

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ

УДК 551.463:535.361

В.Л. Вебер

**ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ О РАСПРЕДЕЛЕНИИ УКЛОНОВ ВЗВОЛНОВАННОЙ ВОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПО ИЗОБРАЖЕНИЮ ТЕСТ-ОБЪЕКТА ТИПА «СЕТКА»**

*Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород*

Поступила в редакцию 22.03.99 г.

Рассматривается лабораторный метод диагностики волнения с использованием тест-объекта типа «сетка». Оптическое изображение объекта представляет собой совокупность искривленных линий со случайно расположенными узлами. В случае топологического соответствия изображения и объекта каждый узел в изображении сетки соответствует узлу на объекте, что позволяет легко идентифицировать их. Показано, что, исходя из координат узлов в искаженном и неискаженном изображении объекта, удастся определить величину и направление уклона поверхности раздела в точке, соответствующей узлу в искаженном изображении. Рассматриваются теоретические предпосылки метода и приводятся результаты численного эксперимента по восстановлению модельного поля уклонов.

В практике лабораторных исследований состояния водной поверхности широкое применение находят оптические методы диагностики волнения. К ним, в частности, относятся методы, основанные на анализе изображений различных тест-объектов, размещенных под или над водой и наблюдаемых через взволнованную поверхность в преломленных или отраженных лучах.

Как показано в [1], при удачном выборе типа объекта можно достаточно простым способом по его изображению определить как «мгновенные», так и статистические характеристики волнения. Наиболее простым объектом, позволяющим регистрировать реализации уклонов взволнованной поверхности, является «оптический клин» – тест-объект с линейным законом распределения светимости. Распределение яркости в изображении этого объекта содержит составляющую, пропорциональную пространственному распределению уклонов водной поверхности в направлении максимального изменения светимости объекта.

Принцип использования объекта типа «клин» лежит в основе метода определения энергетического спектра волнения по изображению морской поверхности в условиях освещения ее рассеянным светом неба [2, 3]. Этот же принцип положен в основу ряда лабораторных методик изучения ветрового волнения (см., например, [4, 5]).

Очевидно, что информация о состоянии водной поверхности содержится не только в энергетических параметрах (яркости) изображения тест-объекта, но и в его геометрических характеристиках. Вероятно, самым простым примером здесь является точечный тест-объект, изображение которого представляет собой, в общем случае, набор случайно разбросанных точек. При этом разница в координатах произвольного «блика» в изображении и «опорной» точки, которая может быть получена в результате наблюдения через плоскую границу раздела воздух – вода, связана линейной зависимостью с вектором-градиентом водной поверхности в точке расположения блика. Таким образом, анализ изображения бликов дает возможность извлечения информации о взволнованной поверхности в дискретном наборе точек поверхности.

Информации о волнении, содержащейся в изображении точечного тест-объекта, обычно бывает недостаточно

для восстановления поля уклонов на необходимом для исследователя пространственном участке. Здесь можно пойти по пути увеличения числа точечных объектов. Однако при этом необходимо каким-либо образом сделать объекты отличающимися друг от друга, что уже представляет собой непростую задачу; кроме того, это повлечет за собой необходимость создания фотоприемников, способных реагировать на эти различия, что, вероятно, окажется еще более сложной задачей. Методом, свободным от этих недостатков, является метод, основанный на анализе изображений тест-объекта типа «сетка». Этот объект представляет собой набор узких полос, для определенности – темного цвета на светлом фоне, расположенных эквидистантно в двух взаимно перпендикулярных направлениях (рис. 1).

