«Оптика атмосферы и океана», **12,** № 2 (1999)

УДК 535.36

К.А. Шаповалов

ПРИБЛИЖЕНИЕ ВЕНТЦЕЛЯ–КРАМЕРСА–БРИЛЛЮЭНА (ВКБ), УЛУЧШЕННОЕ В ОБЛАСТИ БОЛЬШИХ УГЛОВ СВЕТОРАССЕЯНИЯ

Красноярский государственный педагогический университет

Поступила в редакцию 4.02.98 г. Принята к печати 30.11.98 г.

Предложена модификация приближения ВКБ, позволяющая корректно использовать данное приближение в области больших углов светорассеяния (более 90÷100°) для оптически «мягких» частиц. Продемонстрированы возможности модифицированного приближения ВКБ для расчета индикатрисы светорассеяния (или элемента матрицы рассеяния f_{11}) цилиндрической частицы в сравнении с приближениями ВКБ и Рэлея–Ганса–Дебая. Получены формулы для расчета сечения обратного рассеяния цилиндрической частицы в стандартном и модифицированном приближениях ВКБ.

1. Введение

Методы светорассеяния давно и успешно применяются в исследованиях по оптике атмосферы и океана, в медицине, биологии. При интерпретации результатов таких исследований необходимо применять модельные представления об объектах исследования. Причем из-за сложности, а иногда и просто невозможности строгого расчета характеристик светорассеяния для частицы произвольной формы и структуры используются многочисленные приближения [1].

Для так называемых оптически «мягких» светорассеивающих частиц ($|n-1| \ll 1$, где n – относительный показатель преломления частицы) можно использовать достаточно строгое приближение ВКБ. Данное приближение, как доказано ранее в [2, 3], включает в себя и приближение Рэлея–Ганса–Дебая (РГД), и аномальной дифракции (АД), и дифракции Фраунгофера.

Однако приближение ВКБ адекватно описывает дифференциальные характеристики светорассеяния в основном в малоугловой области $\beta < 40 \div 50°$. Поэтому в настоящей статье делается попытка использовать после небольшой модификации приближение ВКБ для цилиндрических частиц в области больших углов. Основания для такой модификации и следствия для сферических частиц представлены в [4].

2. Амплитуда светорассеяния в стандартном и в модифицированном приближениях ВКБ

Используя интегральное представление амплитуды светорассеяния, после небольших перегруппировок получаем в приближении ВКБ (для случая волны, падающей вдоль оси z) [5]:

$$f(\mathbf{s}, \mathbf{i}) = \frac{k^2}{4\pi} [-\mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \mathbf{e}_i)] \int (n^2 - 1) \times$$

$$\times \exp\left[ik \int\limits_{z_1}^{z} (n-1)\, dz - ik\mathbf{r}' (\mathbf{s} - \mathbf{i}) \right] dV', \qquad (1)$$

где $\mathbf{s}$, $\mathbf{i}$ – единичные векторы вдоль направления рассеяния и распространения соответственно; z_1 – входная координата точки поверхности частицы для волны, проходящей через точку $\mathbf{r}$; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; λ – длина волны в дисперсной среде; $\mathbf{e}_i$ – единичный вектор в направлении поляризации падающей волны.

Как показано в [4], выражение для амплитуды светорассеяния в модифицированном приближении ВКБ (МП ВКБ) имеет удвоенный подынтегральный экспоненциальный множитель, отвечающий за сдвиг фазы «луча», т.е.

$$f^M(\mathbf{s}, \mathbf{i}) = \frac{k^2}{4\pi} [-\mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \mathbf{e}_i)] \int (n^2 - 1) \times$$

$$\times \exp\left[2ik \int\limits_{z_1}^{z} (n-1)\, dz - ik\mathbf{r}' (\mathbf{s} - \mathbf{i}) \right] dV'. \qquad (2)$$

МП ВКБ применимо при соблюдении следующих условий [4]:

1) $|n-1| \ll 1/2$, т.е. условие оптической «мягкости» частицы усилено;

2) большие углы рассеяния, т.е. исключены малые углы $\beta \ll 1$ рад;

3) малая величина фазового сдвига $\Delta \le 4 \div 5$, где $\Delta = 2\rho\,(n-1)$.

МП ВКБ [4] дает более надежные результаты для сферических частиц в области больших углов, чем приближение РГД.

Далее обсудим следствия МП ВКБ для цилиндрических частиц.

