \rangle$ , причем вероятность замираний и положение моды гистограммы указывали на большую близость к логарифмически нормальному, чем к  $K$ -распределению при  $\beta_0 \approx 2$ .

Проведенные в последнее время исследования флуктуаций интенсивности плоской волны при существенно больших, чем в [10, 52], значениях  $\beta_0 \approx 15$  показали, что в этих условиях  $K$ -распределение становится ближе к экспериментальным данным, чем логарифмически нормальное распределение в области глубоких замираний. В остальной области значений интенсивности эти данные становятся близкими настолько, что в реальных измерениях их трудно отличить [53].

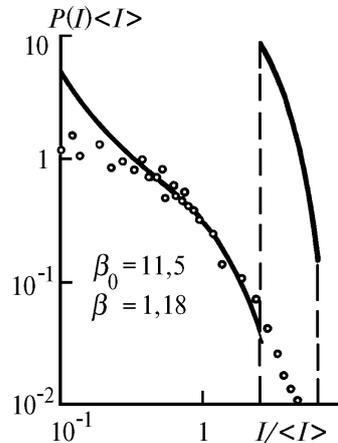


Рис. 2. Сравнение гистограммы (кружки) нормированных значений интенсивности для плоской волны с моделью (5а) (сплошные линии)

Этот вывод для сильных флуктуаций интенсивности ( $\beta_0 \approx 10 \div 12$ ) качественно согласуется с выводами [39], в которой даются оценки поправок к  $K$ -распределению для насыщенных флуктуаций интенсивности. Сравнение гистограммы насыщенных флуктуаций интенсивности плоской волны с моделью (5а) представлено на рис. 2. Наиболее близки к гистограмме значения плотности  $P(I)$  в диапазоне  $0,1 < I/\langle I \rangle < 2,5$ . При глубоких замираниях,  $0,01 \leq I/\langle I \rangle \leq 0,025$ , превышение  $P(I)$  гистограммы составляет 2–2,5 порядка; при умеренных замираниях,  $0,025 \leq I/\langle I \rangle \leq 0,1$ , различие составляет 0,5–1 порядок; в области выбросов,  $I/\langle I \rangle \geq 10$ , – примерно 3 порядка. Разрывы плотности распределения  $\Delta P(I)$  на границах диапазонов изменения аргументов в (5а) составляют:

$\Delta P(I_1) = 9,11$ ,  $I_1 = 2,66$ ;  $\Delta P(I_2) = 0,112$ ,  $I_2 = 7,06$ , т.е. здесь  $K$ -распределение значительно лучше аппроксимирует экспериментальные данные [53], чем модель (5а).

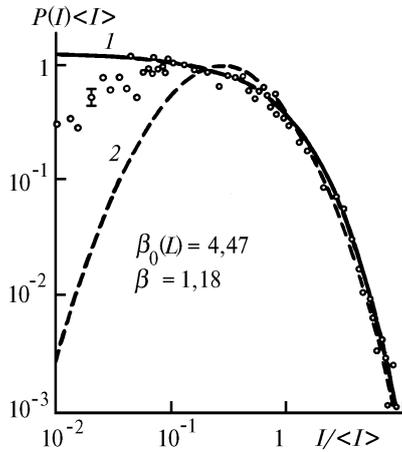


Рис. 3. Сравнение гистограммы нормированных значений интенсивности с  $K$ -распределением (кривая 1) и логарифмически нормальным распределением (кривая 2) для сферической волны, отраженной от уголкового отражателя

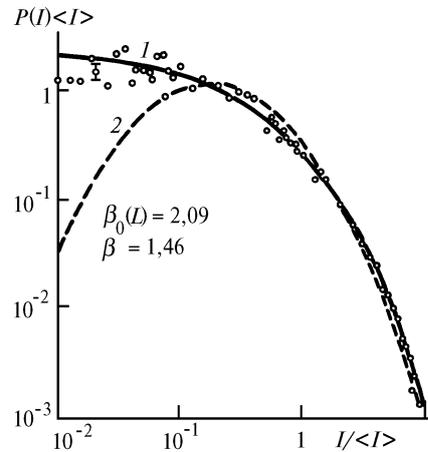


Рис. 4. Сравнение гистограммы нормированных значений интенсивности с  $K$ -распределением (кривая 1) и логарифмически нормальным распределением (кривая 2) для сферической волны, отраженной от набора 12 уголков