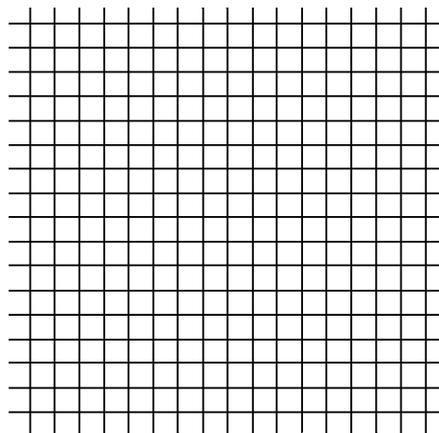


Рис. 1. Изображение тест-объекта типа «сетка» при наблюдении через плоскую поверхность раздела воздух – вода

Изображение объекта представляет собой совокупность искривленных линий со случайно расположенными узлами. В зависимости от степени искажений изображение может быть либо топологически эквивалентным объекту (рис. 2), либо нет (рис. 3). Характер изображения зависит от балльности волнения и глубины расположения объекта.

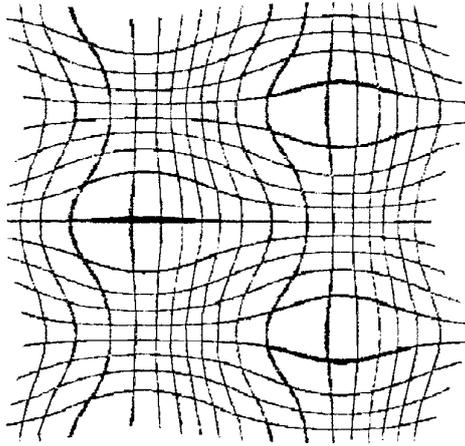


Рис. 2. Изображение сетки при наблюдении через взволнованную поверхность при  $\lambda = 40$  см

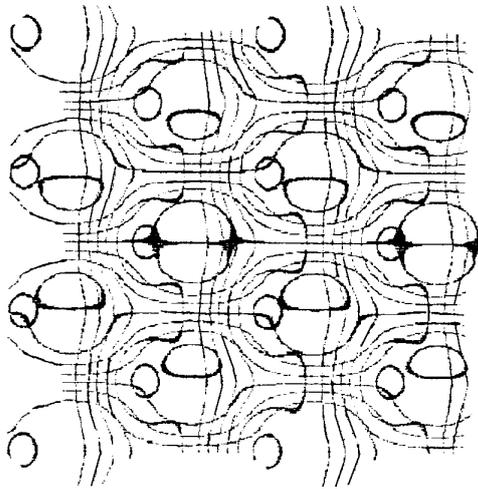


Рис. 3. Изображение сетки при наблюдении через взволнованную поверхность при  $\lambda = 25$  см

При выполнении неравенства  $ap \leq 1$  ( $a = h/4$ ,  $h$  – глубина объекта,  $p$  – максимальное значение второй производной поверхности раздела) изображение имеет вид как на рис. 2. В этом случае каждый узел в изображении сетки соответствует одному узлу на объекте, что позволяет провести его «идентификацию». Процедура восстановления информации об уклонах взволнованной поверхности, как и в задаче о точечном тест-объекте, такова: необходимо определить координаты соответствующих друг другу узлов в искаженном и неискаженном изображениях и, исходя из них, вычислить величину и направление уклона поверхности раздела в точке, соответствующей узлу в искаженном изображении. Заметим, что, в отличие от метода диагностики волнения [4], здесь мы имеем возможность восстановления полной информации о поле уклонов взволнованной границы раздела в дискретных случайно расположенных точках. Восстановление уклонов в произвольной точке поверхности осуществляется интерполяционными методами.

