

С.Р. Сарманаев, Б.М. Десятков, А.И. Бородулин, С.С. Котлярова

Определение параметров многоточечного источника аэрозольных примесей путем решения обратной задачи

НИИ аэриологии ГНЦ ВВ «Вектор», пос. Кольцово, Новосибирская обл.

Поступила в редакцию 9.02.2000 г.

Рассматривается задача определения мощностей ансамбля точечных стационарных источников атмосферных загрязнений по значениям концентрации примеси, измеренной в ряде контрольных точек. Излагается постановка задачи, выводятся соответствующие дифференциальные уравнения, обсуждаются алгоритмы решения задачи и использованные различные схемы численного решения уравнений. Проведенный цикл тестовых расчетов для линейного источника показал хорошее совпадение с исходными данными как для однородной, так и для неоднородной подстилающих поверхностей. Предложенный в работе подход был также использован для анализа результатов ряда натуральных экспериментов с линейным источником. В качестве такового использовался самолет сельскохозяйственной авиации. Эксперимент имитировал борьбу с вредителями посевов. Рассчитанные координаты и мощность источника сравнивались с истинными значениями.

Введение

При теоретическом и экспериментальном исследовании влияния промышленных выбросов на окружающую среду и решении других экологических проблем часто возникает необходимость решения обратных задач – определения координат неизвестных источников атмосферной примеси и их интенсивности по измеренным в ограниченном количестве контрольных точек значениям концентрации загрязнений. Например, иногда требуется определить координаты промышленного предприятия и количество выброшенных им в атмосферу примесей при осуществлении скрытого залпового выброса. Это, как правило, – точечные источники. В других практически важных случаях предполагаемый источник является линейным или плоскостным (например, поверхность земли, зараженная химическими или радиоактивными загрязнениями).

Классическими методами решения таких обратных задач являются итерационные методы (наискорейшего спуска, случайных блужданий и др.). В этом случае на каждом шаге итераций приходится решать прямую задачу распространения примеси. Такой подход сопровождается большими затратами времени на расчеты, особенно если распространение примеси происходит над существенно неоднородной поверхностью и в сложных метеорологических условиях. Кроме того, не угадав начальное приближение, необходимое для организации итерационного процесса, можно не только потерять часть решений, но и получить вообще неверное решение. Более продуктивный и строгий подход, основанный на решении сопряженной с полуэмпирическим уравнением турбулентной диффузии задачи, был предложен Г.И. Марчуком и развит учениками его школы [1–3]. Он использовался нами ранее для решения ряда обратных задач. Так, в [4] был предложен эффективный и устойчивый метод определения координат и интенсивности точечного источника атмосферных примесей по измеренным значениям ее концентрации в ограниченном числе контрольных точек. В данной статье предлагается применение такого подхода при использовании многоточечного источника. Ориентируясь на численные методы решения обратных

задач, к многоточечным источникам можно отнести также и совокупность точечных, аппроксимирующих в расчетах линейные, плоскостные и другие источники сложной пространственной конфигурации.

Постановка задачи

Рассмотрим прямоугольную область Ω_0 ($0 \leq x \leq X$, $0 \leq y \leq Y$, $0 \leq z \leq H$). Ось z будем считать вертикальной координатой, а H высотой пограничного слоя атмосферы. Пусть в пределах некоторой области $\Omega \in \Omega_0$ находится равномерно распределенный по ней источник примеси, который формирует на некотором фрагменте S горизонтального сечения, расположенного на высоте $z = h$, поле концентрации примеси c . Буквой S будем также обозначать площадь этого фрагмента. Согласно [1, 4] сопряженная система уравнений для вспомогательной функции c^* будет иметь вид

$$\begin{aligned} -\frac{\partial c^*}{\partial t} - u \frac{\partial c^*}{\partial x} - v \frac{\partial c^*}{\partial y} - (w - w_s) \frac{\partial c^*}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} k_x \frac{\partial c^*}{\partial x} + \\ + \frac{\partial}{\partial y} k_y \frac{\partial c^*}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} k_z \frac{\partial c^*}{\partial z} + R^* c^* \Big|_{z=0} &= \\ = c^* \Big|_{x=0, X; y=0} = c^* \Big|_{z=H} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\left(k_z \frac{\partial c^*}{\partial z} + 2 w_s c^* \right) \Big|_{z=0} = \beta c^* \Big|_{z=0},$$

