

И.С. Голубцов, В.П. Кандидов, О.Г. Косарева

## Коническая эмиссия мощного фемтосекундного лазерного импульса в атмосфере

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Поступила в редакцию 18.04.2001 г.

Предложена наиболее полная из рассматриваемых ранее модель нестационарного нелинейно-оптического взаимодействия мощного лазерного излучения фемтосекундной длительности с воздушной средой. Учет инерционности керровского отклика среды, включение в модель вклада материальной дисперсии в приближении третьего порядка и применение адекватной экспериментальным данным модели фотоионизации Переломова–Попова–Терентьева позволили получить результаты, находящиеся в удовлетворительном количественном согласии с экспериментальными данными.

Показано, что генерация конической эмиссии суперконтинуума происходит в результате самомодуляции фазы импульса в пространстве и времени в условиях сильной оптической нелинейности высоколокализованного светового поля.

### Введение

Сверхуширение спектра высокоинтенсивного лазерного импульса в воздухе вновь привлекает внимание исследователей. Этот эффект [1], обнаруженный в 70-х гг. при распространении мощных пикосекундных лазерных импульсов в конденсированных средах и газах при высоком давлении, для фемтосекундных лазерных импульсов наблюдается в реальных атмосферных условиях [2].

В воздухе при распространении мощных фемтосекундных лазерных импульсов происходит филаментация, при которой на протяжении более 100 м значительная часть энергии излучения остается локализованной в узкой приосевой области диаметром около 100 мкм. Первые эксперименты по филаментации [3–6] выполнены с субпикосекундными импульсами титан-сапфирового лазера при пиковой мощности 5–50 ГВт. В дальнейшем была получена филаментация импульсного излучения на длине волны 1,053 мкм [7] и в ближней ультрафиолетовой области на длине волны 248 нм [8].

Явление филаментации сопровождается генерацией конической эмиссии – суперконтинуума, распространяющегося вперед в узком конусе расходимостью 2–3°, который охватывает филамент [3, 4, 9]. Импульс конического излучения суперконтинуума сейчас рассматривается как перспективный источник для лазерного зондирования и мониторинга атмосферы. В первых лидарных экспериментах с такими импульсами зондирования [10, 11], проведенных в университете г. Йены в Германии, продемонстрирована возможность получения спектров поглощения с высоким разрешением в широкой полосе длин волн.

При филаментации спектр субпикосекундного мощного импульса титан-сапфирового лазера уширяется в антистоксову область от длины волны лазера 0,76–0,8 до 0,5 мкм [9]. Как показали недавние эксперименты, выполненные совместно исследовательскими группами Франции и Германии, при филаментации излучения на длине волны 800 нм длительностью 35 фс при пиковой мощности 2 ТВт генерируется суперконтинуум, частотная полоса которого простирается от 300 нм до 4,5 мкм [12]. Спектральная ин-

тенсивность суперконтинуума падает с ростом частотного сдвига и на границах его полосы уменьшается на 3–4 порядка по сравнению с интенсивностью на частоте лазерного импульса. Однако в филаменте интенсивность на этой частоте достигает  $10^{13}$ – $10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>, и суперконтинуум представляет собой импульсный широкополосный источник высокой спектральной яркости.

На основе таких источников излучения возможен принципиально новый подход в лазерном зондировании атмосферы. Импульс широкополосного лидара перекрывает непрерывный спектр длин волн от видимого до инфракрасного диапазона. Принимаемый сигнал рассеяния несет громадный объем информации о состоянии атмосферы, который в принципе недостижим в многочастотных лидарах с фиксированной или перестраиваемой длиной волны зондирования. Это открывает возможность получать спектральную экспресс-панораму атмосферы и осуществлять ее мониторинг в реальном времени. Кроме того, управляемая частотная селекция лидарного сигнала в приемном тракте позволяет получить необходимое спектральное разрешение в интересующем нас частотном диапазоне.

Заметим, что в настоящее время обсуждается также возможность создания источников для широкополосных лидаров с непрерывным и дискретным спектрами излучения в определенной полосе частот, например, на основе параметрических генераторов света [13].

Экспериментальному и теоретическому исследованию механизма сверхуширения частотного спектра лазерного импульса посвящено большое число работ, краткий обзор наиболее ранних из них можно найти в [1]. Во многих работах обращалось внимание на связь процесса уширения частотного спектра с самофокусировкой излучения. Однако единая картина эволюции пространственно-временной формы и частотно-углового спектра мощного лазерного импульса при его распространении в воздухе формировалась из многих противоречивых представлений.

К одной из первых работ, где коническая эмиссия рассмотрена как результат одновременного изменения частотного и углового спектров лазерного импульса, можно отнести обзор [14]. В нем для задачи о резонансном взаи-

модействии лазерного излучения с двухуровневой атомной средой численно показано, что пространственно-временная модуляция импульса приводит к возникновению существенно неплоских уединенных волн, спектр которых содержит боковые частоты, распространяющиеся под углом к оси. При этом самофокусировка излучения не является обязательным фактором для процесса генерации конической эмиссии, но при ней в силу увеличения пространственного градиента интенсивности сдвигается максимум мощности конической эмиссии к большим углам расходимости.

Влияние самофокусировки на генерацию дискретного суперконтинуума обсуждается также в [15], где экспериментально исследованы колебательно-вращательное комбинационное рассеяние и каскадные процессы при распространении интенсивных пикосекундных лазерных импульсов в водороде высокого давления. При давлении 100 бар линии квазивращательного спектра комбинационного рассеяния простираются вверх по частоте от длины волны накачки 1,06 мкм вплоть до 0,4 мкм. К сожалению, авторы не интерпретируют образование расходящихся колец, соответствующих гармоникам дискретного континуума, которое наблюдалось в условиях слабой фокусировки пучка накачки.

Для объяснения механизма возникновения конической эмиссии и суживания спектра импульса используются различные физические модели. Во многих из них привлекается гипотеза о самоканалировании мощного фемтосекундного лазерного импульса вследствие стабилизации керровской самофокусировки при возникновении в воздухе лазерной плазмы [3, 4, 16]. Действительно, рост интенсивности при самофокусировке мощного лазерного импульса в воздухе ограничивается сильной дефокусировкой в наведенной лазерной плазме, вероятность генерации которой резко увеличивается при интенсивности в нелинейном фокусе, равной порогу фотоионизации. Для излучения на длине волны титан-сапфирового лазера, например, порог фотоионизации в воздухе составляет  $10^{13}$ – $10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>, а концентрация электронов оценивается в  $10^{16}$  см<sup>-3</sup> [3, 4].

Несмотря на то что процессы установления нелинейной поляризуемости в нейтральных молекулах воздушной среды и в наведенной лазерной плазме существенно различны, сторонники гипотезы самоканалирования предполагают стабилизацию пространственно-временного профиля импульса и его спектра. Это предположение в определенной степени основывается на измерениях распределения плотности энергии в поперечном сечении импульса и его частотного спектра, например [3].

В ряде работ [17, 18] используется модель, согласно которой коническая эмиссия возникает при четырехволновом параметрическом преобразовании. В [17] при фокусировке субпикосекундных импульсов энергией 1 мкДж в тонкую струю этиленгликоля наблюдалась кольцевая структура, в которой радиус колец возрастал с увеличением частотного сдвига. Эти результаты были интерпретированы как четырехфотонная параметрическая генерация на поверхности образующегося филамента.

В [18] на основе численного решения нелинейного уравнения Шредингера с мгновенной керровской нелинейностью и дисперсией групповой скорости в воздухе сделан вывод о том, что расходимость гармоник уширенного спектра следует из фазовых соотношений для четырехволнового смешения двух волн накачки на основной частоте,

сигнальной со сдвигом по частоте и с поперечной компонентой волнового вектора, а также соответствующей холостой волны. Однако такая модель не может объяснить наблюдаемую асимметрию частотного спектра конической эмиссии и порядок расположения его гармоник в угловом спектре [19]. Кроме того, в экспериментах не удалось обнаружить все волны, участвующие в этом преобразовании [14].

В другой модели [3, 4, 19, 20] коническая эмиссия интерпретируется как черенковское излучение на поверхности филамента, образующегося в условиях керровской самофокусировки и дефокусировки в самонаведенной лазерной плазме. В [19] наблюдался суперконтинуум кольцевой структуры при фокусировке лазерного импульса на длине волны 1,06 мкм в воде и тяжелой воде. Угол расходимости конической эмиссии не зависел от радиуса фокусировки импульса. Для объяснения возникновения такого излучения авторы этой модели предполагают, что скорость распространения лазерно-индуцированной нелинейной поляризации в филаменте превышает фазовую скорость на частотах континуума.

В работе [19] обращено также внимание на то, что в экспериментах обычно суживание частотного спектра сопровождается угловой расходимостью генерируемых гармоник. Для наблюдаемой закономерности автор этой работы предложил термин *коническая эмиссия суперконтинуума*, который удачно определяет изменение частотно-углового спектра импульса как единое явление.

В теоретической работе [21] концепция неразрывной связи изменения пространственных и временных параметров лазерного излучения в нелинейной среде получила дальнейшее развитие. В ней численно рассмотрена задача о распространении сфокусированного лазерного пучка в аргоне высокого давления. Решением уравнения квазиоптики с мгновенной керровской нелинейностью и нелинейностью в самонаведенной лазерной плазме получены спектральные карты, иллюстрирующие распределение частотного уширения импульса по его поперечному сечению. Автор работы [21] формулирует простое положение, согласно которому с увеличением голубого сдвига спектральных компонент континуума должна возрастать их угловая расходимость, так как в нелинейном приращении показателя преломления увеличение градиента во времени связано с более значительным пространственным градиентом.