Близость экспериментальных данных к  $K$ -распределению наблюдается при отражении квазисферической волны от уголкового отражателя со световым диаметром  $d_{\text{оп}} = 2,5$  см на трассе  $L = 1250$  м при значении параметра  $\beta_0(L) = 4,47$ , что представлено на рис. 3. Вертикальными скобками на графике указана дисперсия оценки гистограммы, полученная согласно (13). Смещение оценки гистограммы для области глубоких замираний незначительно, и им можно пренебречь. Еще лучшее совпадение наблюдается при отражении от матрицы компактно расположенных 12 уголкового отражателей [34] (рис. 4). При этом плотность вероятностей в области насыщенных флуктуаций интенсивности, начиная с  $\beta_0(L) > 3$ , практически не изменяется в пределах статистического разброса. Последнее наблюдается также в турбулентной атмосфере при больших оптических толщах  $\tau > 3,6$ , наличии осадков [54] в условиях как прямого распространения, так и при отражении от матрицы уголкового отражателей (рис. 5).

Дополнительным параметром, определяющим статистику принятого оптического сигнала, является соотношение между размером приемной апертуры и пространственным радиусом корреляции флуктуаций интенсивности. Имеется сравнительно небольшое число работ, в которых влияние этого фактора изучалось экспериментально. Ранние результаты экспериментов приведены в [6], где указана устойчивость логарифмически нормального распределения плотности вероятностей флуктуаций светового потока к вариациям диаметра приемной апертуры, т.е. при увеличении диаметра приемной апертуры уменьшается только дисперсия флуктуаций, сама же плотность вероятностей остается логарифмически нормальной. Этот вывод остается справедливым вплоть до самых больших диаметров ( $d \approx 1$  м), при которых различие между логарифмически нормальным и распределением Рэля–Райса становится несущественным с практической точки зрения. Похожая ситуация наблюдается и при обратном рассеянии от зеркальных объектов (диск, уголок, матрица уголкового отражателей) в широком диапазоне условий распространения по параметру  $\beta_0(L)$ . На рис. 6 приведена плотность вероятностей флуктуаций светового потока  $\tilde{P}(P)$  сферической волны при отражении от зеркального диска различного диаметра при практически полном перехвате отраженного излучения апертурой диаметром 500 мм при близких значениях параметра  $\beta_0$ . Видно, что только в области выбросов и замираний имеется отличие от логарифмически нормального распределения, причем в области выбросов имеет место превышение значений логарифмически нормального распределения. Увеличение интенсивности турбулентности при тех же условиях приводит к изменению дисперсии флуктуаций потока, оставляя функциональный вид плотности вероятностей близким к логарифмически нормальному распределению (рис. 7).

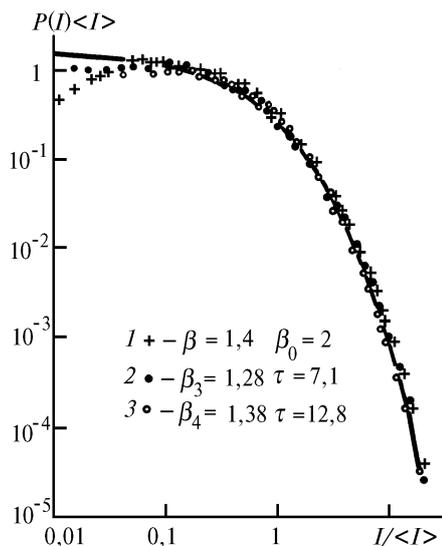


Рис. 5. Гистограмма флуктуаций интенсивности узкого коллимированного пучка при дожде (2, 3) и в турбулентной атмосфере (1) при отраженной от матрицы из 12 уголков

