

Б.М. Десятков, С.Р. Сарманаев, А.И. Бородулин, С.С. Котлярова, В.В. Селегей

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ИСТОЧНИКА АЭРОЗОЛЬНЫХ ПРИМЕСЕЙ ПУТЕМ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ИХ РАСПРОСТРАНЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ

ГНЦ ВБ «Вектор», НИИ аэриологии, Новосибирская область
Западно-Сибирский Центр мониторинга загрязнений окружающей среды, Новосибирск

Поступила в редакцию 4.02.98 г.

Принята к печати 30.11.98 г.

Предлагается экономичный и устойчивый метод определения координат мгновенного точечного источника аэрозольных примесей и количества выброшенного вещества по измеренным в нескольких точках пространства значениям интегральной концентрации примеси. Он основан на решении сопряженного уравнения турбулентной диффузии. Рассмотрены два примера. В первом распространении примеси происходит над однородной подстилающей поверхностью. Во втором – над г. Новосибирском с учетом реального рельефа местности, городской застройки, зеленых массивов, водоемов. Расчеты над площадкой с однородной подстилающей поверхностью дают хорошие результаты уже при двух контрольных точках, где измеряется интегральная концентрация примеси. При моделировании распространения над реальным рельефом получают оценки, менее точные, но вполне удовлетворительные для практического использования предлагаемого метода.

Предположим, что станции контроля за состоянием воздуха зафиксировали многократное увеличение концентрации некоторого вредного вещества и это произошло в результате скрытого выброса одним из многочисленных предприятий, расположенных в данном регионе. Какое предприятие из потенциально возможных является виновником? Каково количества выброшенной примеси? На какой площади будет наблюдаться превышение предельно допустимых концентраций? Нахождение координат источника и количества выброшенной примеси по ограниченному ряду данных измерений (решение обратной задачи) – типичная задача, которая часто возникает перед экологическими службами. Актуальность и практическая значимость разработки эффективных методов и алгоритмов решения проблем такого типа очевидны.

Существует несколько подходов к решению обратных задач. Обычно используются итерационные методы (наискорейшего спуска, случайных блужданий и др.) [1], где на каждом шаге итерации приходится решать прямую задачу. Это, естественно, приводит к значительному увеличению времени, затрачиваемого на проведение расчетов. Попытки получить аналитическое решение обратной задачи наталкиваются на ряд трудностей. Они чаще всего проявляются в неоднозначности решения. «Не угадав» вид начального приближения, необходимого для начала итерационного процесса, можно не только потерять часть решений, но и вообще неверно решить задачу. Универсальных методов выбора начального приближения пока не разработано.

Другой подход основан на решении уравнения, сопряженного с уравнением турбулентной диффузии. Задача математического моделирования ряда процессов, связанных с охраной окружающей среды, на основе решения сопряженных уравнений была сформулирована Г.И. Марчуком в начале 70-х гг. Дальнейшее развитие она получила в работах [2–5].

При решении обратных задач сопряженная формулировка, отражая принцип двойственности [2], позволяет разработать алгоритмы, которые в ряде случаев оказываются

наилучшими как при анализе обратных задач, так и при их реализации. Важно, что при этом отпадает необходимость многократного решения прямой или сопряженной задачи.

В статье предлагается экономичный и устойчивый метод определения координат мгновенного точечного источника загрязнений и количества поступившего в атмосферу вещества по значениям интегральной концентрации примеси, измеренным в ряде контрольных точек. Предлагаемый метод основан на решении сопряженного уравнения турбулентной диффузии.

Пусть интегральная концентрация аэрозольной примеси, определенная как

$$D = \int_0^{\infty} C(t) dt$$

в области Ω ($0 \leq x \leq X$, $0 \leq y \leq Y$, $0 \leq z \leq Z$), удовлетворяет следующему уравнению:

$$U \frac{\partial D}{\partial x} + V \frac{\partial D}{\partial y} + (W - V_s) \frac{\partial D}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} K_x \frac{\partial D}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} K_y \frac{\partial D}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} K_z \frac{\partial D}{\partial z} + R \quad (1)$$

с граничными условиями

$$D \Big|_{x=0, X} = D \Big|_{y=0, Y} = D \Big|_{z=Z} = 0;$$

$$\left(K_z \frac{\partial D}{\partial z} + V_s D - \beta D \right) \Big|_{z=0} = 0, \quad (2)$$

где C – математическое ожидание концентрации примеси; U , V , W – x -, y - и z -компоненты среднего значения вектора скорости ветра; K_x , K_y , K_z – соответствующие коэффициенты турбулентной диффузии; V_s – скорость седиментации

аэрозольных частиц; β – параметр, описывающий взаимодействие примеси с подстилающей поверхностью; $R(x, y, z)$ – функция, описывающая источники примеси.