Возникновение пространственной фазовой самомодуляции светового поля и, как следствие этого, расходимости излучения при изменении показателя преломления нелинейной среды в плоскости поперечного сечения пучка стало основным выводом работы [22], в которой экспериментально и теоретически исследовано распространение пикосекундного лазерного импульса в квазирезонансной среде – парах цезия и бария.

В работах [6, 9, 23, 24] последовательно развивается модель генерации конической эмиссии непрерывного суперконтинуума как результата фазовой самомодуляции излучения в пространстве и времени при распространении мощного фемтосекундного лазерного импульса в воздухе. Согласно этой модели высокая пространственно-временная локализация светового поля в мощном лазерном импульсе при сильной оптической нелинейности воздушной среды приводит к формированию динамического поля нелинейного набега фазы с большими градиентами в пространстве и времени.

Изменение фазы во времени является причиной уширения частотного спектра, изменение ее в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, – причиной уширения углового спектра излучения. Рассмотрение динамического поля фазового набега неразрывно связывает вклад керровской самофокусировки, плазменной нелинейности, волновых эффектов дифракции и материальной дисперсии воздушной среды в формирование частотно-углового спектра конической эмиссии суперконтинуума.

Для простой модели [6, 9] фазовой самомодуляции, в которой не учитывались дисперсия и нестационарность эффекта Керра в воздухе, получено качественное согласие результатов численного исследования с экспериментальными данными.

В настоящей статье для описания процесса генерации конической эмиссии суперконтинуума предложена модель нестационарного нелинейно-оптического взаимодействия мощного лазерного излучения фемтосекундной длительности с воздушной средой. Эта модель является наиболее полной из рассматриваемых ранее. Модель включает вклад материальной дисперсии в приближении третьего порядка, нестационарность компоненты кубической восприимчивости нейтральных молекул в воздухе. Впервые в развитой модели использована теория фотоионизации Переломова–Попова–Терентьева (ППТ) [25] для описания процесса генерации фемтосекундной лазерной плазмы. При этом значение эквивалентного заряда однократно ионизированной молекулы кислорода, являющегося подгоночным параметром теории, оценено из экспериментальных данных по фотоионизации газов при атмосферном давлении [26].

### Динамическая модель нелинейно-оптического взаимодействия мощных фемтосекундных лазерных импульсов с воздушной средой

При распространении в воздухе мощное лазерное излучение испытывает нестационарное самовоздействие, причиной которого является зависимость показателя преломления от интенсивности излучения. Для субпикосекундных лазерных импульсов эта зависимость определяется кубической восприимчивостью нейтральных атомов и молекул воздушной среды и нелинейностью лазерной плазмы, возникающей вследствие фотоионизации в сильном световом поле импульса.

#### Керровская нелинейность

Причинами нелинейности атомов и молекул оказываются ангармонизм электронного отклика, а также комбинационное рассеяние излучения на вращательных переходах молекул среды.

Время установления электронного отклика составляет около  $10^{-15}$  с, и для импульсов субпикосекундной длительности этот механизм можно считать безынерционным. Поэтому нелинейная добавка к показателю преломления  $\Delta n_k^e$  для электронного эффекта Керра определяется следующим образом:

$$\Delta n_k^e = (1 - g) \frac{1}{2} n_2 |E|^2, \quad (1)$$

где  $E$  – комплексная амплитуда электрического поля, а коэффициент  $g$  пропорционален величине вклада инерционного механизма в нелинейную добавку к показателю преломления. Он может принимать значения от 0 до 1.

Вклад в кубичную восприимчивость, обусловленный процессом вынужденного комбинационного рассеяния излучения на вращательных переходах анизотропных молекул воздуха, имеет характерное время установления порядка  $10^{-13}$  с [27–29] и, следовательно, является инерционным для импульсов субпикосекундной длительности.

Данные о соотношении величин инерционного и безынерционного вкладов в кубичную восприимчивость следуютости. В [30] на основе измерения нелинейной поляризуемости воздуха показано, что вклад безынерционного электронного механизма пренебрежимо мал. В то же время авторы [31] произвели измерение вклада механизма комбинационного рассеяния в отсутствие других нелинейных эффектов, приводящих к искажению истинной картины, что не было сделано в [30]. Анализ результатов работы [31], а также [28] позволяет сделать вывод о том, что вклады обоих механизмов нелинейного отклика в общее изменение показателя преломления среды приблизительно одинаковы. Таким образом,  $g = 1/2$ .

С учетом инерционности отклика среды выражение для нелинейной добавки  $\Delta n_k^{kp}$ , вызванной эффектом комбинационного рассеяния на вращательных переходах молекул, имеет вид [32]:

$$\Delta n_k^{kp}(r, t) = g \int_{-\infty}^t \frac{1}{2} n_2 |E(r, t')|^2 H(t - t') dt'. \quad (2)$$

Функция отклика  $H(t)$  описывает процесс установления инерционной нелинейности. В [27, 28] показано, что она имеет сложный осциллирующий характер. В работе [32] на основе модели затухающего осциллятора выполнена аппроксимация функции отклика  $H(t)$ , измеренной в [28], с помощью следующей формулы:

$$H(t) = \theta(t) \Omega^2 \exp\left(-\frac{\Gamma t}{2}\right) \frac{\sin(\Lambda t)}{\Lambda}, \quad (3)$$

где  $\theta(t)$  – функция Хевисайда;  $\Lambda = \sqrt{\Omega^2 - \Gamma^2/4}$ .

Значения подгоночных параметров следующие:  $\Omega = 20,6$  ТГц,  $\Gamma = 26$  ТГц. Из вида функции отклика можно сделать вывод о наличии двух характерных значений времени в процессе установления нелинейного отклика – времени запаздывания  $\tau_1$  и периода осцилляций функции отклика  $\tau_2$ , которые выражаются через подгоночные параметры  $\Gamma$  и  $\Lambda$ , определенные в [32]:

$$\tau_1 = \frac{2}{\Gamma}, \quad \tau_2 = \frac{1}{\Lambda}. \quad (4)$$

Таким образом, характерные значения времен равны  $\tau_1 = 77$  фс,  $\tau_2 = 160$  фс, что сравнимо с длительностью лазерного импульса в лабораторном эксперименте по наблюдению конической эмиссии [3–5]. Поэтому учет инерционности нелинейного вклада рассеяния в изменение показателя преломления  $\Delta n_k^{kp}$  является существенным для адекватного описания процесса самовоздействия лазерного импульса.

## Плазменная нелинейность

Лазерная плазма возникает вследствие многофотонной и туннельной ионизации молекул компонент воздуха под воздействием мощного лазерного излучения. Образование плазмы приводит к изменению показателя преломления  $\Delta n_p$ , которое описывается следующим образом:

$$\Delta n_p = - \frac{2\pi e^2 N_e}{m(\omega^2 + \nu_c^2)} \left( 1 - i \frac{\nu_c}{\omega} \right), \quad (5)$$

где  $\omega$  – центральная частота спектра импульса;  $m$  и  $e$  – масса и заряд электрона;  $N_e$  – концентрация свободных электронов;  $\nu_c$  – эффективная частота столкновений электронов с молекулами газа.

В работе [33] сделана оценка для  $\nu_c$  в воздухе, согласно которой эффективная частота столкновений  $\nu_c$  мала по сравнению с частотой излучения  $\omega$ , характерной для экспериментов [3–5, 9]. Это позволяет записать выражение (5) в следующем приближенном виде:

$$\Delta n_p = - 2\pi e^2 N_e / (m\omega^2). \quad (6)$$

Концентрация свободных электронов  $N_e$  в приближении однократной ионизации в каждой точке пространства и времени определяется скоростным уравнением

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} = R(I) (N_0 - N_e), \quad (7)$$

где  $N_0$  – концентрация нейтральных молекул воздуха до ионизации. Через  $R(I)$  обозначена скорость ионизации молекулы кислорода, потенциал ионизации которой составляет 12,1 эВ. Фотоионизацией других компонент воздуха можно пренебречь. Действительно, потенциал ионизации молекулы азота равен 15,6 эВ, и порог многофотонной ионизации на длине волны титан-сапфирового лазера окажется много выше, чем кислорода. Концентрация молекул остальных газовых компонент в сумме не превышает 1%, и их можно не учитывать.