Перейдем к рассмотрению количественной стороны задачи. На рис. 4 приведена схема наблюдения. На высоте  $H$  над водной поверхностью находится система наблюдения (СН), в самом обобщенном виде представляющая собой камеру-обскуру с мозаикой фоточувствительных эле-

ментов в плоскости изображения, расположенной на расстоянии  $f$  от плоскости входного зрачка. На глубине  $h$  под водой размещается тест-объект типа «сетка» с ячейками прямоугольной (для простоты) формы. Выведем соотношения, связывающие координаты  $\mathbf{R}$  произвольного угла сетки с координатами  $\mathbf{p}$  соответствующего узла в плоскости изображения. Из рис. 4 следует:

$$\mathbf{R} = h\mathbf{z}_0 + \mathbf{r} - \frac{h}{\gamma_0} \boldsymbol{\Omega}_0, \quad (1)$$

$$\mathbf{p} = -f\mathbf{z}_0 + \frac{f}{\gamma_i} \boldsymbol{\Omega}_i, \quad (2)$$

$$\mathbf{r} = H\mathbf{z}_0 - \frac{H}{\gamma_i} \boldsymbol{\Omega}_i, \quad (3)$$

где  $\mathbf{r}$  – координата точки на поверхности воды,  $\gamma_{i,0} = (\mathbf{z}_0 \cdot \boldsymbol{\Omega}_{i,0})$ ,  $\boldsymbol{\Omega}_{i,0}$  – единичные векторы направлений лучей.

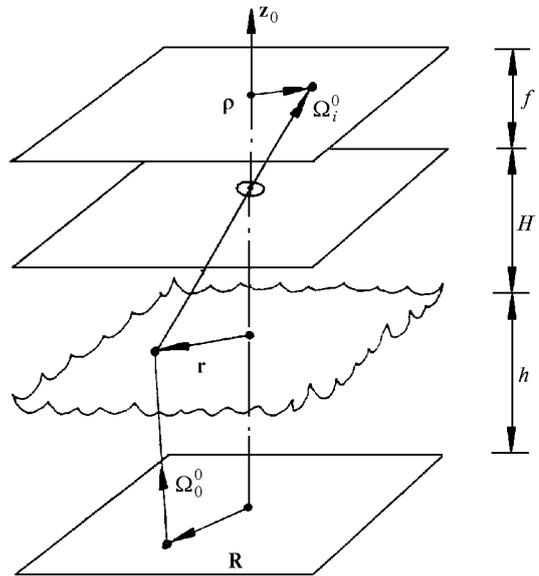


Рис. 4. Схема наблюдения

Соотношение, связывающее векторы падающих и преломленных лучей, может быть получено из закона преломления, оно имеет следующий вид [6]:

$$\boldsymbol{\Omega}_0 = \frac{1}{m} [(\boldsymbol{\Omega}_i - A \mathbf{q}(\mathbf{r}))], \quad (4)$$

где  $A = \sqrt{m^2 - 1 + \gamma_i - \gamma_0}$ ,  $m$  – показатель преломления воды; векторы  $\boldsymbol{\Omega}_{i,0}$  – проекции векторов  $\boldsymbol{\Omega}_i$  на плоскость  $z = \text{const}$ .

Соотношения (1)–(4) выведены при условии малости уклонов  $q^2 \ll 1$ , а также в пренебрежении возвышениями  $\zeta$  поверхности раздела, что справедливо при  $H, h \gg \zeta$ .

Выразим входящие в (1) – (4) параметры через координаты узла в изображении сетки:

$$\boldsymbol{\Omega}_i = \frac{\mathbf{p}}{\sqrt{\rho^2 + f^2}}; \gamma_i = \frac{f}{\sqrt{\rho^2 + f^2}};$$

$$\mathbf{r} = -\mathbf{p} \frac{H}{f}; \gamma_0 = \frac{1}{m} \sqrt{m^2 - \frac{\rho^2}{\rho^2 + f^2}}. \quad (5)$$

Из соотношений (1)–(5) путем несложных преобразований получаем уравнение, связывающее координаты узла сетки на объекте с координатами узла в изображении:

$$\mathbf{R} = -\rho \frac{H}{f} \left(1 + \frac{h}{mH\alpha_r}\right) + h \frac{\alpha_r - 1/m}{\alpha_r} \mathbf{q} \left(-\rho \frac{H}{f}\right), \quad (6)$$

