

В.А. Тартаковский¹, В.А. Сенников², П.А. Коняев², В.П. Лукин²

Обращение волны в условиях сильных флуктуаций и последовательное фазирование в адаптивной оптике

¹ Институт оптического мониторинга СО РАН,
² Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 8.07.2002 г.

Методом численного моделирования исследуются особенности распространения лазерного пучка при обращении в турбулентной среде в условиях сильных флуктуаций. Обнаружен эффект усиления контраста, связанный с появлением нулей интенсивности. Предлагается измерять фазу волны на пространственно-временной траектории в областях апертуры, где интенсивность существенна, и определять границы возможных оптических вихрей, т.е. тех областей, где интенсивность близка к нулю. Описывается принцип действия, и приводятся блок-схемы двух новых измерителей волнового фронта: сканирующего датчика Гартмана и интерферометра направленного сдвига.

Введение

В адаптивной оптике формируют обратную волну, освещающая адаптивное зеркало волной простой формы, например гауссовым пучком. Это зеркало воспроизводит фазу, измеренную датчиком волнового фронта, которая перестает быть непрерывной функцией двух переменных при появлении в плоскости измерения оптических вихрей, локализованных вокруг точек нулей интенсивности. Фаза оптического вихря не определена в точке нуля, винтообразна в его окрестности, но амплитуда волны там мала, поэтому область вихря не может существенно влиять на волну в целом. Однако реально формируемая обратная волна имеет на адаптивном зеркале существенную амплитуду для всех его участков, что несоразмерно повышает влияние вихря и вносит ошибку в работу системы.

Предпринятое численное исследование распространения оптического излучения в приземном слое турбулентной атмосферы на горизонтальной трассе прояснило условия возникновения участков волны с глубоким затуханием, содержащих нули интенсивности. Его результаты представлены в разд. 1. В разд. 2 обосновывается возможность измерения непрерывной фазы на пространственно-временной траектории. Далее в разд. 3 и 4 обсуждаются два технических решения, демонстрирующих возможность реализации таких измерений. В заключении приводятся основные результаты.

1. Численное исследование распространения и обращения гауссова пучка в турбулентной среде

В численном эксперименте коллимированный гауссов пучок с исходно плоской фазой, являющийся опорным источником излучения, распространялся

через случайно-неоднородную среду, испытывал обращение в плоскости адаптивного зеркала и возвращался назад. На рис. 1 приведена схема эксперимента.

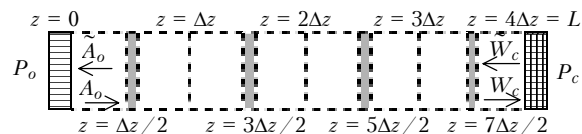


Рис. 1. Схема эксперимента по обращению гауссова пучка, прошедшего турбулентную среду: P_o – плоскость объекта, P_c – плоскость адаптивного зеркала. Число фазовых экранов равно четырем (показаны серым), порядок сетки 512, отношение внешнего и внутреннего масштабов $L_0/l_0 = 10^3$

Расчеты производились с применением известной численной модели [1, 2]. В рамках парааксиального приближения решалось безразмерное параболическое уравнение квазиоптики в виде

$$\frac{\partial W}{\partial z} = \frac{i}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + T \right) W, \quad (1)$$

где $W(x, y, z)$ – нормированная комплексная амплитуда волны; T – температурное поле со спектральной плотностью

$$F(\kappa_x, \kappa_y) = C_T^2 (\kappa_0^2 + \kappa_x^2 + \kappa_y^2)^{-11/6} \exp [-(\kappa_x^2 + \kappa_y^2) / \kappa_m^2], \quad (2)$$

$$\kappa_0 = 2\pi / L_0, \quad \kappa_m = 2\pi / l_0.$$

В этом выражении κ_x и κ_y – пространственные частоты; L_0 и l_0 – нормированные на радиус пучка a_0 внешний и внутренний масштабы турбулентности, в эксперименте они равнялись 100 и 0,1 см соответственно. Волновой параметр $z_0 = \lambda L / 2\pi a_0^2$ был равен 0,1 для длины волны $\lambda = 0,63$ мкм. Значения параметров соответствуют приземному слою турбулентной атмосферы

на горизонтальной трассе длиной $L = 1$ км для пучка радиусом $a_0 = 10$ см.