Стационарное уравнение (1) для мгновенного точечного источника примеси получается из полуэмпирического уравнения турбулентной диффузии [6] интегрированием последнего по времени от нуля до бесконечности. Согласно [2] введем величину D_* , удовлетворяющую сопряженному с (1) уравнению

$$-U \frac{\partial D_*}{\partial x} - V \frac{\partial D_*}{\partial y} - (W - V_s) \frac{\partial D_*}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} K_x \frac{\partial D_*}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} K_y \frac{\partial D_*}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} K_z \frac{\partial D_*}{\partial z} + R_* \quad (3)$$

где $R_* = R_*(x, y, z)$ – функция, смысл которой объясняется ниже. Зададим для функции D_* следующие граничные условия:

$$D_* \Big|_{\substack{x=0, X \\ y=0, Y}} = D_* \Big|_{z=Z} = 0;$$

$$\left(K_z \frac{\partial D_*}{\partial z} - \beta D_* \right) \Big|_{z=0} = 0. \quad (4)$$

Умножим уравнения (1) на D_* и (3) на D , вычтем одно из другого и проинтегрируем результат по области Ω . С учетом граничных условий (2) и (4) получим интегральное тождество

$$\int_{\Omega} R_* D dV = \int_{\Omega} R D_* dV, \quad (5)$$

где dV – элемент объема области Ω . Пусть

$$J = \int_{\Omega} R_* D dV \quad (6)$$

есть некоторый линейный функционал, зависящий от D , который можно рассчитать на основе решения задачи (1) и (2). Из (5) следует, что этот же функционал может быть вычислен решением сопряженной задачи (3) и (4). Это свойство демонстрирует принцип двойственности предоставления функционалов типа (6).

Смысл R_* и D_* можно пояснить на следующем примере. Пусть

$$R_* = Q_* \delta_3(x - x_k, y - y_k, z - z_k), \quad (7)$$

где δ_3 – трехмерная дельта-функция [1]; x_k, y_k, z_k – координаты некоторой точки области Ω . Тогда

$$J = Q_* D(x_k, y_k, z_k) = Q_* D_k. \quad (8)$$

Отсюда следует, что с точностью до множителя Q_* функционал J определяет интегральное значение концентрации примеси D_k в заданной точке пространства. С другой стороны, с использованием (5) интегральную концентрацию

D_k можно рассчитать, задав R_* и решив систему (3), (4) относительно функции D_* . Таким образом, D_* является функцией Грина, т.е. функцией влияния источников, задаваемых функцией $R(x, y, z)$, на значения интегральной концентрации D_k в определенной точке пространства.

Предположим, что мгновенный выброс загрязняющего вещества произошел в момент t_0 в некоторой неизвестной нам точке x_m, y_m, z_m и его масса Q_m , т.е. $R = Q_m \delta_3(x - x_m, y - y_m, z - z_m)$, а в контрольных точках с координатами x_k, y_k, z_k ($k = 1, 2, \dots, K$) были зафиксированы значения интегральной концентрации D_k . Пусть R_* задано соотношением (7). Для каждой из K контрольных точек решим задачу (3), (4) и найдем набор из K функций Грина D_{*k} . Тогда, согласно (5) и (8), получим соотношение для определения неизвестных величин Q_{km} . Они являются массой выброшенного источником вещества, находящимся в m -м узле разностной сетки и создающим в k -й точке значение интегральной концентрации D_k :

$$Q_{*k} D_k = \int_{\Omega} R D_* dV = Q_{km} D_{*km}; \quad k = 1, \dots, K; \quad m = 1, \dots, M,$$