Для расчета скорости ионизации молекулы кислорода  $R(I)$  применяется модель ППТ, описывающая процесс ионизации водородоподобных атомов. В соответствии с [25] полная скорость ионизации атома плоскополяризованной волной из состояния  $s$  квантовыми числами  $l$  и  $m$  принимает следующий вид:

$$R = |C_{n'l}|^2 f_{lm} E_i \sqrt{\frac{6}{\pi}} \left( \frac{2(2E_i)^{3/2}}{F} \right)^{2n^* - |m| - 3/2} \times \\ \times (1 + \gamma^2)^{|m|/2 + 3/4} A_m(\omega, \gamma) e^{-\frac{2(2E_i)^{3/2}}{3F} g(\gamma)}, \quad (8)$$

где  $\gamma = \omega \sqrt{2E_i} / F$  – адиабатический параметр Келдыша;  $E_i$  – потенциал ионизации атома;  $F$  – амплитуда электрического поля лазера;  $n^* = Z / \sqrt{2E_i}$ , а  $l^* \approx n^* - 1$ . Коэффициенты, входящие в уравнение (8), определяются следующим образом:

$$f_{lm} = \frac{(2l+1)(1+|m|)!}{2^{|m|} |m|! (1-|m|)!},$$

$$g(\gamma) = \frac{3}{2\gamma} \left[ \left( 1 + \frac{1}{\gamma^2} \right) \text{Arsh}(\gamma) - \frac{\sqrt{1+\gamma^2}}{2\gamma} \right],$$

$$|C_{n'l}|^2 = \frac{2^{2n^*}}{n^* \Gamma(n^* + l^* + l) \Gamma(n^* + l^*)},$$

$$A_m(\omega, \gamma) = \frac{4\gamma^2}{\sqrt{3\pi} |m|! (1+\gamma^2)} \sum_{n>\nu} w_m \left( \sqrt{\frac{2\gamma(n-\nu)}{\sqrt{1+\gamma^2}}} \right) e^{-(n-\nu)\alpha(\gamma)},$$

где

$$w_m(x) \equiv e^{-x^2} \int_0^x (x^2 - y^2)^{|m|} e^{y^2} dy;$$

$$\alpha(\gamma) \equiv 2 \left( \text{Arsh}(\gamma) - \frac{\gamma}{\sqrt{1+\gamma^2}} \right); \quad \nu \equiv \frac{E_i}{\omega} \left( 1 + \frac{1}{2\gamma^2} \right).$$

При вычислении  $R(I)$  учитывалась только однократная ионизация атома, так как вероятность двух- и многократной ионизации мала по сравнению с вероятностью однократной ионизации атома. В соответствии с теорией, описанной в [25], эффективный заряд однократно ионизованного атома равен единице. Однако в настоящей работе эффективный заряд принят равным 0,5, что дает хорошее соответствие с результатами эксперимента по ионизации молекулярного кислорода [26].

## Материальная дисперсия

Длина волны излучения титан-сапфирового лазера ( $\lambda = 0,76 - 0,80$  мкм) лежит вдали от линий поглощения газовых компонент воздушной смеси. Поэтому для описания материальной дисперсии воздуха можно использовать приближенную теорию дисперсии. Согласно [34] дисперсионная длина для лазерного импульса длительностью 230 фс на длине волны 800 нм составляет более 1 км, что значительно превышает длину наблюдаемых филаментов. Однако в процессе распространения импульса в условиях керровской нелинейности происходят обострение переднего фронта импульса и формирование пичков длительностью порядка 10–20 фс. Для такого временного масштаба изменения светового поля дисперсионная длина сокращается до нескольких десятков метров, что сравнимо с характерной длиной филамента в экспериментах [3–5, 9]. Поэтому учет дисперсии в воздухе является необходимым.

В теоретических расчетах [28, 32] обычно ограничиваются учетом вклада членов второго порядка теории дисперсии. В работе [34] показано, что дисперсия групповой скорости существенно ограничивает и замедляет рост интенсивности на переднем фронте импульса при керровской самофокусировке. Одновременно происходит распад импульса на последовательность пичков. Такая трансформация распределения поля в пространстве и времени приводит к изменению частотно-углового спектра импульса. Согласно [24] в спектре импульса появляются коротковолновые компоненты, распространяющиеся под углом к оптической оси, которые представляют собой коническую эмиссию.

Однако при образовании мелкомасштабной временной структуры в импульсе может оказаться существенным вклад и следующих членов разложения в теории дисперсии. В работе материальная дисперсия нейтральных газо-

вых компонент воздушной среды рассматривалась в приближении третьего порядка теории дисперсии. Для расчета производных  $k'_\omega$ ,  $k''_\omega$ ,  $k'''_\omega$  от волнового числа  $k$  использовалась формула Коши для воздуха при нормальных условиях ( $T = 293$  К,  $P = 101325$  Па) [35]:

$$n(\lambda) = \left( 2726,43 + \frac{12,29 \cdot 10^6 \text{ нм}^2}{\lambda^2} \right) \cdot 10^{-7} + 1. \quad (9)$$

При таких условиях коэффициенты разложения волнового числа в ряд Тейлора по частоте в окрестности частоты лазерного излучения принимают значения:  $k'_\omega = 3,3 \cdot 10^{-9}$  с/м,  $k''_\omega = 1,6 \cdot 10^{-29}$  с<sup>2</sup>/м,  $k'''_\omega = 6,9 \times 10^{-45}$  с<sup>3</sup>/м.

### Математическая модель

Наименьший временной масштаб изменения поля составляет несколько десятков фемтосекунд, и для задачи о распространении импульса применим метод ММА. В этом приближении уравнение для амплитуды светового поля имеет вид

$$2ik \left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \right) E = \Delta_\perp E - k k''_\omega \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + i \left( k'_\omega k''_\omega + \frac{1}{3} k k'''_\omega \right) \frac{\partial^3 E}{\partial t^3} + \frac{2k^2}{n_0} \Delta n E - i \alpha E, \quad (10)$$

где  $v_g$  – групповая скорость импульса.

Первое слагаемое в правой части описывает дифракцию пучка, второе и третье – дисперсию импульса соответственно во втором и третьем приближениях теории дисперсии, четвертое – изменение показателя преломления вследствие влияния керровской и плазменной нелинейностей и, наконец, пятое – поглощение энергии импульса при ионизации среды.

Нелинейная добавка к показателю преломления среды состоит из двух слагаемых, соответствующих вкладам керровской и плазменной нелинейностей:  $\Delta n = \Delta n_k + \Delta n_p$ . При этом зависимость приращения  $\Delta n_k$  от интенсивности  $I$  определяется выражением, следующим из (1), (2):

$$\Delta n_k = (1-g) \frac{1}{2} n_2 |E|^2 + g \int_{-\infty}^t \frac{1}{2} n_2 |E(r,t')|^2 H(t-t') dt', \quad (11)$$

где первое слагаемое равно мгновенному вкладу электронного эффекта Керра, а второе – вкладу за счет вынужденного комбинационного рассеяния на вращательных переходах молекул воздуха.

Коэффициент  $\alpha = \Gamma^{-1} l \eta \omega (\partial N_e / \partial t)$  отражает поглощение энергии при ионизации среды, где  $I = (cn_0/8\pi) |E|^2$  – интенсивность электрического поля;  $l$  – порядок многофотонности процесса, который для  $\lambda = 0,76 \div 0,80$  мкм составляет 7,4–7,8.

Таким образом, уравнения (3), (6)–(8), (10), (11) образуют замкнутую систему, которая описывает пространственно-временную эволюцию лазерного импульса и, следовательно, изменение его частотно-углового спектра при распространении в воздухе.

Начальное пространственно-временное распределение поля входного импульса задавалось в виде

$$E(r, z=0, \tau) = E_0 \exp \left[ -\frac{r^2}{2a^2} - \frac{\tau^2}{2\tau_0^2} \right], \quad (12)$$

где  $\tau = t - z/v_g$  – время в бегущей системе координат,  $2\tau_0$  – длительность импульса;  $a$  – радиус пучка.

### Численная схема

Переходя в (10) к безразмерным переменным

$$z' = \frac{z}{L_{\text{диф}}}, \quad t' = \frac{\tau}{\tau_0} = \frac{t - z/v_0}{\tau_0}, \quad r' = \frac{r}{a}, \quad E' = \frac{E}{E_0}, \quad I' = \frac{I}{I_0}$$

и опуская штрихи, получаем следующее уравнение:

$$2i \frac{\partial E}{\partial z} = \Delta_\perp E - \frac{L_{\text{диф}}}{L_{\text{дисп}}^{(2)}} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + i \frac{2}{3} \frac{L_{\text{диф}}}{L_{\text{дисп}}^{(3)}} \frac{\partial^3 E}{\partial t^3} + \left( \frac{2k}{n_0} \Delta n E - i \alpha E \right) L_{\text{диф}}, \quad (13)$$

где  $L_{\text{дисп}}^{(2)} = \frac{\tau_0^2}{|k''|}$ ,  $L_{\text{дисп}}^{(3)} = \frac{2\tau_0^3 k}{|kk''' + 3k'k''|}$ ,  $L_{\text{диф}} = ka^2$  – дисперсионные длины во втором и третьем приближениях теории дисперсии и дифракционная длина соответственно. Использование переменных  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  обусловлено аксиальной симметрией задачи.

При численном моделировании параболического уравнения применяется метод расщепления по физическим факторам. Дифракционное уравнение решается по абсолютно устойчивой схеме Кранка–Николсона с использованием метода прогонки. Дисперсионное уравнение после перехода к спектральному представлению рассчитывается для каждой гармоники отдельно. Для перехода в спектральную область используется метод быстрого преобразования Фурье.

Размеры областей по координатам  $r$ ,  $z$  и  $t$  при численном моделировании составляли  $6a$ ,  $L_{\text{диф}}$  и  $10\tau_0$  соответственно. Число узлов, приходящихся на эти области, было выбрано 1024, 8614 и 512, что обеспечило адекватное описание мнимой и действительной частей комплексной амплитуды поля.

### Параметры задачи

Для исследования механизма генерации конической эмиссии суперконтинуума на основе системы (3), (6)–(8), (10), (11) рассматривался лазерный импульс с параметрами, соответствующими лабораторному эксперименту [5], в результате которого получена количественная зависимость угловой расходимости излучения от длины волны.