Использовалась 2-циклическая схема метода расщепления. Количество шагов по трассе равнялось четырем, порядок матрицы сетки был равен 512. Применялся метод статистических испытаний, оценки вычислялись как среднее по 200 реализациям.

Влияние турбулентности на пучок характеризовалось индексом мерцания σ_I^2 , являющимся нормированной дисперсией флуктуаций интенсивности I гауссова пучка, вычисляемой на оси пучка. Зависимость σ_I^2 от структурной характеристики температуры C_T^2 дана на рис. 2.

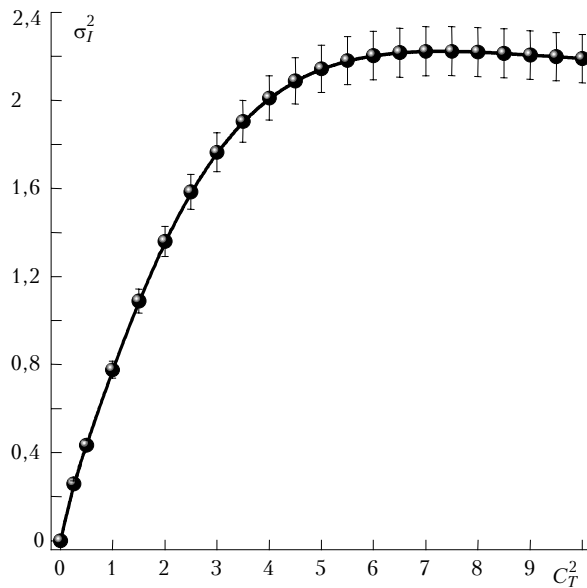


Рис. 2. Зависимость индекса мерцания σ_I^2 от безразмерного параметра турбулентности C_T^2 , полученная в ходе вычислительного эксперимента. В качестве доверительных интервалов указано среднеквадратическое отклонение

На рис. 3 приведены распределения интенсивности и фазы гауссова пучка после прохода турбулентной среды при различных значениях индекса мерцания σ_I^2 , соответствующих случаям как слабой $\sigma_I^2 < 1$, так и сильной $\sigma_I^2 > 1$ турбулентности. Видно, что в условиях сильной турбулентности пучок испытывает значительные амплитудно-фазовые флуктуации. Интенсивность пучка имеет ярко выраженные пики, превышающие максимум исходного гауссова пучка в несколько раз. В центральной части пучка образуются области с глубоким затуханием интенсивности, где возможно появление нулей с оптическими вихрями вокруг них.

Рассматривая системы передачи энергии через атмосферу, будем считать, что распространение световой волны в среде и в каналах оптических систем, между плоскостью объекта P_o и плоскостью адаптивного зеркала P_c , представляет собой линейное интегральное преобразование. При этом справедлив принцип взаимности и сохраняется энергия. Эти свойства можно представить в форме соотношений:

$$\begin{aligned}
 W_c(\mathbf{r}_c) &= \iint_{P_o} h(\mathbf{r}_o, \mathbf{r}_c) W_o(\mathbf{r}_o) d\mathbf{r}_o, \\
 W_o(\mathbf{r}_o) &= \iint_{P_c} h(\mathbf{r}_o, \mathbf{r}_c) W(\mathbf{r}_c) d\mathbf{r}_c; \quad (3) \\
 \iint_{P_o} |W_o(\mathbf{r}_o)|^2 d\mathbf{r}_o &= \iint_{P_c} |W_c(\mathbf{r}_c)|^2 d\mathbf{r}_c.
 \end{aligned}$$

Здесь функция $h(\mathbf{r}_o, \mathbf{r}_c) = h(x_o, y_o, x_c, y_c)$ есть импульсный отклик. В силу выполнения принципа взаимности в турбулентной среде эта функция не зависит от направления распространения волны между плоскостями P_o и P_c [3].