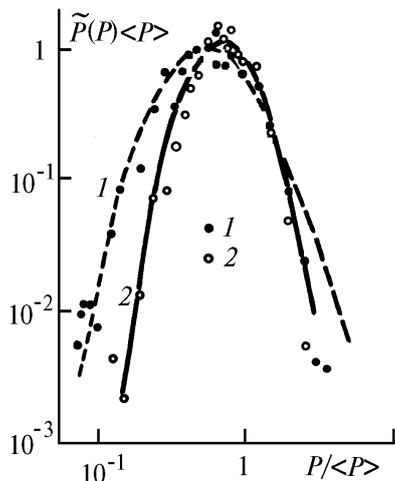


Рис. 6. Сравнение гистограмм мгновенных значений светового потока, отраженного от зеркального диска различного диаметра, с логарифмически нормальным распределением при  $\beta_0(L) \sim 3$ : 1 -  $d_{\text{отр}} = 2,5$  см,  $\beta = 0,67$ ; 2 -  $d_{\text{отр}} = 5,5$  см,  $\beta = 0,48$

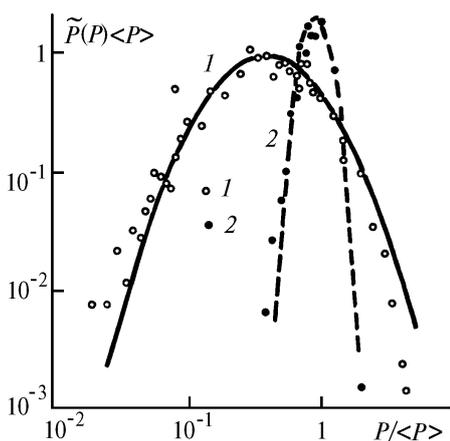


Рис. 7. Сравнение гистограммы мгновенных значений светового потока, отраженного от зеркального диска диаметром  $d_{\text{отр}} = 12,5$  см с логарифмически нормальным распределением: 1 -  $\beta_0(L) \sim 4$ ,  $\beta = 0,93$ ; 2 -  $\beta_0(L) \sim 2$ ,  $\beta = 0,21$

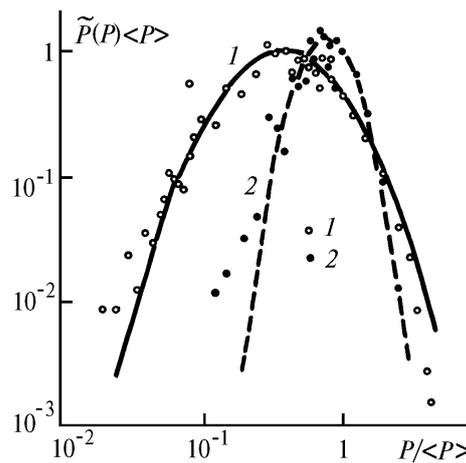


Рис. 8. Сравнение гистограмм нормированных значений светового потока, отраженного от зеркального диска (1), и набора 12 уголков (2) с логарифмически нормальным распределением  $d_{\text{отр}} = 12,5$  см,  $\beta_0(L) \sim 4$ : 1 -  $\beta = 0,93$ ; 2 -  $\beta = 0,41$

На рис. 8 приведены плотности вероятностей флуктуации светового потока через апертуру диаметром 500 м при отражении от зеркала диаметром 12,5 см и матрицы из 12 угловых отражателей, имеющей примерно ту же площадь, что и зеркальный диск. За счет того, что для рассматриваемых условий распространения матрица уголков является самофокусирующей системой [34], пространственный радиус корреляции флуктуаций интенсивности будет иметь меньшие значения, чем при отражении от эквивалентного по размеру зеркального диска, что дает большее усреднение флуктуаций по приемной апертуре, несмотря на то, что флуктуации потока на отражателе в обоих случаях примерно одинаковые (различие в параметре  $\beta_0$  невелико). Как видно, во всех рассмотренных случаях флуктуации светового потока близки к логарифмически нормальному распределению.