3. Амплитуда и индикатриса светорассеяния цилиндрических частиц

Выражение для амплитуды светорассеяния цилиндрической частицы (ось симметрии вдоль падающего света) в стандартном приближении ВКБ получено ранее в [6]:

$$f(\beta) = \frac{(kR)^2\, H\,(n^2 - 1)\, \exp\,(ikH\,(n-1)/2)}{2} \times$$

$$\times \frac{J_1\,(kR\sin(\beta))}{kR\sin(\beta)}\,\frac{\sin(kH\,(n-\cos(\beta))/2)}{kH\,(n-\cos(\beta))/2}\,, \qquad (3)$$

где R – радиус цилиндра; H – высота цилиндра.

Аналогично из (2) МП ВКБ дает

$$f^{M}(\beta) = \frac{(kR)^2\,H\,(n^2-1)\exp\,(ikH\,(n-1))}{2}\times$$

$$\times \frac{J_1\,(kR\sin(\beta))}{kR\sin(\beta)}\,\frac{\sin(kH\,(2n-1-\cos(\beta))/2)}{kH\,(2n-1-\cos(\beta))/2}\,. \qquad (4)$$

Индикатриса светорассеяния [или элемент матрицы рассеяния f_{11} для естественного света (поляризация хаотична)] рассчитывалась по формуле

$$f_{11}(\beta) = \frac{1+\cos^2(\beta)}{2}\,k^2\,|f(\beta)|^2, \qquad (5)$$

где $|f(\beta)|^2$ – квадрат модуля амплитуды светорассеяния из (3) или (4).

Используя (3) и (4) и учитывая (5), а также амплитуду светорассеяния в приближении РГД [5], были рассчитаны индикатрисы светорассеяния в приближениях РГД, ВКБ и МП ВКБ цилиндрической частицы, вытянутой в направлении зондирования (рисунок). Нормировки на направление рассеяния вперед не делалось. Из рисунка видно, что значения индикатрисы сильно отличаются в области больших углов. В противном случае дисковой частицы различия незначительны для всех трех приближений.

4. Сечение обратного рассеяния цилиндрических частиц

Используя известное общее выражение для сечения обратного рассеяния [5] (нормировано на площадь поперечного сечения):

$$\frac{\sigma_b}{\pi a^2} = \frac{4}{a^2}\,|f(-\mathbf{i},\mathbf{i})|^2 \qquad (6)$$

и (3), имеем в приближении ВКБ

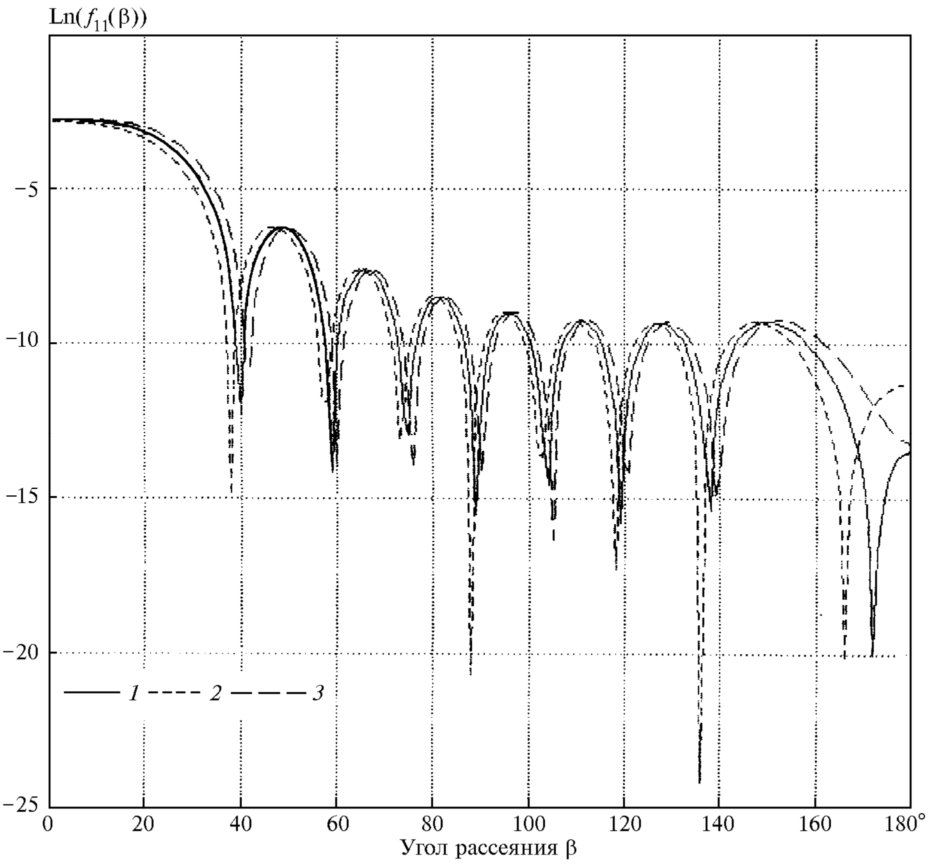
$$\frac{\sigma_b^{\text{ВКБ}}}{\pi R^2} = \frac{(kR)^2\,(kH)^2\,(n^2-1)^2}{4}\left(\frac{\sin(kH(n+1)/2)}{kH(n+1)/2}\right)^2, \qquad (7)$$