Важнейшей характеристикой системы является взаимосвязь входной ошибки и ошибки на выходе. При конструировании выражений для вычисления ошибок приняты во внимание [4] выражения (3), из которых следует, что квадратичная норма разности комплексных функций

$$\begin{aligned}
 &\iint_{P_o} |W_o(\mathbf{r}_o) - \tilde{W}_o(\mathbf{r}_o)|^2 d\mathbf{r}_o = \\
 &= \iint_{P_c} |W_c(\mathbf{r}_c) - \tilde{W}_c(\mathbf{r}_c)|^2 d\mathbf{r}_c \quad (4)
 \end{aligned}$$

сохраняется при распространении волны в рассматриваемой системе.

В выражении (4) функция $\tilde{W}_c(\mathbf{r}_c)$ характеризует модифицированную волну, сформированную на адаптивном зеркале. При этом имеется в виду, что $W_c(\mathbf{r}_c)$ обеспечивает максимальный эффект при реализации принципа взаимности. В свою очередь, функция $\tilde{W}_o(\mathbf{r}_o)$ есть волна в плоскости объекта, образовавшаяся в результате распространения от плоскости P_c к P_o модифицированной волны $\tilde{W}_c(\mathbf{r}_c)$. При полном обращении модификация отсутствует и обе части выражения (4) обращаются в нуль.

Входная ошибка вычисляется на адаптивном зеркале, в плоскости формирования обратной волны P_c . В этой ошибке целесообразно сохранить влияние всех составляющих волны, с этой целью определим ее в форме отношения квадратичных норм

$$\varepsilon_c = \sqrt{\frac{\iint_{P_c} |W_c(\mathbf{r}_c) - \tilde{W}_c(\mathbf{r}_c)|^2 d\mathbf{r}_c}{\iint_{P_c} |W_c(\mathbf{r}_c)|^2 d\mathbf{r}_c}} \quad (5)$$

Ошибка (5) зависит от фазы волны, поэтому она мало подходит для характеристики качества формирования изображения или фокусировки. Поскольку задача сохранения фазы при этих операциях не ставится, то целесообразно вычислять нормированное среднеквадратическое отклонение амплитуды обращенной волны \tilde{A}_o от амплитуды объекта A_o в плоскости P_o .