где D_{*km} – значения функции Грина в m -м узле разностной сетки для источника, расположенного в k -й контрольной точке; M – число узлов разностной сетки. Таким образом, в каждом узле m определяются K значений массы Q_{km} , соответствующие набору из K измеренных значений интегральной концентрации D_k . После этого для m -го узла вычисляем среднее значение \bar{Q}_m и дисперсию σ_m^2 :

$$\bar{Q}_m = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K Q_{km}; \quad \sigma_m^2 = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K (Q_{km} - \bar{Q}_m)^2. \quad (9)$$

В силу свойства единственности решения задачи распространения примеси только в одном из узлов сетки может находиться источник, который определяет измеренные значения интегральной концентрации D_k в точках x_k, y_k, z_k . Очевидно, точка, в которой находится минимальное значение дисперсии, определяет искомые координаты источника, а соответствующее значение \bar{Q}_m является искомой массой выброшенной примеси. Можно показать, что для определения координат источника и массы необходимо и достаточно выполнение условия $K \geq 2$.

Рассмотрим два примера. В первом распространение примеси происходит над ровной однородной поверхностью. Во втором – над реальным рельефом с различными типами поверхности (городская застройка различной этажности, степь, лес, водоемы и др.).

Для получения значений интегральной концентрации в контрольных точках решение обратной задачи (3), (4) предшествовало решению прямой (1), (2). В точке $x_0 = 12$ км, $y_0 = 20$ км, $z_0 = 50$ м (z_0 – вертикальная координата), рис. 1, в 15 ч местного времени происходил мгновенный выброс примеси массой Q_0 , унесенной частицами диаметром 10 мкм. Расчеты проводились для метеословий, типичных для г. Новосибирска на 25 июня. На город дул юго-западный ветер, скорость которого на высоте флюгера, расположенного на загородной метеостанции, была равна 3 м/с. С использованием метода [7] рассчитывались поля скорости ветра над площадкой и затем интегральная концентрация примеси.

На рис. 1 дан пример расчетов для первого варианта, где для $z = 50$ м приведены изолинии интегральной концентрации. Внутренняя изолиния проведена для интегральной концентрации, равной 3,7 усл.ед., остальные для 1,8; 1,2; 0,46; 0,23 и 0,09 усл.ед. соответственно. Интегральная концентрация в контрольных точках 1, 2, ..., 6 равна 1,8; 1,1; 0,74; 0,56; 0,46 и 0,37 усл.ед. соответственно.

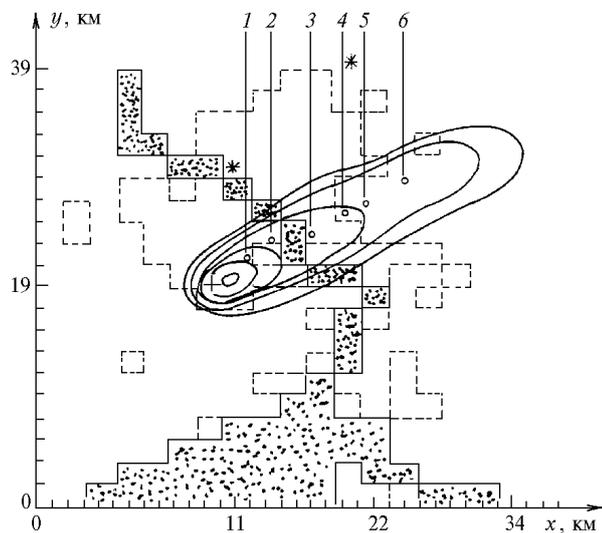


Рис. 1. Пример изолиний интегральной концентрации при распространении примеси над ровной и однородной площадкой. Кружочки, отмеченные цифрами 1, ..., 6, – контрольные точки. Источник помечен крестом. Граница г. Новосибирска обведена штриховой линией; область, покрытая точками, – р. Обь и водохранилище

После этого проводилось решение обратной задачи (3), (4), определялись координаты источника и количество выброшенного вещества. Когда использовались всего лишь две контрольные точки (первая и третья), координаты, определяющие минимальное значение дисперсии σ_m^2 , совпали с исходно заданными координатами источника. Восстановленное значение массы отличалось от исходного значения менее чем на 3%. Расчетами установлено, что увеличение количества контрольных точек, а также изменение их взаимного расположения практически не влияют на точность определения характеристик источника над однородной и ровной площадкой.