При начальном пространственно-временном распределении светового поля в виде (12) параметр длительности импульса  $\tau_0 = 138$  фс, что соответствует полной длительности 230 фс по полувысоте распределения интенсивности. Значения пиковой интенсивности излучения и радиуса пучка выбраны близкими к соответствующим значениям в начале филаментации:  $I_0 = 10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup>,  $a = 167$  мкм. Такой выбор обусловлен ограниченными возможностями численного анализа. В настоящее время в численном моделировании пока не удастся одновременно воспроизвести изменения поля как начального импульса с параметрами, соответствующими, на-

пример, эксперименту [5],  $I_0^{\text{экс}} = 10^{11}$  Вт/см<sup>2</sup>,  $a^{\text{экс}} = 3,5$  мм, так и импульса в филаменте, где тонкая структура имеет пространственные масштабы порядка десятков микрометров, а пиковая интенсивность принимает значения  $I_0 = 10^{13} \div 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>. Для условий эксперимента [5] характерные масштабы изменения поля вдоль филамента составляют: дифракционная длина  $L_{\text{диф}}^{\text{экс}} = 96$  м, дисперсионная длина  $L_{\text{дисп}}^{(2)\text{экс}} = 1200$  м.

### Эволюция пространственно-временной формы импульса

Амплитудно-фазовая конверсия излучения, вызванная нелинейным откликом нейтральных атомов и молекул

воздушной среды, а также наведенной лазерной плазмой, совместно с эффектами дисперсии и дифракции приводит к сложному динамическому перераспределению мощности в поперечном сечении пучка. На рис. 1 изображена пространственно-временная трансформация формы импульса при филаментации.

Видно, что на расстояниях, не превосходящих 20 м, основное влияние на процесс распространения импульса оказывает самофокусировка, что приводит к концентрации энергии импульса вблизи оси пучка. На больших расстояниях ( $z = 35$  м) при достижении максимумом интенсивности значения  $10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> концентрация электронов резко возрастает, что приводит к дефокусировке заднего фронта импульса, а в распределении плотности мощности появляется система абберационных колец.

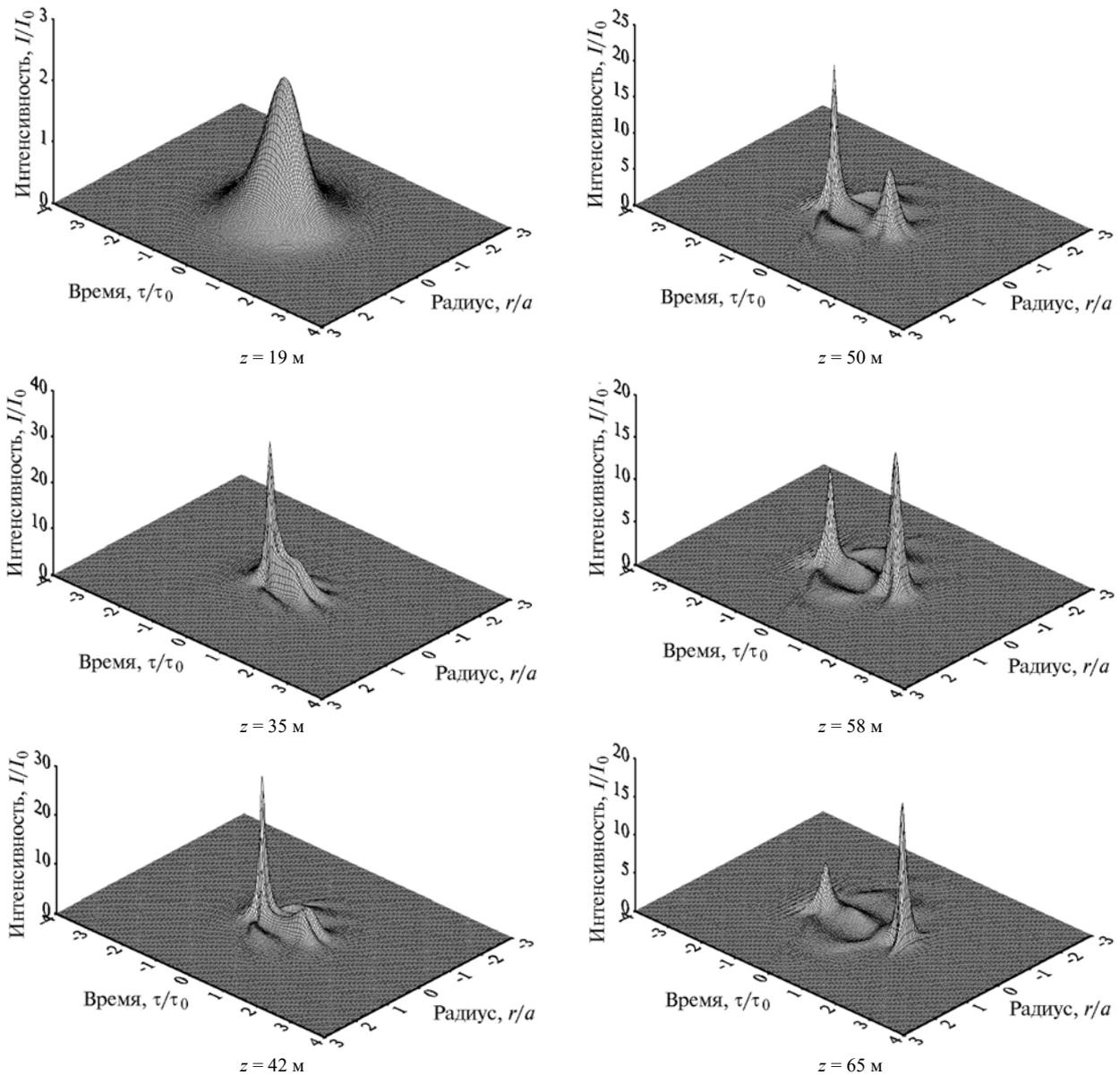


Рис. 1. Пространственно-временная эволюция интенсивности  $I$  в импульсе с пиковой мощностью  $P_0 = 9$  ГВт ( $P_0 = 5P_{\text{кр}}^{\text{теор}}$ ), параметром длительности  $\tau_0 = 138$  фс, нормированным радиусом, соответствующим  $a = 3,5$  мм. Интенсивность  $I$  нормирована на величину  $I_0 = 10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup>

Анализ этих результатов в сравнении с полученными ранее для более простой модели [34] свидетельствует о существенном влиянии инерционности керровского отклика и материальной дисперсии третьего порядка воздушной среды на эволюцию импульса. Запоздывание нелинейного отклика приводит к перераспределению плотности мощности во времени, что проявляется в

сглаживании формирующихся пиков интенсивности и уменьшении их контраста. Пиковая интенсивность в филаменте уменьшается в 1,5–2 раза. На больших расстояниях, например, при  $Z > 50$  м, частично подавляется многопиковая структура, которая характерна для модели с мгновенной керровской нелинейностью [34]. При этом длительность остающихся пиков увеличивается.

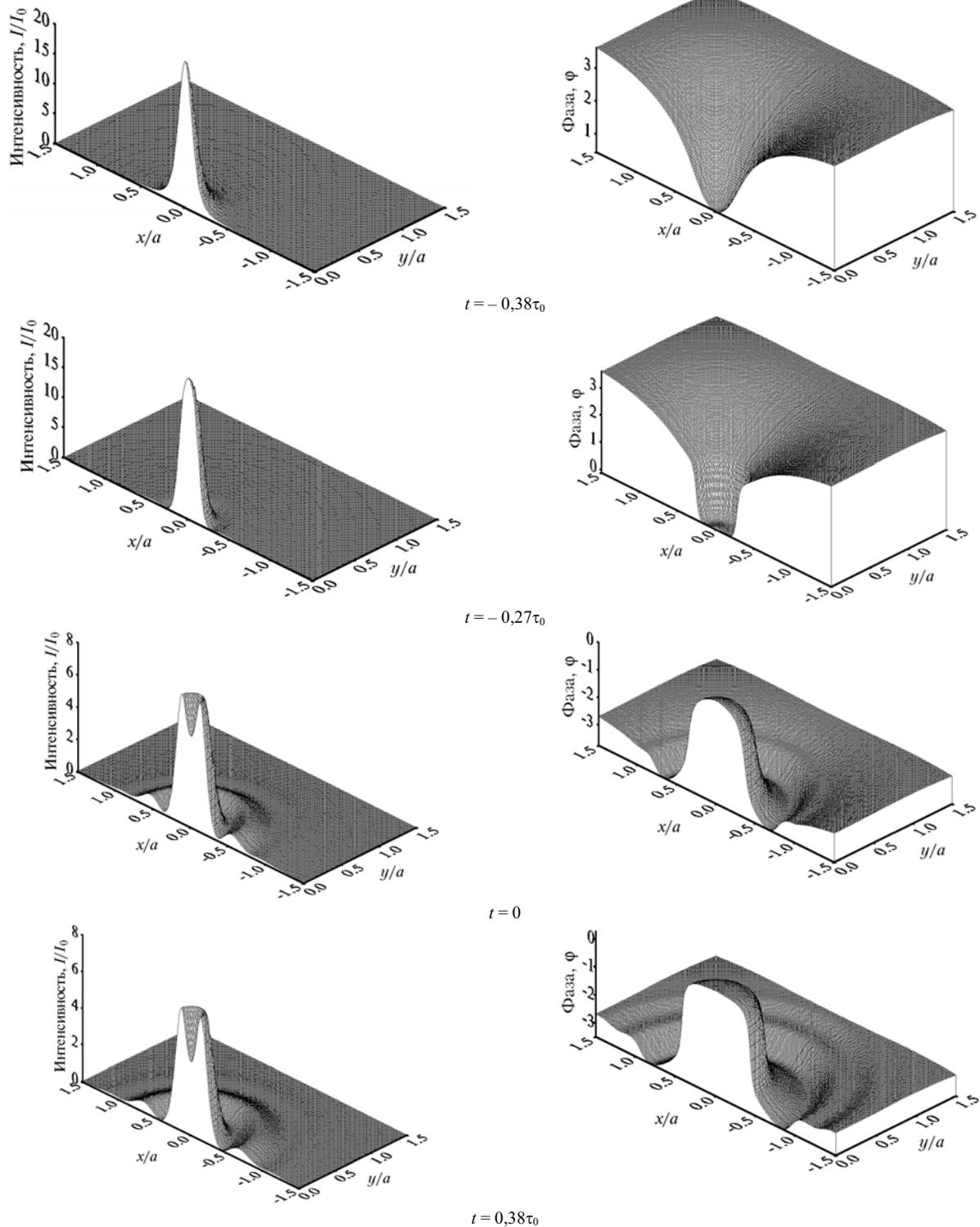


Рис. 2. Пространственные распределения интенсивности  $I$  (слева) и фазы  $\varphi$  (справа) в плоскости, поперечной направлению распространения для ряда моментов времени  $t$ . Интенсивность  $I$  отсчитывается в единицах  $I_0$ ; фаза дана в радианах. Расстояние  $z = 35$  м