где t – время; u , v и w – математическое ожидание компонент скорости ветра; w_s – скорость седиментации частиц примеси; k_x , k_y и k_z – коэффициенты турбулентной диффузии в направлении соответствующих осей; β – константа взаимодействия частиц примеси с подстилающей поверхностью; R^* – некоторая функция, конкретный вид которой будет дан ниже. Ключевое свойство метода решения сопряженных задач заключается в интегральном тождестве [1, 4]:

$$\int_0^T \int_{\Omega_0} R^* c \, d\Omega \, dt = \int_0^T \int_{\Omega} R^* c \, d\Omega \, dt, \quad (2)$$

где T – промежуток времени, на котором ищется решение; c – результат решения полуэмпирического уравнения турбулентной диффузии с правой частью $R = R(x, y, z, t)$, описывающей наличие источников и стоков распространяющейся примеси. Будем считать $R = \begin{cases} R_0 \delta(t); & x, y, z \in \Omega \\ 0; & x, y, z \notin \Omega \end{cases}$ и зададим R^* в виде

$$R^* = \begin{cases} \frac{1}{S} \delta(x - \xi, y - \eta, z - h); & \xi, \eta \in S \\ 0 & \xi, \eta \notin S \end{cases}$$

Решив сопряженную задачу (1), можно найти c^* и согласно (2) получить

$$\frac{1}{S} \int_0^T c(\xi, \eta, h, t) \, dt = \int_{\Omega} R \left(\int_0^T c^*(x, y, z, \xi, \eta, h, t) \, dt \right) d\Omega. \quad (3)$$

После введения вспомогательных переменных

$$D = \frac{1}{S} \int_0^T c \, dt; \quad D^* = \frac{1}{S} \int_0^T c^* \, dt$$

(3) приобретает вид

$$D(\xi, \eta, h) = R_0 \int_{\Omega} D^*(x, y, z, \xi, \eta, h) \, d\Omega, \quad (4)$$

где $D(\xi, \eta, h)$ представляет собой интегральную по времени концентрацию примеси в некоторой точке (ξ, η, h) на плоскости S . Отсюда можно сделать вывод, что при известных $D(\xi, \eta, h)$ и S минимум функционала

$$J = \int_{\Gamma} \left| R_0 - \frac{D(\xi, \eta, h)}{D^*(x, y, z, \xi, \eta, h)} \right| dS \quad (5a)$$

оценивает искомую область Ω . Отметим, что для ее нахождения не требуется знать решение прямой задачи распространения, а достаточно знать только c^* и $D(\xi, \eta, h)$, которая интерпретируется как измеренное значение интегральной концентрации на площади S .

Результаты численных экспериментов и их анализ

Задача (1) решалась конечно-разностным методом с использованием процедуры расщепления по физическим процессам и пространственным переменным. При этом применяемые разностные схемы строились с учетом двойственности представления исследуемых функционалов (2). Методология такого построения разностного аналога сопряженной задачи для схем расщепления изложена Г.И. Марчуком в [1]. В этом случае функционал (5a) в узлах расчетной разностной сетки приобретает вид

$$J = \sum_{m=1}^M \left(\frac{|\bar{R} - R_{0,m}| R_{0,m}}{\bar{R}} \right), \quad (5b)$$

где

$$R_{0,m} = \frac{D(\xi_m, \eta_m, h)}{\sum_{n=1}^N D^*(x_n, y_n, z_n; \xi_m, \eta_m, h)};$$

$$\bar{R} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M R_{0,m} \quad (x_n, y_n, z_n) \in \Omega;$$

$$(\xi_m, \eta_m) \in S; \quad n = \overline{1, N}; \quad m = \overline{1, M}.$$

Проверка изложенного выше алгоритма проводилась на модельных расчетах, а также с использованием экспериментальных данных о рассеянии примеси в атмосфере.

Модельные расчеты включали решение прямой задачи распространения примеси от известного источника. Рассчитанные в ряде выбранных точек значения концентрации считались «измеренными», и по ним производилось восстановление характеристик источника по изложенному выше алгоритму. Для расчетов была выбрана плоская площадка с однородными и неоднородными характеристиками подстилающей поверхности. Поля метеорологических элементов определялись с помощью численно-аналитической модели [6]. В качестве источника был выбран линейный равномерно распределенный. Проведя цикл расчетов, мы установили, что мощность линейного источника восстанавливается с погрешностью ~ 3–5%, а координаты источника – с точностью до одного шага расчетного шаблона.