где

$$\alpha_\rho = \sqrt{1 + \frac{\rho^2}{f^2} \left(1 - \frac{1}{m^2}\right)}.$$

В случае отсутствия волнения на границе раздела из (6) следует связь координат узла  $\mathbf{R}$  на объекте и координат  $\rho_0$  в его неискаженном изображении:

$$\mathbf{R} = -\rho_0 \frac{H}{f} \left(1 + \frac{h}{mH\alpha_0}\right), \quad (7)$$

где

$$\alpha_0 = \sqrt{1 + \frac{\rho_0^2}{f^2} \left(1 - \frac{1}{m^2}\right)}.$$

Таким образом, получено два уравнения, определяющих координаты узлов в искаженном и неискаженном изображениях тест-объекта типа «сетка». Приравняв правые части уравнений (6) и (7), получаем одно уравнение, из которого определяется значение вектора-градиента взволнованной водной поверхности:

$$\mathbf{q} \left(-\rho \frac{H}{f}\right) = \frac{\alpha_r H}{hf(\alpha_r - 1/m)} \left[ \rho \left(1 + \frac{h}{mH\alpha_r}\right) - \rho_0 \left(1 + \frac{h}{mH\alpha_0}\right) \right]. \quad (8)$$

Запишем выражение (8) в системе координат, связанной с поверхностью раздела воздух – вода:

$$\mathbf{q}(\mathbf{r}) = \frac{\beta_r}{h(\beta_r - 1/m)} \left[ \mathbf{r}_0 \left(1 + \frac{h}{mH\beta_0}\right) - \mathbf{r} \left(1 + \frac{h}{mH\beta_r}\right) \right], \quad (9)$$

где

$$\beta_r = \sqrt{1 + \frac{r^2}{H^2} \left(1 - \frac{1}{m^2}\right)}, \quad \beta_0 = \sqrt{1 + \frac{r_0^2}{H^2} \left(1 - \frac{1}{m^2}\right)};$$

$$\mathbf{r} = -\rho \frac{H}{f}, \quad \mathbf{r}_0 = -\rho_0 \frac{H}{f}.$$

Выражение (9) приобретает особенно простой вид в случае, когда угол наблюдения объекта невелик ( $r, r_0 \ll H$ ) и СН находится достаточно далеко от водной поверхности ( $H \gg h/m$ ):

$$\mathbf{q}(\mathbf{r}) = \frac{1}{a} (\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}), \quad (10)$$

где  $a = h(m-1)/m$ .

Для проверки работоспособности предложенного метода восстановления поля уклонов взволнованной водной поверхности были сделаны численные расчеты. Моделирование проводилось для поверхности раздела воздух – вода, заданной суммой трех гармонических волн, имеющих одинаковые амплитуды  $\sigma$  и длины волн  $\lambda$  и

распространяющихся в направлениях, различающихся на  $120^\circ$ . Моделирование шло в несколько этапов.

На первом этапе решалась задача формирования искаженного изображения тест-объекта, представляющего собой щит размером  $0,8 \times 0,8$  м с нанесенным на него рисунком сетки, состоящим из 17 полос по двум ортогональным направлениям (шаг сетки 5 см, ширина полосы 2 мм). Глубина размещения объекта 2 м. Изображение тест-объекта при наблюдении через плоскую поверхность воды приведено на рис. 1. Исходное (неискаженное) изображение объекта, созданное на экране монитора в соответствии с масштабом преобразования реальных координат в экранные, построчно сканировалось шагом 1 пиксель. В каждой точке экрана производился пересчет экранных координат  $\mathbf{r}^e$  в реальные  $\mathbf{r}$ . В соответствии с формулами  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r} + a\mathbf{q}(\mathbf{r})$  определялись реальные координаты точек в плоскости объекта  $\mathbf{r}_0$ , которые пересчитывались в экранные координаты  $\mathbf{r}_0^e$ . Затем определялась яркость экрана в точке  $\mathbf{r}_0^e$  (яркость отлична от нуля, если точка принадлежит рисунку сетки, и равна нулю, если точка – вне его). Полученное искаженное изображение объекта состояло из  $640 \times 480$  точек, определяющих разрешение VGA-дисплея. На рис. 2 приведено изображение объекта, полученное при наблюдении через поверхность с  $\lambda = 40$  см и  $\sigma = 4$  мм. (Соответствующая этим условиям функция возвышений водной поверхности приведена на рис. 5 в виде линий уровня). Рис. 3 соответствует условиям  $\lambda = 25$  см и  $\sigma = 4$  мм.