Представленная картина отражает образование в поперечном сечении импульса динамической кольцевой структуры в распределении интенсивности в области филаментации (рис. 2). Керровская самофокусировка вызывает формирование максимума интенсивности на переднем фронте импульса (при  $t = -0,38\tau_0$ ). Этот максимум сменяется системой концентрических колец в центре импульса и на его заднем фронте (при  $t = 0,38\tau_0$ ).

Качественно образование кольцевых максимумов интенсивности в филаменте можно объяснить следующим образом. Волна, расходящаяся от оси в силу дефокусировки в наведенной лазерной плазме, интерферирует со схо-

дящейся к центру вследствие влияния керровской фокусировки на периферии пучка, где интенсивность еще недостаточна для фотоионизации.

В экспериментах удается зарегистрировать распределение плотности энергии в поперечном сечении импульса фемтосекундной длительности. Плотность энергии, как результат интегрирования распределения интенсивности по времени в течение длительности импульса, имеет более сглаженную кольцевую структуру (рис. 3). При этом кольца плотности энергии существуют лишь в области развитой филаментации, где кольцевые максимумы в распределении интенсивности достаточно велики.

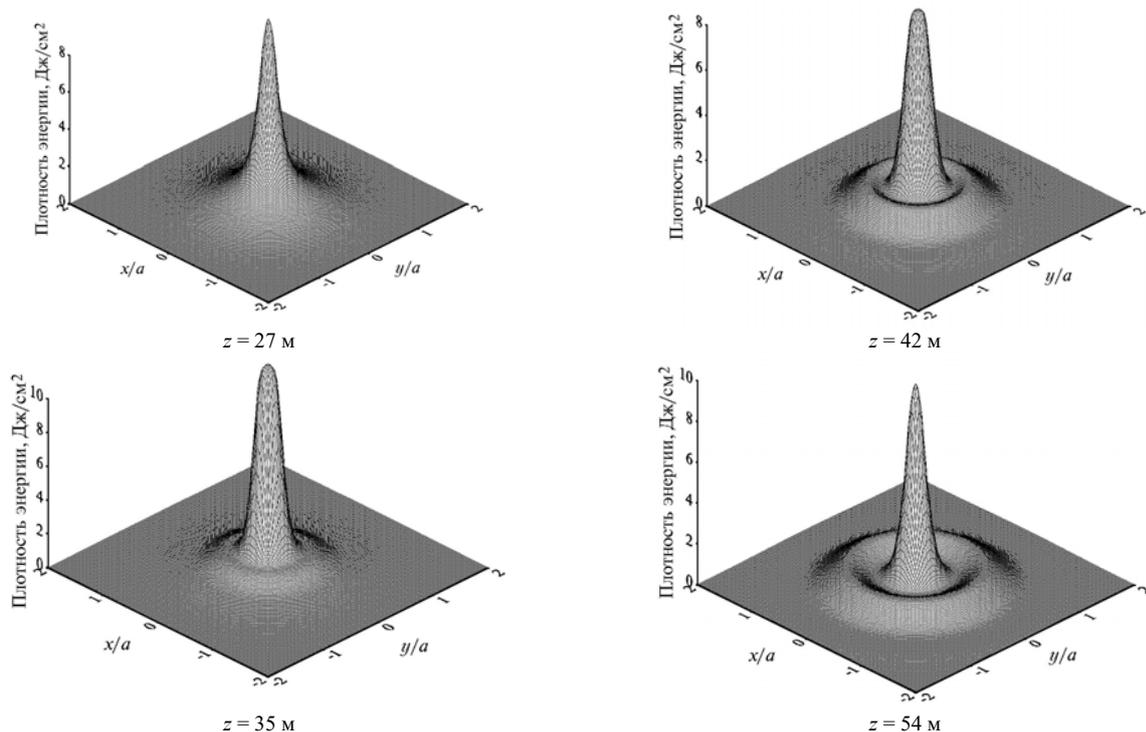


Рис. 3. Изменение распределения плотности энергии в сечении импульса в зависимости от расстояния  $z$ ;  $a = 3,5$  мм

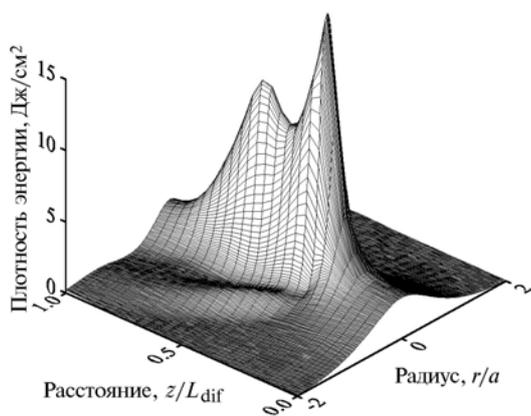


Рис. 4. Радиальное распределение плотности энергии лазерного импульса в зависимости от расстояния  $z$ . Параметры  $L_{\text{диф}} = 96$  м

О наблюдении кольцевой структуры в распределении плотности энергии сообщено в [36], где рассмотрены сфо-

кусированные пучки. В этом эксперименте волна из периферии пучка сходится вследствие не только керровской нелинейности, но и начальной фокусировки излучения. В результате угол, под которым сходятся интерферирующие волны, увеличивается и в эксперименте наблюдается система близко расположенных интерференционных колец.

Изменение с расстоянием  $z$  радиального распределения плотности энергии в филаменте приведено на рис. 4. Максимальное значение плотности на оси филамента меняется немонотонно вдоль его длины.

После резкого роста плотности энергии в начале филамента происходит ее уменьшение из-за образования расходящихся колец при плазменной дефокусировке. Повторное увеличение плотности энергии при  $z = 50$  м вызвано стягиванием колец интенсивности к оси из-за фокусирующей кривизны волнового фронта на периферии пучка при керровской фокусировке. На рис. 1 этот процесс стягивания колец проявляется в формировании пучка интенсивности на оси для  $t = 2\tau_0$  при  $z > 50$  м. Этот механизм качественно объясняет эффект рефокусировки, зарегистрированный в [5] и подтвержденный численными экспериментами в [5, 32].

## Трансформация волнового фронта

Амплитудно-фазовая конверсия излучения, вызванная нелинейностью, и фазово-амплитудное преобразование его вследствие дифракции и дисперсии связывают воедино эволюцию формы импульса и трансформацию распределения фазы  $\varphi$  светового поля в пространстве и времени. На рис. 2 справа изображен волновой фронт световой волны на переднем фронте импульса при  $t = -0,38\tau_0$  и  $-0,27\tau_0$ , а также в центре при  $t = 0$  и на хвосте при  $t = 0,38\tau_0$  для расстояния  $z = 35$  м. В слое импульса при  $t = -0,38\tau_0$  фаза в приосевой части пучка ( $r < 0,3a$ ) запаздывает в силу керровской нелинейности. Локальный максимум на оси в распределении фазы при  $t = -0,27\tau_0$  свидетельствует о начале проявления плазменной дефокусировки в узкой приосевой области, где интенсивность достигла порога фотоионизации. Для  $t < -0,27\tau_0$  на расстоянии 35 м плазменная дефокусировка на оси еще не вызвала заметного перераспределения интенсивности на переднем фронте импульса.

Однако к временному слою  $t = 0,38\tau_0$  на хвосте импульса нелинейный набег фазы накапливается, и волновой фронт имеет вид системы концентрических колец. При этом в области локализации интенсивности в кольцевых максимумах ( $r \approx 0,7a$ ) радиальный градиент набег фазы является положительным, что свидетельствует о разбегании от оси колец интенсивности в рассматриваемом слое на этом расстоянии  $z$  (см. рис. 1 при  $z = 35$  м).

Кольцевой максимум интенсивности в приосевой области этого слоя импульса охвачен темным кольцом, где интенсивность равна нулю. Это приводит на хвосте импульса при  $t = 0,38\tau_0$  к образованию дислокации фазы в виде кольца радиуса  $r \approx 0,4a$ , на котором скачок фазы поля равен  $\pi$ .