Таким образом, полученные в последние 10 лет экспериментальные данные по плотности вероятностей флуктуаций интенсивности определенно указывают на применимость так назы-

ваемого  $K$ -распределения для описания плотности вероятностей флуктуаций интенсивности в следующих ситуациях: 1) при значении параметра  $\beta_0 \gtrsim 10$  при прямом распространении; 2) при распространении в атмосфере с осадками в виде дождя при больших оптических толщах; 3) при отражении от матрицы уголковых отражателей. При отражении от искусственных зеркальных объектов, имеющих небольшие размеры, плотность вероятностей подчиняется логарифмически нормальному закону. Для области значений  $\beta_0$ , примыкающей к фокусу флуктуаций интенсивности, плотность вероятностей, по-видимому, должна хорошо описываться смесью, состоящей из логарифмически нормального и  $K$ -распределений.

В заключение авторы выражают признательность А.П. Ростову, А.И. Петрову, О.А. Пельмскому за участие в проведении экспериментов.

1. Казарян Р. А., Оганесян А. В. Оптические системы передачи информации по атмосферному каналу. М.: Радио и связь, 1985. 208 с.
2. Бухинник А. Ф., Кушнир В. Ф., Щелкунов К. Н. // Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника. 1978. Т. 21. N 4. С. 111.
3. Милютин В. Р., Яременко Ю. И. // Радиотехника. 1985. Т. 2. С. 11.
4. Гусаковский В. Е., Палкин С. В. // Радиотехника и электроника. 1985. Т. 30. N 10. С. 2064.
5. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.
6. Гурвич А. С., Кон А. И., Миронов В. Л., Хмелевцев С. С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
7. Зуев В. В., Банах В. А., Покасов В. В. Оптика турбулентной атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1988. 270 с.
8. Ishimaru A. Wave Propagation and Scattering Media. New York. Academic. 1978.
9. Fried D. L. // J. Opt. Soc. Am. 1967. V. 57. P. 175.
10. Патрушев Г. Я., Петров А. И., Покасов В. В. // Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1983. Т. 26. N 7. С. 823.
11. Phillips R. L., Andrews L. C. // J. Opt. Soc. Am. 1981. V. 71. P. 1440.
12. Dunphy J. R., Kerr J. R. // J. Opt. Soc. Am. 1973. V. 63. P. 981.
13. Clifford S.F., Ochs G.R., Lawrence R.S. // J. Opt. Soc. Am. 1974. V. 64. P. 148.
14. Gurvich A. S., Tatarskii V. I. // Radio Sci. 1975. V. 10. P. 3.
15. Strohbren J. W., Ting-i-Wang, Speck J. P. // Radio Sci. 1975. V. 10. P. 59.
16. Распространение лазерного пучка в атмосфере / Под ред. Д. Стробена. М.: Мир, 1981. 416 с.
17. Якушкин И. Г. // Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1978. Т. 21. N 8. С. 1194.
18. Jakeman E., Pusey P. N. // IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1976. V. AP-24. P. 806.
19. Jakeman E., Pusey P. N. // Phys. Rev. 1978. V. 40. P. 546.
20. Parry G., Pusey P. N. // J. Opt. Soc. Am. 1979. V. 69. P. 796.
21. Jakeman E. // J. Phys. A.: Math. Gen. 1980. V. 13. P. 31.
22. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовича, И. Стеган. М.: Мир, 1979. 832 с.
23. Jakeman E., Tough R. J. A. // Adv. Phys. 1988. V. 37. P. 471.
24. Varasat R. // J. Opt. Soc. Am. A. 1986. V. 3. P. 401.
25. Varasat R. // J. Opt. Soc. Am. A. 1987. V. 4. P. 1213.
26. Jakeman E., Tough R. J. A. // J. Opt. Soc. Am. A. 1987. V. 4. P. 1764.
27. Tatarskii V. I. // Radio Sci. 1987. V. 22. P. 859.
28. Andrews L. C., Phillips R. L. // J. Opt. Soc. Am. A. 1985. V. 2. P. 160.
29. Andrews L. C., Phillips R. L. // J. Opt. Soc. Am. A. 1986. V. 3. P. 1912.
30. Andrews L. C., Phillips R. L., Shivamagge V. K. // Appl. Opt. 1988. V. 27. P. 2150.
- 30а. Гочелашвили К. С., Шишов В. И. // ЖЭТФ. 1974. Т. 66. С. 1237.
- 30б. Гочелашвили К. С., Шишов В. И. Волны в случайно-неоднородных средах. М.: ВИНТИ, 1981. 144 с.
31. Векман Р. Probability in communication engineering. New York. Harcourt. 1967.
32. Милютин В. Р., Яременко Ю. И. // Радиотехника и электроника. 1980. Т. 25. N 11. С. 2273.
33. Phillips R. L., Andrews L. C. // J. Opt. Soc. Am. 1982. V. 72. P. 864.
34. Патрушев Г. Я., Петров А. И., Рубцова О. А. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. N 3. С. 277.
35. Применение уголковых отражателей при лазерной локации космических объектов // Под ред. Н.П. Ерпылаева. М.: Астросвет АН СССР, 1982. С. 143.
36. Bufton J. L., Iyer R. S., Taylor L. S. // Appl. Opt. 1977. V. 16. P. 2408.
37. Клебанов Л. Б., Мкртчян С. Т. // Теория вероятностей и ее применения. 1981. Т. 26. N 1. С. 194.
38. Parry G. // Opt. Acta. 1981. V. 28. P. 715.
39. Dashen R. // Opt. Letters. 1984. V. 10. N 4. P. 110.
40. Hill R., Churnside J. // J. Opt. Soc. Am. A. 1988. V. 5. N 3. P. 448.
41. Ferhlich R., Churnside J. // J. Mod. Opt. 1989. V. 36. N 12. P. 1645.
42. Willson G., Wrag A. // J. Just. Math. Anal. and Appl. 1973. V. 12. N 2.
43. Алексеев В. Г. // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1970. N 6. С. 171–176.
44. Орличенко А. Н. // Вопросы формирования и обработки сигналов в радиотехнических системах. Таганрог. 1978. Вып. 2. С. 195–201.
45. Монин В. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. М.: Наука, 1965. 639 с.