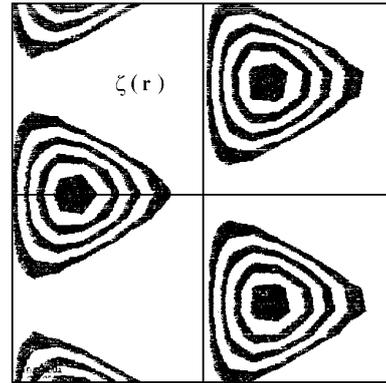


Рис. 5. Изолинии функции возвышений водной поверхности ( $\lambda = 40$  см)

На втором этапе ставилась задача определения вектора-градиента уклонов водной поверхности в узлах искаженного изображения объекта. На экран монитора выводилось изображение объекта, и посредством перемещаемого оператором курсора последовательно определялись координаты всех узлов в искаженном изображении сетки  $\mathbf{r}_i$ , которые записывались в виде квадратной матрицы  $M$ . Дополнительно создавалась матрица  $M_0$ , содержащая информацию о координатах узлов  $\mathbf{r}_i^0$  неискаженного изображения (регулярная сетка). Затем по формуле

$$\mathbf{q}_i(\mathbf{r}) = (\mathbf{r}_i^0 - \mathbf{r}_i)/a$$

с использованием данных, содержащихся в  $M$  и  $M_0$ , определялись значения градиентов уклонов последовательно во всех узлах искаженной сетки. Полученные на этом этапе результаты записывались в виде квадратных матриц  $Q_x$  и  $Q_y$ , содержащих значения составляющих уклонов  $q_x$  и  $q_y$  в

узлах искаженной сетки. Заметим, что процесс ручной «оцифровки» узлов искаженной сетки является довольно трудоемким, однако предлагаемый метод анализа волновых процессов допускает его автоматизацию.

На третьем этапе решалась задача интерполирования значений матриц  $Q_x$  и  $Q_y$  в узлы регулярной сетки. Для определения значения функции  $q_x$  (или  $q_y$ ) в некоторой точке использовалась информация о значениях этой функции в ближайших четырех окружающих ее узлах искаженной сетки. При этом точка оказывалась внутри неправильного четырехугольника. Вопрос о принадлежности точки некоторому четырехугольнику являлся здесь ключевым и решался посредством особой вычислительной схемы. В качестве интерполяционной формулы использовалась неполная квадратическая форма вида  $z = ax + by + cx + d$ . Полученные на данном этапе результаты записывались в виде матриц  $Q_{x,y}^0$ , элементы которых, в отличие от матриц  $Q_{x,y}$ , определены в узлах регулярной сетки.