Формирование волнового фронта кольцевой структуры с положительным радиальным градиентом фазы эквивалентно появлению поперечной компоненты волнового вектора и, следовательно, генерации конической эмиссии. Чтобы выяснить механизм уширения частотного спектра, рассмотрим изменение во времени фазы световой волны в импульсе на том же расстоянии  $z = 35$  м (рис. 5).

Фаза волны сначала убывает вследствие положительного приращения показателя преломления, вызванного керровской нелинейностью, а затем растет за счет отрицательного вклада от плазмы, образовавшейся после достижения интенсивностью порога ионизации. Убыли фазы во времени приводит к сдвигу излучения в длинноволновую область, ее нарастание – к коротковолновому частотному сдвигу. При этом на оси филамента ( $r = 0$ ) пичок интенсивности приходится на минимум фазы и частотный сдвиг симметричен по частоте. Во внеосевой области ( $r = 0,67a$ ) максимум интенсивности приходится на положительный градиент изменения фазы во времени. Такой характер фазовой самомодуляции ответствен за генерацию коротковолновой области суперконтинуума.

Таким образом, происхождение конической эмиссии суперконтинуума вызвано фазовой самомодуляцией лазерного импульса под воздействием плазменной нелинейности в условиях высокой пространственно-временной локализации светового поля, которая происходит вследствие керровской самофокусировки импульса.

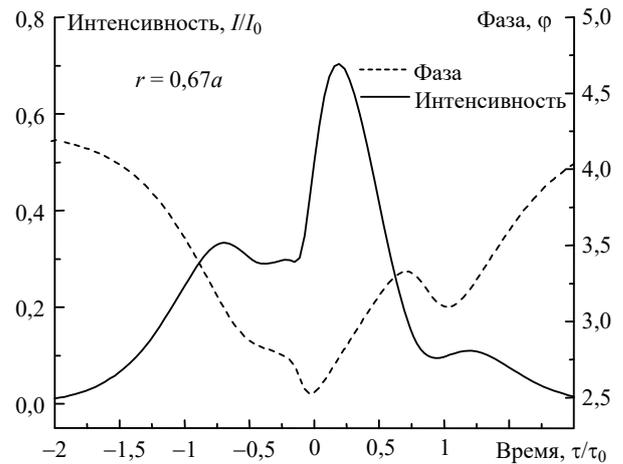
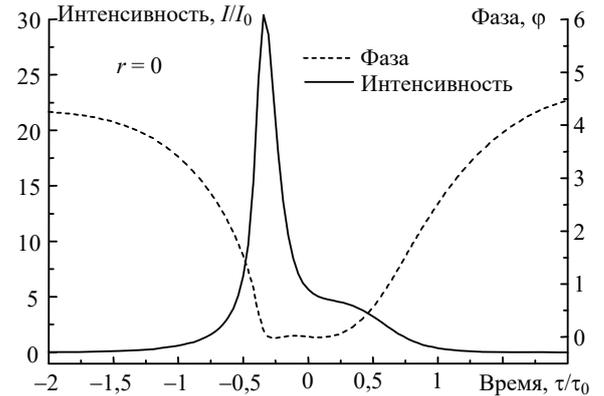


Рис. 5. Изменение в течение импульса интенсивности  $I$  и нелинейного набег фазы  $\varphi$  на оси ( $r = 0$ ) и вне ее ( $r = 0,67a$ ) на расстоянии  $z = 35$  м. Интенсивность  $I$  отсчитывается в единицах  $I_0$ , фаза  $\varphi$  – в радианах

## Коническая эмиссия суперконтинуума

Для количественного анализа нелинейного обогащения спектра импульса вычислим его частотно-угловой спектр  $U(\theta_x, \theta_y, \Delta\omega, z)$  в соответствии со следующим выражением:

$$U(\theta_x, \theta_y, \Delta\omega, z) = \int dx dy e^{-i\theta_x x} e^{-i\theta_y y} \int dt e^{-i\Delta\omega t} E(\sqrt{x^2 + y^2}, t, z), \quad (14)$$

где  $\theta_x, \theta_y$  – угловые компоненты пространственного спектра;  $\Delta\omega$  – частотный сдвиг спектральной компоненты. При вычислениях используется переход от цилиндрических координат к декартовым. В силу осевой симметрии исходной комплексной амплитуды  $E(r, t)$  угловая расходимость  $\theta_x, \theta_y$  по осям  $x$  и  $y$  одинакова для каждой компоненты частотного спектра.

На графиках, представленных на рис. 6, в полулогарифмическом масштабе приведены угловые распределения для интенсивности компонент частотного спектра  $S(\theta, \lambda) = |U(\theta, \lambda)|^2$  на двух расстояниях  $z$ .

Видно, что для гармоник на длине волны, меньшей 800 нм, характерно наличие двух максимумов, которые

симметрично расходятся от оси. Это соответствует образу ванию конической эмиссии. Причем угловое положение максимумов практически не зависит от расстояния  $z$ . Существенно, что с уменьшением длины волны спектральных компонент их угол расходимости в конической эмиссии увеличивается. Вместе с этим максимум интенсивности излучения на длине волны 800 нм, основной спектральной компоненты лазерного импульса, распространяется по оси филамента.

Полная картина изменения частотно-углового спектра импульса при филаментации представлена на рис. 7.

Здесь в полулогарифмическом масштабе изображена нормированная интенсивность спектральных компонент  $S(\theta, \lambda)$  в зависимости от их длины волны и угла расходимости.

Видно, что первоначально гауссов спектр в процессе филаментации претерпевает серьезную трансформацию. На расстоянии  $z = 31$  м увеличивается угловая расходимость компоненты на длине волны лазерного излучения, что обусловлено уменьшением поперечных размеров слоев импульса вследствие самофокусировки.

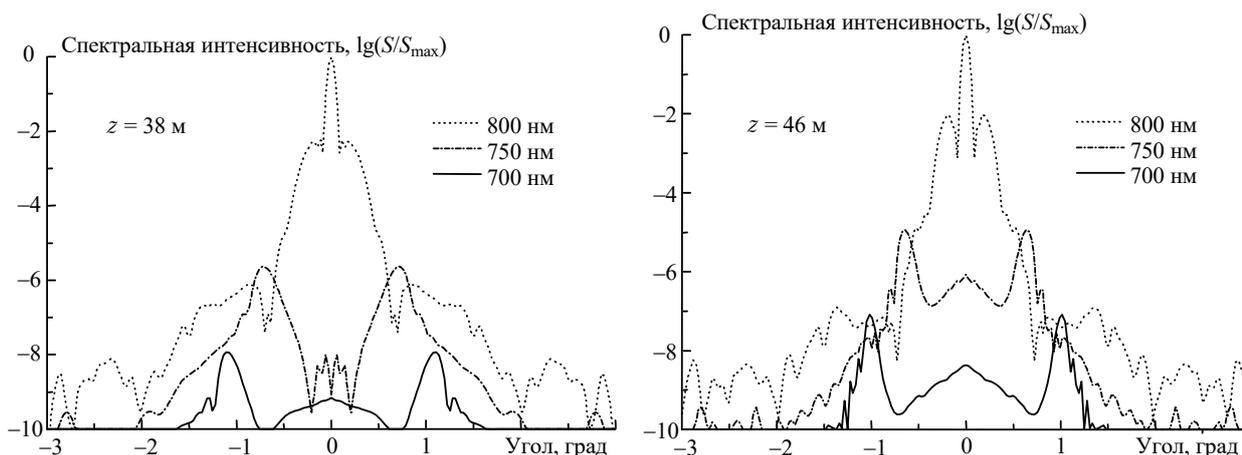


Рис. 6. Угловые распределения компонент частотного спектра на разных длинах волн  $\lambda$  для двух расстояний  $z$