Поле интегральной концентрации, полученное для второго случая, приведено в верхней части рис. 2. Внутренняя изолиния проведена для интегральной концентрации 3,7 усл.ед., остальные для 1,8; 1,2; 0,46 и 0,23 усл.ед. соответственно. Несмотря на относительно ровный рельеф г. Новосибирска, обращает на себя внимание заметное отличие полей интегральной концентрации от рассчитанных над однородной подстилающей поверхностью. В контрольных точках 1, 2, ..., 6 интегральная концентрация равна 1,2; 0,70; 0,47; 0,017; 0,39 и 0,13 усл.ед. соответственно. Для второго варианта не удастся получить результаты с такой высокой точностью, как в первом.

Ошибка определения координат источника в большинстве случаев равна одному шагу разностной сетки по горизонтали (равному 2 км) и двум-трем шагам по вертикали (равным 50 м). Масса выброшенного источником вещества, соответствующая минимальному значению дисперсии, определяется с погрешностью до 20% при шести

контрольных точек. При уменьшении числа контрольных точек до двух погрешности возрастают до 80%. Однако изолиния дисперсии σ_m^2 для двух контрольных точек, представленная в нижней части рис. 2, вполне удовлетворительно локализует источник. Если контрольных точек больше трех, то точность определения координат источника сравнима с точностью, достигнутой при расчетах над однородной подстилающей поверхностью. Расчеты с различными наборами исходных данных свидетельствуют об устойчивости получаемых данных и эффективности алгоритма.

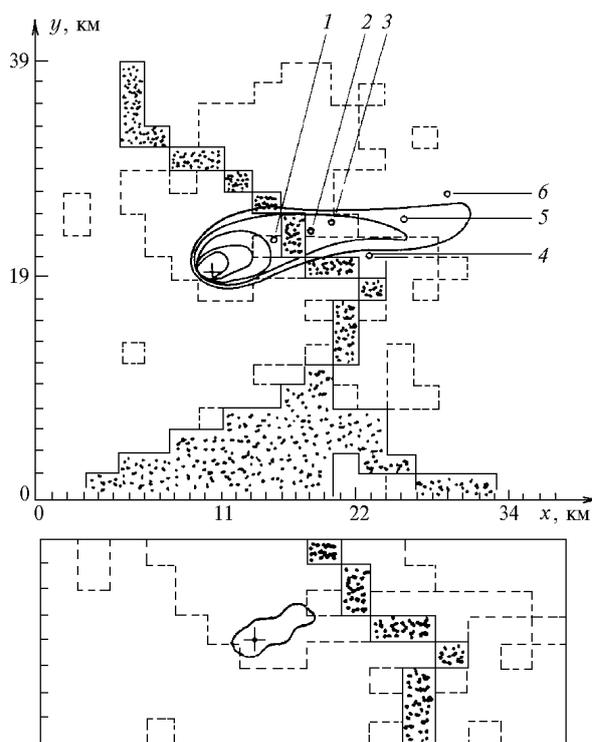


Рис. 2. Пример изолиний интегральной концентрации при распространении примеси над реальным рельефом (г. Новосибирск). Обозначения те же, что и на рис. 1. На фрагменте в нижней части рисунка приведена изолиния дисперсии σ_m^2 , полученная для двух контрольных точек

Дополнительные тестовые расчеты с аналитически заданными компонентами скорости ветра, при которых максимальное значение вертикальной скорости изменялось от 0,1 до 1,2 м/с, показали, что точность восстановления координат источника и масса выброшенного вещества в этом случае такая же, как и в первом примере для однородной поверхности. Это свидетельствует о том, что наблюдаемое увеличение погрешности восстановления искомых величин во втором примере обусловлено недостаточной точностью вычисления компонент скорости ветра и не связано с предлагаемым методом решения обратной задачи.