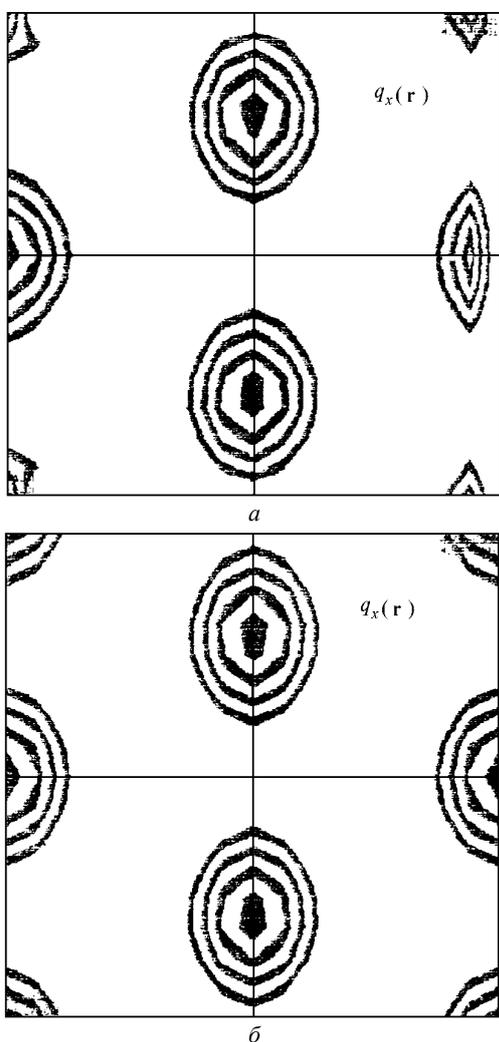


Рис. 6. Поле уклонов  $q_x(\mathbf{r})$  водной поверхности ( $\lambda = 40$  см): *a* – восстановленное, *б* – теоретическое

На четвертом этапе решалась задача построения двумерных распределений составляющих  $q_x$  и  $q_y$  вектора градиента взволнованной границы раздела, в частности, в виде линий равного уровня. Для решения этой задачи ис-

пользовались данные, записанные в матрицах  $Q_{x,y}^0$ . Заметим, что при построении графиков применялись традиционные и хорошо известные интерполяционные схемы. На рис. 6,*a* приведено пространственное распределение  $x$ -составляющей уклонов, а на рис. 7,*a* –  $y$ -составляющей (для того чтобы не перегружать рисунок, на нем и последующих рисунках приведены лишь положительные полу-волны). На рис. 6,*б* и 7,*б* приведены теоретические распределения функций  $q_x(\mathbf{r})$  и  $q_y(\mathbf{r})$ . Сравнивая распределения, полученные в результате обработки смоделированного изображения сетки, с теоретическими распределениями, можно убедиться в их хорошем согласии. «Краевые» ошибки связаны с тем, что некоторые узлы регулярной сетки оказались вне искаженного изображения объекта. Максимальная погрешность восстановления уклонов, как показал анализ, в рассмотренном примере не превосходит 12%. Эта погрешность может быть уменьшена, если использовать тест-объект с меньшим расстоянием между узлами сетки.

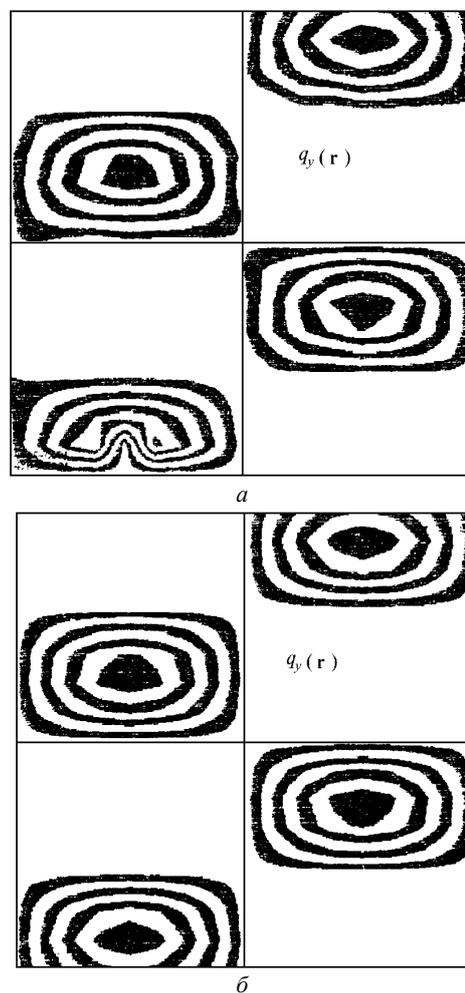


Рис. 7. Поле уклонов  $q_y(\mathbf{r})$  водной поверхности ( $\lambda = 40$  см): *a* – восстановленное, *б* – теоретическое