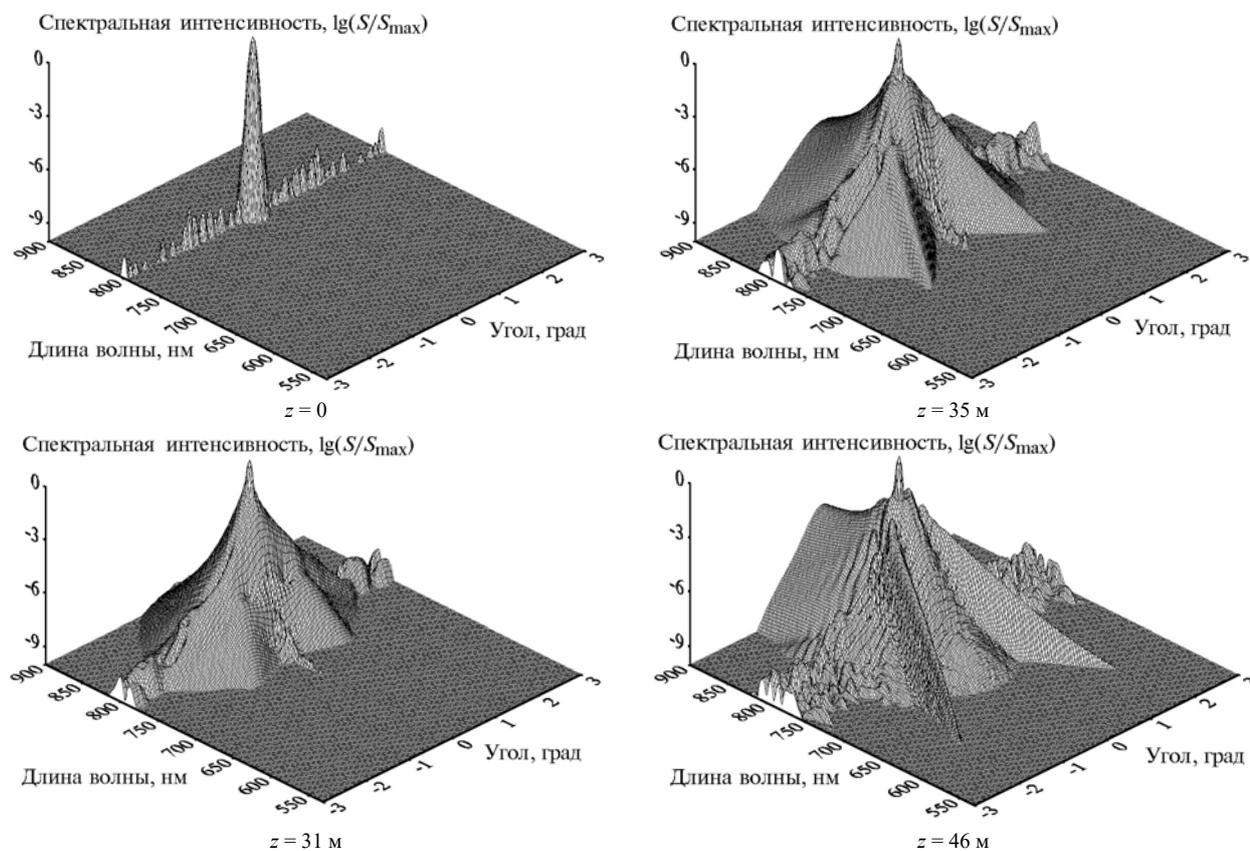


Рис. 7. Эволюция частотно-углового спектра импульса с расстоянием  $z$

Но уже на расстоянии  $z = 35$  м в спектре становятся существенными компоненты, сдвинутые в коротковолновую область. В результате образуется непрерывный суперконтинуум, простирающийся от длины волны лазера до 650 нм. Причем угол расходимости спектральных компонент увеличивается с уменьшением их длины волны. На рис. 7 этому соответствует длинный спадающий гребень, представляющий собой коническую эмиссию коротковолнового излучения суперконтинуума. Сечение гребня при  $\lambda = \text{const}$  представляет собой одно кольцо конической эмиссии.

## Роль различных факторов в формировании конической эмиссии

Экспериментальные данные об угловой расходимости конического излучения суперконтинуума [9] позволяют оценить адекватность модели нелинейно-оптического взаимодействия мощных фемтосекундных лазерных импульсов с воздушной средой. Для оценки вклада различных факторов рассмотрим зависимости угла расходимости спектральных компонент суперконтинуума от их длины волны, получаемые для различных моделей (рис. 8).

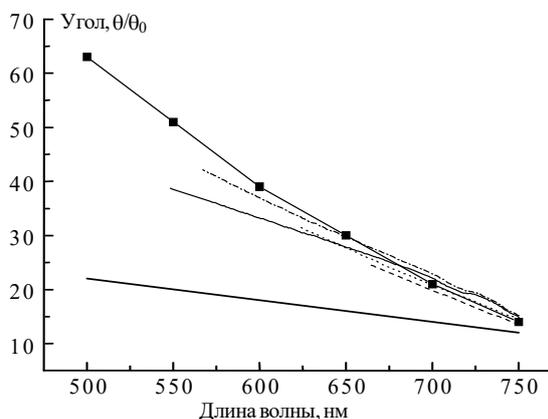


Рис. 8. Зависимости угла отклонения  $\theta$  конической эмиссии суперконтинуума от длины волны. Угол нормирован на величину начальной расходимости пучка  $\theta_0 = \lambda_0/(2\pi a)$ . —■— — эксперимент [9]; ..... — модель с учетом инерционности при эффективном заряде  $Z_{\text{eff}} = 0,5$ ; --- — модель с учетом инерционности,  $Z_{\text{eff}} = 0,72$ ; -·-·- 3-й порядок теории дисперсии; — — 2-й порядок теории дисперсии [24]; — — — — простая модель [2, 9]

По сравнению с результатами работ [2, 9] учет в математической модели дисперсии групповой скорости существенно улучшил количественное совпадение экспериментальных и расчетных частотно-угловых зависимостей конического излучения.

Физически это объясняется тем, что влияние дисперсии приводит к уменьшению временного обострения импульса. Вследствие этого уменьшается временной градиент фазы светового поля в наведенной плазме. В результате частотный сдвиг при дисперсии групповой скорости формируется при большем угловом сдвиге, чем в отсутствие дисперсии. Одновременно уменьшается максимальное значение частотного сдвига излучения в коротковолновую область.

Опираясь на вышесказанное, можно ожидать, что дисперсия третьего порядка также влияет на угол расходимости конической эмиссии. Из графиков на рис. 8 видно, что при учете в математической модели дисперсии треть-

го порядка улучшается соответствие результатов расчета экспериментальным данным. Дисперсия третьего порядка придает коническому излучению большую угловую расходимость. Причем при уменьшении длины волны этот эффект становится более существенным. С другой стороны, уширение спектра в высокочастотную область уменьшается. Это связано с тем, что искажения временной формы импульса, обусловленные третьим порядком теории дисперсии, приводят к уменьшению временных градиентов интенсивности и концентрации электронов.

Учет в математической модели инерционности керровской нелинейности значительно повлиял на пространственно-временные профили интенсивности импульса. Логическим следствием этого результата является изменение и частотно-угловой зависимости конического излучения. Из рис. 8 видно, что коническая эмиссия в среде с инерционной керровской нелинейностью проявляется гораздо слабее, на что указывает максимальное значение сдвига в коротковолновую область, которое составляет 120 нм. Это связано с тем, что плазменная нелинейность на хвосте импульса компенсируется инерционным вкладом керровской нелинейности от наиболее интенсивной части импульса. Градиенты фазы уменьшаются, и, следовательно, уменьшаются ширина спектра и угловая расходимость конической эмиссии. При этом необходимо отметить, что в области длин волн от 680 до 800 нм данная модель демонстрирует хорошее количественное соответствие результатов расчета экспериментальным данным.

Рассмотренные выше результаты были получены для модели ионизации с эффективным зарядом однократно ионизированной молекулы  $Z_{\text{eff}} = 0,72$ . В то же время в работе [26] показано, что наилучшее количественное соответствие с результатами эксперимента по ионизации молекулы кислорода дает значение  $Z_{\text{eff}} = 0,5$ .

На рис. 8 представлена частотно-угловая зависимость конической эмиссии при учете влияния инерционности керровского отклика, дисперсии в третьем порядке и с эффективным зарядом  $Z_{\text{eff}} = 0,5$ . Применение данной модели ионизации с таким зарядом позволило получить лучшее соответствие результатов расчета экспериментальным данным. Уменьшение эффективного заряда приводит к увеличению порога ионизации. Следовательно, увеличивается крутизна переднего фронта импульса, а генерация свободных электронов происходит более эффективно. Как следствие, временные градиенты фазы принимают большие значения, увеличивая частотный сдвиг излучения в коротковолновую область.

Таким образом, наиболее полная модель нелинейно-оптического взаимодействия излучения с воздушной средой, которая включает инерционность кубической восприимчивости, третий порядок теории дисперсии, более точную модель фотоионизации, демонстрирует хорошее количественное соответствие результатов расчета и экспериментальных данных.

При этом разные физические факторы оказывают зачастую противоположное влияние на частотно-угловую зависимость конической эмиссии, что указывает на необходимость учета всех факторов в модели нелинейно-оптического взаимодействия мощного фемтосекундного лазерного импульса с воздушной средой.

## Заключение

1. Эволюция пространственно-временной формы и частотно-углового спектра мощного фемтосекундного

лазерного импульса в воздухе обусловлена нестационарным нелинейно-оптическим взаимодействием его светового поля с газовыми компонентами воздушной среды и наведенной лазерной плазмой, а также волновыми эффектами дисперсии и дифракции. Для адекватного описания этой эволюции необходим скрупулезный учет многих факторов, определяющих амплитудно-фазовую конверсию лазерного излучения, вызванную оптической нелинейностью, и фазово-амплитудную конверсию, связанную с волновыми эффектами.

2. Предложенная модель нестационарного самовоздействия мощного фемтосекундного лазерного излучения, учитывающая инерционность кубичной восприимчивости воздушной среды, вклад материальной дисперсии в приближении третьего порядка и вклад нелинейности лазерной плазмы, генерация которой описывается теорией фотоионизации Переломова–Попова–Терентьева с экспериментальной оценкой для величины эффективного заряда, адекватно описывает генерацию конической эмиссии суперконтинуума. Частотно-угловая зависимость для излучения суперконтинуума, полученная на основе этой модели, количественно близка к экспериментальным данным.

3. Физически генерация конической эмиссии суперконтинуума объясняется самомодуляцией фазы светового поля в пространстве и времени, которая происходит при сильной оптической нелинейности в условиях высокой пространственно-временной локализации излучения. Частотно-угловая зависимость конической эмиссии суперконтинуума определяется динамическим полем нелинейного набега фазы световой волны, которое формируется в результате совместного влияния многих факторов в нелинейно-оптическом волновом взаимодействии излучения с воздушной средой.

Модели генерации конической эмиссии суперконтинуума, использующие представление о самоканализировании и привлекающие эффекты на поверхности филамента, являются несостоятельными, поскольку в сложном динамическом распределении светового поля в пространстве не существует протяженного канала, в котором распространяется излучение.