46. Патрушев Г.Я., Печеркина Т.П., Ростов А.П. // Автометрия. 1985. N 3. С. 22.  
 47. Cousortini A., Hill R. // Opt. Letters. 1987. V. 12. P. 304.  
 48. Churnside J., Hill R. // J. Opt. Soc. Am. A. 1987. V. 4. P. 727.  
 49. Cousortini A., Conforti G. // J. Opt. Soc. Am. A. 1984. V. 1. P. 1075.  
 50. Heyde C. // J. Royl. Stat. Soc. 1963. Ser. B. P. 392.  
 51. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. М. Мир, 1989. 540 с.  
 52. Грачева М.Е., Гурвич А.С., Ломадзе С.О. // Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1974. Т. 17. N 1. С. 105.  
 53. Патрушев Г.Я., Рубцова О.А. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. N 7. С. 716.  
 54. Патрушев Г.Я., Петров А.И. // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1986. Т. 22. N 10. С. 1050.

Институт оптики атмосферы СО РАН,  
Томск

Поступила в редакцию  
3 июня 1993 г.

G. Ya. Patrushev, O. A. Rubtsova. **Probability Densities of the Intensity and Flux Fluctuations at Propagation and Reflection of Radiation in the Atmosphere.**

In this paper we analyze some results of recent investigations of theoretical models and experimental data on the probability densities of the intensity and flux fluctuations of optical radiation in turbulent atmosphere. In doing so we consider  $K$ -, universal, Beckman, and  $I-K$  distributions of the probability density. We also analyze errors in determining highest normalized momenta of the distributions and the influence of the dynamic range of recording instrumentation on the probability density of fluctuations. As our comparative analysis of experimental data and model distributions has shown,  $K$ -distribution is asymptotically more correct for describing saturated fluctuations ( $\beta_0 \gtrsim 10$ ) than lognormal one and, in addition, it well approximates experimental data on reflection of radiation from a matrix of corner-cube retroreflectors and on propagation of radiation in rains at large optical depths. Fluctuations of the light flux reflected from specularly reflecting objects and received by a distributed aperture practically always are distributed according to the lognormal law.

Our experimental studies allowed us to arrive at conclusion that at an arbitrary value of the parameter  $\beta_0$  that characterize the conditions of light propagation a superposition of fields whose amplitudes obey the  $K$ - and lognormal distributions is preferable for describing experimental data.