И, наконец, приведем результаты расчетов с использованием реальных данных, полученных службой контроля за загрязнением воздуха г. Новосибирска. Пятого мая 1994 г. на двух станциях, отмеченных на рис. 1 звездочками, в 13 ч местного времени были зафиксированы следующие значения концентрации двуокиси азота: $C_1 = 0,89$ и $C_2 = 1,48$ мг/м³, что многократно превышает предельно допустимое значение, равное 0,085 мг/м³. При этом на остальных 10 станциях контроля, расположенных в различных районах города, наблюдаемые в этот день значения

концентрации, которые можно интерпретировать как фоновые, хотя и были соизмеримы с ПДК и типичны для Новосибирска, но оказались примерно на порядок меньше указанных выше значений в точках 1 и 2. Поэтому этой фоновой концентрацией пренебрегли. Примерно такие же значения концентрации наблюдались в течение 12 ч, при этом направление и скорость ветра почти не менялись. По-видимому, предполагаемый выброс был не залповым, а длился около 10–12 ч с почти одинаковой мощностью. В связи с этим заметим, что если уравнение (1) интерпретировать как стационарное уравнение для концентрации примеси, испускаемой точечным стационарным источником, то \bar{Q}_m будет являться оценкой мощности этого источника.

σ_m , КГ/С	\bar{Q}_m , КГ/С	x_m , КМ	y_m , КМ	z_m , КМ
1,0	340	10	22	506
5,0	130	6	24	206
5,3	180	4	22	110
11,0	170	6	22	354
16,0	84	10	26	270

В таблице даны первые пять найденных минимальных значений σ_m , соответствующие им значения \bar{Q}_m , которые с учетом сделанного замечания будем интерпретировать как мощности, и координаты x_m, y_m, z_m предполагаемых источников (шаг по вертикали в этих расчетах был равен 2 м).

Вблизи точек с указанными координатами находится ряд крупных промышленных предприятий г. Новосибирска. Теперь, привлекая дополнительную информацию о типе выбросов, высоте труб и особенностях технологического процесса предприятий данного региона, можно определить наиболее вероятного виновника произошедшего загрязнения.

B.M. Desyatkov, S.R. Sarmanaev, A.I. Borodulin, S.S. Kotlyarova, V.V. Selegei. Evaluation of some Characteristics for the Aerosol Pollutant Source by Solving the Inverse Problem of Their Dispersion in the Atmosphere.

The economical and stable method for the evaluation of the aerosol instantaneous point source coordinates and emitted pollutant quantity from the pollutant integral concentration values measured at several spatial points is presented in this work. This method is based on the solution of the turbulent diffusion conjugate equation. Two examples were considered. In the first case the pollutant dispersion takes place over the inhomogeneous underlying surface. In the second case this process takes place over Novosibirsk city with due regard for surface relief, buildings, plantations of trees and shrubs, reservoirs. The calculations over the area with inhomogeneous underlying surface give good results even for two control points where the pollutant integral concentration is measured. Under modeling the pollutant dispersion over the real relief, we obtain the estimates less exact but wholly satisfactory for the practical implementation of the suggested method.

Таким образом, полученные результаты показывают, что предложенный нами метод решения обратных задач способен успешно решать ряд серьезных экологических проблем. При разработке конкретных методик, основанных на предлагаемом алгоритме, необходимо учесть, что при неблагоприятных для рассеяния примеси метеорологических условиях (сопровождаемая устойчивой стратификацией атмосферы скорость ветра меньше 2 м/с) наблюдаемые значительные увеличения концентрации могут быть обусловлены не залповым выбросом, а накоплением ее в приземном слое атмосферы даже при относительно небольших мощностях источников.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований. Проект № 98-05-65246.

1. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1973. 831 с.
2. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982. 320 с.
3. Марчук Г.И. Окружающая среда и некоторые проблемы оптимизации размещения предприятий // ДАН СССР. 1976. Т. 227. № 5. С. 1056–1059.
4. Marchuk G.I., Penenko V.V. // Application of Optimization Methods to the Problem of Mathematical Simulation of Atmospheric Processes and Environment. Proc. of the IFIP. В. 1979. Р. 240–252.
5. Пененко В.В., Ратуша В.Ф. Некоторые модели оптимизации режима работы источников загрязнения атмосферы // Метеорология и гидрология. 1983. № 2. С. 59–68.
6. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности. Ч. 1. М.: Наука, 1965. 640 с.
7. Десятков Б.М., Сарманаев С.Р., Бородулин А.И. // Оптика атмосферы и океана. 1996. Т. 9. № 6. С. 815–820.