4. Разработанная и представленная в настоящей статье модель позволяет производить численное моделирование распространения мощного фемтосекундного лазерного импульса в воздухе при различных параметрах исходного излучения. В частности, возможно исследование влияния начальной фазовой модуляции лазерного импульса и расходимости пучка на процесс генерации конической эмиссии суперконтинуума.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 00-02-17497.

1. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М.: Наука, 1988. 310 с.
2. Кандидов В.П., Косарева О.Г., Бродер А., Чин С.Л. Состояние исследований по филаментации мощных субпикосекундных лазерных импульсов в газах // Оптика атмосф. и океана. 1997. Т. 10. № 12. С. 1539.
3. Braun A., Korn G., Lin X., Du D., Squier J., Mourou G. Self-channeling of high-peak-power femtosecond laser pulses in air // Opt. Lett. 1995. V. 20. N 1. P. 73.
4. Nibbering E.T.J., Curley P.F., Grillon G., Prade B.S., Franco M.A., Salin F., Mysyrowicz A. Conical emission from self-guided femtosecond pulses in air // Opt. Lett. 1996. V. 21. N 1. P. 62–64.

5. Brodeur A., Kosareva O.G., Chien C.Y., Ilkov F.A., Kandidov V.P., Chin S.L. Moving focus in the propagation of ultrashort laser pulses in air // Opt. Lett. 1997. V. 22. N 5. P. 304–306.
6. Kosareva O.G., Kandidov V.P., Brodeur A., Chin S.L. From filamentation in condensed media to filamentation in gases // Nonlinear Opt. Phys. & Mat. 1997. V. 6. P. 485–494.
7. Fontaine B.L., Vidal F., Jiang Z., Chien C.Y., Corntois D., Desparois A., Jonston T.W., Kieffer J.-C., Pepin H., Mercure H.P. Filamentation of ultrashort laser beams resulting from their propagation over long distances in air // Phys. of Plasmas. 1999. V. 6. N 3. P. 1815.
8. Tzortzakis S., Lamouroux B., Chiron A., Franco M., Prade B., Mysyrowicz A., Moustazis S.D. Nonlinear propagation of subpicosecond ultraviolet laser pulses in air // Opt. Lett. 2000. V. 25. N 17. P. 1270–1272.
9. Kosareva O.G., Kandidov V.P., Brodeur A., Chien C.Y., Chin S.L. Conical emission from laser-plasma interactions in the filamentation of powerful ultrashort laser pulses in air // Opt. Lett. 1997. V. 22. N 17. P. 1332–1334.
10. Woste L., Wedekind C., Wille H., Rairoux P., Stein B., Nikolov S., Werner Chr., Niedermaier St., Ronnerberger F., Schillinger H., Sauerbrey R. Femtosecond atmospheric lamp // Laser and Optoelectronic. 1997. V. 29. N 5. P. 51–54.
11. Woste L., Wedekind C., Wille H., Rairoux P., Rogriguez M., Stein B., Sauerbrey R., Schillinger H., Ronnerberger F., Niedermaier St. // Ultrafast Phenomena XI // Proc of the 11-th Intern. Conf. Garmisch-Parten-kirchen, Germany. July 12–17, 1998. P. 118–119.
12. Kasparian J., Sauerbrey R., Mondelian D., Niedermeier S., Yu J., Wolf J.-P., Andre Y.-B., Franco M., Prade B., Tzortzakis S., Mysyrowicz A., Rodriguez M., Wille H., Woste L. Infrared extension of the supercontinuum generated by femtosecond terawatt laser pulses propagating in the atmosphere // Opt. Lett. 2000. V. 25. N 18. P. 1397–1399.
13. Гордиенко В.М., Холодных А.И., Прялкин В.И. Новые возможности использования широкополосного фемтосекундного ПГС при дистанционной диагностике многокомпонентных аэрозольно-газовых загрязнений атмосферы // Квант. электроника. 2000. Т. 30. № 9. С. 839–842.
14. Genshaw M.E., Cantrell C.D. Conical emission as a result of pulse breakup into solitary waves // Phys. Rev. A. 1989. V. 39. P. 126–148.
15. Морозов В.Б., Оленин А.Н., Тункин В.Г. Генерация протяженного квазивращательного спектра при самофокусировке пикосекундных лазерных импульсов в сжатом водороде // Квант. электроника. 1998. Т. 25. № 4. С. 293–294.
16. Lange H.R., Grillon G., Ripoch J.-F., Franko M. A., Lamouroux B., Prade B.S., Mysyrowicz A. Anomalous long-range propagation of femtosecond laser pulses through air: moving focus or pulse self-guiding? // Opt. Lett. 1998. V. 23. N 2. P. 120–122.
17. Xing Q., Yoo K.M., Alfano R.R. Conical emission by four-photon parametric generation by using femtosecond laser pulses // Appl. Opt. 1993. V. 32. P. 2087–2089.
18. Luther G.G., Newell A.C., Moloney J.V., Wright E.M. Shoet-pulse conical emission and spectral broadening in normally dispersive media // Opt. Lett. 1994. V. 19. N 11. P. 789–791.
19. Golub I. Optical characteristics of supercontinuum generation // Opt. Lett. 1990. V. 15. N 6. P. 305–307.
20. Baubean E., Salin F., Le Blanc C. Spatio-temporal coherence properties of supercontinuum single filament in bulk media // Ultrafast Phenomena XI. Proc. of the 11-th Int. Conf. Garmisch-Parten-kirchen, Germany. July 12–17, 1998. P. 81–83.
21. Rae S.C. Spectral blueshifting and spatial defocusing of intense laser pulses in dense gases // Opt. Commun. 1994. V. 104. P. 330–335.
22. Ter-Mikaelian M.L., Torossian G.A., Grigoryan G.G. Conical emission in the quiresonant media as a result of self-phase modulation // Opt. Commun. 1995. V. 119. P. 56–60.
23. Chin S.L., Brodeur A., Petit S., Kosareva O.G., Kandidov V.P. Filamentation and supercontinuum generation during the propagation of powerful ultrashort laser pulses in optical media (white light laser) // J. Nonlinear Opt. Phys. Mater. 1999. V. 8. P. 121–146.

24. Golubtsov I.S., Kosareva O.G., Mozhaev E.I. Nonlinear-optical spectral transformation of the powerful femtosecond laser pulse in air // *Phys. of Vibrations*. 2000. V. 8. N 2. P. 73–78.
25. Переломов А.М., Попов М.В., Терентьев М.В. Ионизация атомов в переменном электрическом поле // *ЖЭТФ*. 1966. Т. 50. Вып. 5. С. 1393–1410.
26. Talebpour A. Semi-empirical model for the rate of tunnel ionization of N<sub>2</sub> and O<sub>2</sub> molecule in an intense Ti:sapphire laser pulse // Ph. D. theses. Laval. 1998.
27. Oleinikov P.A., Platonenko V.T. Raman transitions between rotational levels and self-phase modulation of subpicosecond light pulses in air // *Laser Phys*. 1993. V. 3. N 3. P. 618–622.
28. Nibbering E.T.J., Grillon G., Franco M.A., Prade B.S., Mysyrowicz A. Determination of the inertial contribution to the nonlinear refractive index of air, N<sub>2</sub>, and O<sub>2</sub> by use of unfocused high-intensity femtosecond laser pulses // *J. Opt. Soc. Amer. B*. 1997. V. 14. N 3. P. 650–660.
29. Зуев В.Е., Землянов А.А., Копытин Ю.Д. Нелинейная оптика атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1989. 256 с.
30. Власов Д.В., Гараев Р.А., Коробкин В.В., Серов Р.В. Изменение нелинейной поляризуемости воздуха // *ЖЭТФ*. 1979. Т. 76. Вып. 6. С. 2039–2045.
31. Shimoji Y., Fay A.T., Chang R.S.F., Djeu N. Direct measurement of the nonlinear refractive index of air // *J. Opt. Soc. Amer. B*. 1989. V. 6. N 9. P. 1994–1998.
32. Mlejnek M., Wright E.M., Moloney J.V. Dynamics spatial replenishment of femtosecond pulses propagation in air // *Opt. Lett*. 1998. V. 23. N 5. P. 382–384.
33. Косарева О.Г. Распространение мощного субпикосекундного лазерного импульса в газах в условиях ионизации: Канд. дис. М.: изд-во МГУ, 1995. 137 с.
34. Кандидов В.П., Косарева О.Г., Можеев Е.И., Тамаров М.П. Фемтосекундная нелинейная оптика атмосферы // *Оптика атмосф. и океана*. 2000. Т. 13. С. 429–436.
35. *Handbook of Chemistry and Physics*. CRC Press. 1984–1985.
36. Chin S.L., Akozbek N., Proulx A., Petit S., Bowden C.M. Transverse ring formation of a focused femtosecond laser pulse propagating in air // *Opt. Commun*. 2001. V. 188. P. 181–186.

*I.S. Golubtsov, V.P. Kandidov, O.G. Kosareva. Conical emission of the powerpump-femtosecond laser pulse in the atmosphere.*

The most complete of considered earlier model of non-stationary nonlinear-optical interaction of the powerhigh-laser radiation femtosecond duration with air medium is proposed. Account the delay of the Kerr medium response, inclusion in the model of the contribution of material dispersion in the third order approximation and application the photoionization model by Perelomov–Popov–Terent’ev, adequate to experimental data, allowed us to receive results, being in the satisfactory quantitative correspondence with experimental data.

It is shown, that the generation of supercontinuum cone emission is the result of self-phase modulation of pulse in space and time in the conditions of strong optical nonlinearity of a highly located light field.