Более интересной и практически важной является проверка данного метода непосредственно на данных натурных измерений. В качестве таковых использовались результаты экспериментов [7]. Рассмотрим эксперимент, проводившийся 04.10.88 в 16 ч 30 мин над термически и орографически однородной площадкой в окрестностях г. Новосибирска. Схема эксперимента приведена на рисунке. Препарат в количестве 400 кг распылялся с самолета сельскохозяйственной авиации АН-2, пролетавшего на высоте 50 м. Известно, что такая схема эксперимента моделирует срабатывание в атмосфере мгновенного линейного источника аэрозолей. Скорость ветра, направленного вдоль оси x , на высоте 4 м составляла 4 м/с. Измеренные в контрольных точках значения интегральной по времени концентрации препарата даны в табл. 1.

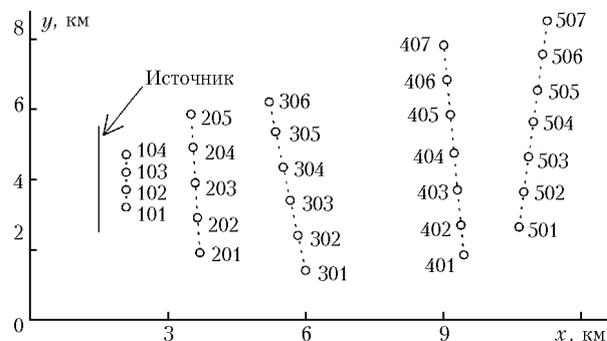


Схема эксперимента, проводившегося 04.10.88. Кружочки – точки отбора проб; стрелка указывает на линию распыления препарата

Таблица 1

Значения интегральной концентрации препарата, измеренные в эксперименте 04.10.88, мг/(м³·с)

№ точки	Измеренные значения	№ точки	Измеренные значения
101	0	401	23,50
102	32,31	402	18,18
103	33,15	403	9,62
104	59,58	404	0
201	70,49	405	0
202	13,51	406	0
203	0,13	407	0
204	43,64	501	1,93
205	3,08	502	3,66
301	5,85	503	4,34
302	88,11	504	7,52
303	36,64	505	0,76
304	13,85	506	0,09
205	18,74	507	0,08
306	15,10	–	–

При решении обратной задачи восстанавливались следующие параметры линейного источника: координаты точки начала движения самолета, длина линии распыления, масса распыленного вещества. Принималось, что самолет пролетал вдоль оси y . Вследствие атмосферной турбулентности, погрешностей при задании величин входных параметров математической модели и других не контролируемых ошибок имеет смысл говорить не о точке пространства, в которой достигается минимум функционала (56), а о некоторой области, внутри которой он расположен. Эту область будем характеризовать точкой начала движения самолета

$$(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = \frac{1}{N_0} \left(\sum_{n=1}^{N_0} x_n, \sum_{n=1}^{N_0} y_n, \sum_{n=1}^{N_0} z_n \right),$$

характерным линейным масштабом $\bar{\Lambda} = \frac{1}{N_0} \sum_{n=1}^{N_0} \Lambda_n$, соответствующим длине линии распыления, а также массой распыленного вещества

$$\bar{Q} = \sum_{n=1}^{N_0} Q_n, \text{ где } N_0 - \text{число первых минимумов функцио-}$$

нала (56) с соответствующими им значениями длины линии распыления и массы выброшенного вещества Λ_n и Q_n . Расчеты показали, что оптимальное значение N равно примерно 50.

В табл. 2 приведены результаты восстановления характеристик линейного источника для эксперимента 04.10.88 по данным о концентрации препарата с первого ряда измерений, с первого – второго рядов, первого – третьего и т.д. Видно, что при сравнении полученных данных с реальными параметрами источника его характеристик восстанавливаются вполне удовлетворительно. Исключение составляют результаты, полученные по данным первого ряда измерений. Это можно объяснить рядом причин. Например, грубой аппроксимацией решения задачи вблизи источника, отсутствием в модели учета влияния «спутного» следа за самолетом и др. Необходимо также особо отметить, что несмотря на большой разброс экспериментальных данных (например, 2–3 порядка во втором ряду измерений), параметры источника воспроизведены достаточно неплохо. Максимальная относительная ошибка в определении массы распыленного вещества не превышала 60%, а горизонтальные координаты источника определялись, как правило, с точностью до одного шага используемой разностной сетки.

Работоспособность метода также проверялась при использовании ограниченного количества точек измерений. В табл. 3 приведены результаты таких численных экспериментов. Здесь в первой строке указаны номера точек измерений, которые использовались в расчетах. Как видно из табл. 3, значения параметров источника воспроизведены несколько хуже, чем при использовании информации по всем точкам измерений. Однако при использовании данных в четырех точках результаты становятся более удовлетворительными.