в МП ВКБ, используя (4):

$$\frac{\sigma_b^{\text{МП ВКБ}}}{\pi R^2} = \frac{(kR)^2\,(kH)^2\,(n^2-1)^2}{4}\left(\frac{\sin(kHn)}{kHn}\right)^2, \qquad (8)$$

и в приближении РГД по [5]:

$$\frac{\sigma_b^{\text{РГД}}}{\pi R^2} = \frac{(kR)^2\,(kH)^2\,(n^2-1)^2}{4}\left(\frac{\sin(kH)}{kH}\right)^2. \qquad (9)$$



Зависимость логарифма индикатрисы светорассеяния цилиндрической частицы $\mathrm{Ln}(f_{11}(\beta))$ от угла рассеяния β в приближениях ВКБ (*1*) и РГД (*3*), в модифицированном приближении ВКБ (*2*) для $kR = 1$ и $kH = 25$ при $n = 1{,}02$

Заметим, что при обычном условии $|n-1| \ll 1$ (оптическая «мягкость» частицы) с небольшой погрешностью $n+1 \approx 2$, отсюда следует после небольших преобразований, что сечение обратного рассеяния в приближении ВКБ (7) сводится к таковому в приближении РГД (9).

5. Заключение

Показаны возможности МП ВКБ для расчета индикатрисы светорассеяния цилиндрической частицы (ось симметрии вдоль падающего света) в сравнении с приближениями ВКБ, Рэлея–Ганса–Дебая. Получены формулы для расчета сечения обратного рассеяния цилиндрической частицы в модифицированном и стандартном приближениях ВКБ. Опираясь на вычисления, сделанные ранее для сферических частиц, можно предполагать, что формулы для расчета сечения обратного рассеяния цилиндрической частицы в МП ВКБ будут давать более надежные результаты, чем в приближениях РГД и ВКБ соответственно.

1. *Лопатин В.Н., Сидько Ф.Я.* Введение в оптику взвесей клеток. Новосибирск: Наука, 1988. 240 с.
2. *Лопатин В.Н., Шаповалов К.А.* Интегральная индикатриса светорассеяния «мягких» сферических частиц в малоугловой области // Оптика и спектроскопия. 1995. Т. 78. № 5. С. 817–821.
3. *Лопатин В.Н., Шепелевич Н.В.* Следствия интегрального волнового уравнения в приближении Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна (ВКБ) // Оптика и спектроскопия. 1996. Т. 81. № 1. С. 115–118.
4. *Шаповалов К.А.* Об одной модификации приближения ВКБ в области больших углов светорассеяния // Оптика и спектроскопия. 1998. (в печати).
5. *Исимару А.* Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах: Пер. с англ. М.: Мир, 1981. Т. 1. 280 с.
6. *Лопатин В.Н., Шаповалов К.А.* Оценка максимальных значений факторов эффективности светорассеяния в ВКБ приближении // Оптика и спектроскопия. 1991. Т. 71. № 3. С. 494–497.

K.A. Shapovalov. **Wentzel–Kramers–Brillouin (WKB) Approximation Improved within Large Angles of Light Scattering.**

The modification of WKB approximation is proposed allowing correct use of WKB approximation within large angles of light scattering (larger 90÷100°) for optically «soft» particles. The probabilities of the modified WKB approximation are demonstrated for calculation of light scattering phase function (or element of scattering matrix f_{11}) for cylindrical particle in comparison with approximations of WKB, Rayleigh–Gans–Debye. Formulas for calculation backscattering cross section of modified and standard WKB approximations for cylindrical particle are obtained.