В заключение еще раз подчеркнем, что предложенный метод восстановления пространственного распределения уклонов взволнованной водной поверхности хорошо «работает» лишь при условии достаточно «плавных» и «непрерывных» искажений изображения тест-объекта.

Только в этом случае изображение имеет топологически эквивалентный объекту характер, и основное требование к возможности решения обратной задачи – точное взаимное соответствие узлов сетки в изображении и на объекте – строго выполняется. Это обстоятельство ограничивает область применимости данного метода лабораторными условиями. Заметим, однако, что и в случае, когда одной точке объекта соответствует несколько точек в изображении (см. рис. 3), обратная задача все же может быть решена, но для этого потребуются провести достаточно кропотливую работу по «идентификации» узлов в изображении сетки. Эту работу может провести человек, но автоматизировать ее, скорее всего, будет затруднительно.

Предложенный здесь оптический метод регистрации волновых явлений на водной поверхности был использован для экспериментальной проверки теоретической модели трансформации поверхностных волн на двумерно-неоднородном течении. Эксперименты проводились в большом гидрофизическом бассейне ИПФ РАН, длина которого 20 м, ширина 4 м и глубина 2 м. В качестве тест-объекта использовался щит размером 1,5×1,5 м с нанесенным на него рисунком, представляющим собой систему полос с шагом 5 см. Глубина размещения объекта составляла 1,64 м. Оптическая приемная часть установки была вы-

полнена на основе телевизионной ПЗС-камеры, расположенной на высоте 0,67 м. Оцифровка координат узлов в изображении тест-объекта и вычисление значений поля уклонов водной поверхности производились с помощью ПЭВМ на основе формул (8), (9). Проведенные эксперименты, результаты которых представлены в [7], показали практическую работоспособность предложенного метода восстановления поля уклонов взволнованной водной поверхности.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 99-05-64798, и SPAWARSCEN, контракт № N68171-99-M-5352.

1. Вебер В.Л. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1982. Т. 18. № 3. С. 286–295.
2. Stilwell D.J. // Journ. Geophys. Res. 1969. V. 74. № 8. P. 1974–1986.
3. Зуйкова Э.М., Лучинин А.Г., Тумов В.И. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1985. Т. 21. № 10. С. 1095–1102.
4. Keller W., Gotwols B.L. // Appl. Opt. 1983. V. 22. P. 3476–3478.
5. Jahne B., Riemer K.S. // Journ. Geophys. Res. 1990. V. 95. № C7. P. 11531–11546.
6. Вебер В.Л. // Изв. вузов. Радиофизика. 1979. Т. 22. № 8. С. 989–1001.
7. Баханов В.В., Таланов В.И. // Приповерхностный слой океана. Физические процессы и дистанционное зондирование. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1999. Т. 1. С. 81–107.

*W.L. Weber. Information Retrieval of Rough Water Surface Slope Distribution Based on the «Grid» Test-Object Image.*

The laboratory method of rough water surface diagnostics based on the use of «grid» test-object is considered. The optical image of the object represents a set of distorted lines with randomly disposed nodes. In case of topological accordance between the image and object each node in «grid» image corresponds to a node on the object, what permits one to easily identify the node. It is shown that, based on nodes coordinates in distorted and undistorted object images, one can determine the value and direction of the surface slope in the point corresponding to the node in the distorted image. The theoretical preconditions of the method are considered and results of numerical computation are presented.