Таблица 2

Значения параметров источника примеси, восстановленные по данным эксперимента 04.10.88

Восстановленные параметры источника	В расчетах использованы данные со следующих рядов пробоотборников					Реальные параметры источника
	1	1–2	1–3	1–4	1–5	
$\bar{\Lambda}$, км	2,65	3,50	3,50	3,50	3,50	3,50
\bar{x} , км	1,90	1,20	1,20	1,30	0,80	1,50
\bar{y} , км	2,80	2,00	2,00	2,00	2,00	2,50
\bar{z} , м	7	38	54	47	74	50
\bar{Q} , кг	22	206	358	326	592	400

Таблица 3

Результаты восстановления параметров источника при использовании ограниченного количества точек измерений

Восстановленные параметры источника	В расчетах использованы данные со следующих точек пробоотбора			Реальные параметры источника
	201, 302	201, 302, 401	201, 302, 401, 504	
$\bar{\Lambda}$, км	3,00	2,95	3,80	3,50
\bar{x} , км	2,20	2,20	2,00	1,50
\bar{y} , км	1,50	1,60	1,80	2,50
\bar{z} , м	93	49	54	50
\bar{Q} , кг	525	294	397	400

Заклучение

В статье на основании применения метода сопряженных уравнений обоснован алгоритм решения обратной задачи определения параметров многоточечного источника атмосферных примесей по массиву данных о концентрации загрязнений, полученных в ряде контрольных точек. Теоретические результаты работы обобщают подход, использованный авторами ранее для нахождения характеристик одноточечного источника [5]. В качестве демонстрации практических возможностей метода проведены расчеты с использованием данных натуральных измерений. Полученные результаты свидетельствуют о вполне удовлетворительном восстановлении координат, размеров и мощности источника. Предложенный алгоритм решения сложных обратных задач является перспективным и может использоваться для решения широкого круга экологических задач.

1. *Марчук Г.И.* Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982. 320 с.

S.R. Sarmanaev, B.M. Desyatkov, A.I. Borodulin, S.S. Kotlyarova. **Definition of parameters of a multipoint source of aerosol pollutants by a solution of the inverse problem on their dispersion in the atmosphere.**

In this article, the problem of coordinates setting and determining the intensity of stationary point source of aerosol pollutants from the data measured at limited number of control points is considered. The relevant differential equations are derived and the algorithms with the used difference scheme of a numerical solution of the equations are discussed. The conducted cycle of test calculations for a linear source has shown a good agreement with initial data both for the homogeneous and inhomogeneous underlying surfaces. It demonstrates the stability of proposed algorithm and allows one to hope for deriving of unambiguous solutions. This approach is also used in analysis of results of a number of natural experiments with a linear source. As such source, the agricultural aircraft dusting a drug imitating the pest control, was used. These experiments were accompanied by measurements of the drug concentration at a number of control points. The calculated coordinates and source intensity were compared with the true values.

2. *Marchuk G.I., Penenko V.V.* // Application of optimization methods to the problem of mathematical simulation of atmospheric processes and environment // Proc. of the IFIP. 1979. P. 240–252.
3. *Пененко В.В., Ратуша В.Ф.* Некоторые модели оптимизации режима работы источников загрязнения атмосферы // Метеорология и гидрология. 1983. № 2. С. 59–68.
4. *Desyatkov B.M., Sarmanaev S.R., Borodulin A.I., Kotlyarova S.S., Selegei V.V.* Determination of some characteristics of an aerosol pollution source by solving the inverse problem of pollutant spread in the atmosphere // Atmosph. and Ocean. Opt. 1999. V. 12. N 2. P. 130–133.
5. *Годунов С.К., Рябенский В.С.* Введение в теорию разностных схем. М.: Физматгиз, 1977. 264 с.
6. *Desyatkov B.M., Sarmanaev S.R., Borodulin A.I.* Numerical-analytical Model of the Aerosol transport in a Thermally Stratified Boundary Layer of the Atmosphere // Atmosph. and Ocean. Opt. V. 9. N 6. June 1996. P. 517–520.
7. *Котлярова С.С., Десятков Б.М., Лукашева Е.А.* и др. Сравнение теоретических и экспериментальных значений интегральных концентраций и плотности отложений при обработке полей БСРЗ // Биологические и технологические проблемы создания вирусных препаратов для интегрированной защиты растений: Материалы отраслевого совещания. Пос. Кольцово Новосибирской обл., 26 – 29 сентября 1989. С. 72.