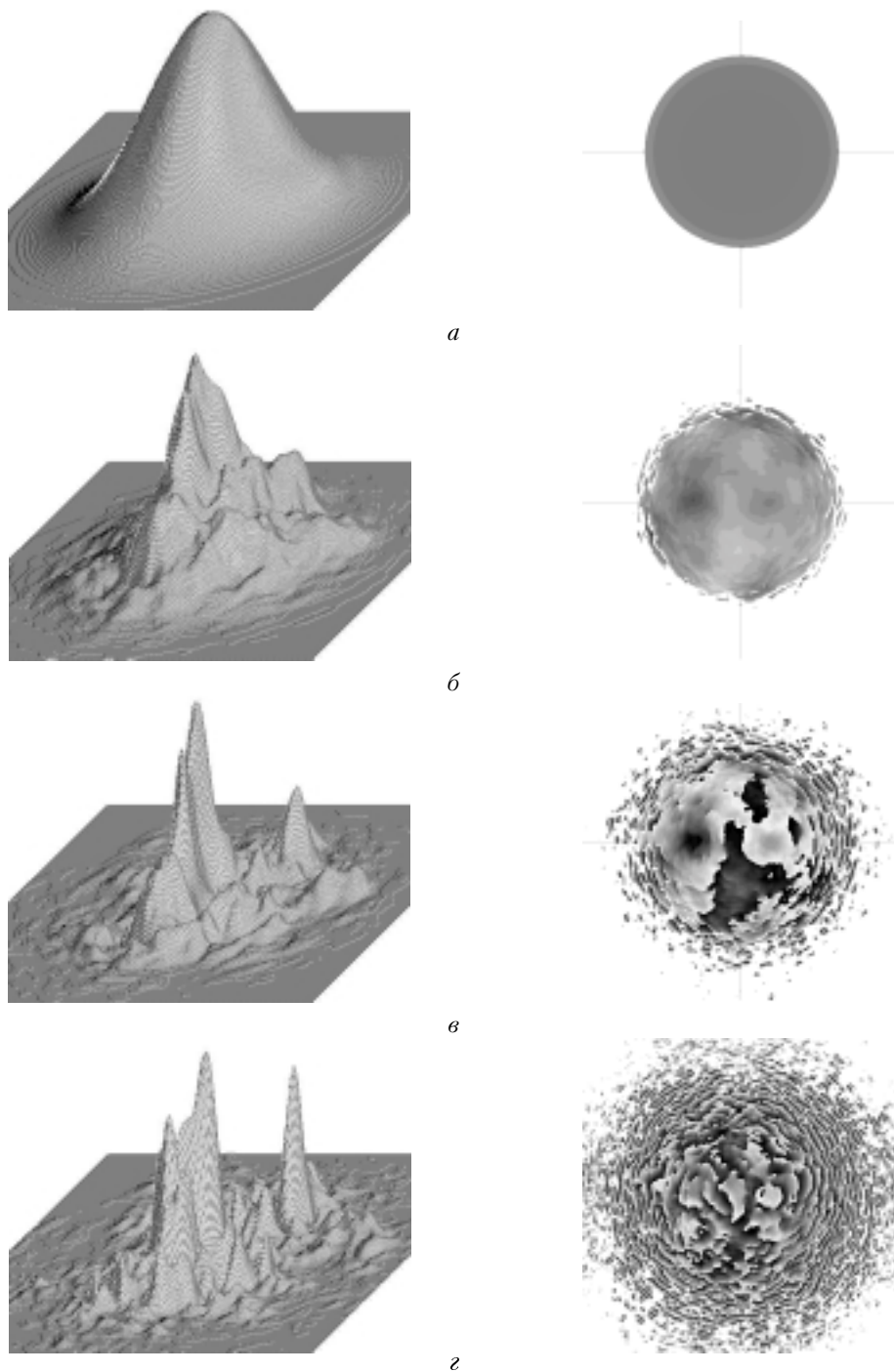


Рис. 3. Интенсивность (слева) и фаза (справа) гауссова пучка после прохода турбулентной среды для различных значений параметра $C_T^2 = 0; 0,1; 1; 5$ (а, б, в, г соответственно). Глобальные максимумы интенсивности $I_{\max} = 1; 1,7; 16; 44,9$

Эта ошибка характеризует результат действия системы, иными словами, является ошибкой на выходе:

$$\varepsilon_o = \sqrt{\frac{\iint [A_o(\mathbf{r}_o) - \tilde{A}_o(\mathbf{r}_o)]^2 d\mathbf{r}_o}{\iint A_o^2(\mathbf{r}_o) d\mathbf{r}_o}}. \quad (6)$$

Очевидно, что взаимосвязь ε_o и ε_c уже не будет линейной, как в (4), для всех видов модификации обрабатываемой волны, но при малых ε_c линейность сохраняется, а в общем случае взаимосвязь монотонна [4].

В численном эксперименте для двух способов модификации из предложенных в [4], амплитудной и фазовой, изучалась зависимость $\varepsilon_o(C_T^2)$. Амплитудная модификация заключалась в обнулении тех участков волны на апертуре, которые имеют амплитуду ниже заданного порога. Фазовая модификация обрабатываемой волны состояла в замене фазы в областях, где амплитуда ниже заданного порога, на постоянное значение или на некоторую периодическую функцию, которая выводит эти участки волны из канала рас-

пространения. При этом амплитуда волны оставалась неизменной.

Уровень порога ΔA устанавливался в долях от максимума амплитуды исходного гауссова пучка. Оценка величины ϵ_0 вычислялась как среднее по 200 реализациям в пределах круга с радиусом, равным четырем радиусам исходного пучка. Все способы модификации дали практически одинаковые результаты. Было обнаружено, что имеют место два разных типа зависимости $\epsilon_0(C_T^2)$, они приведены на рис. 4.

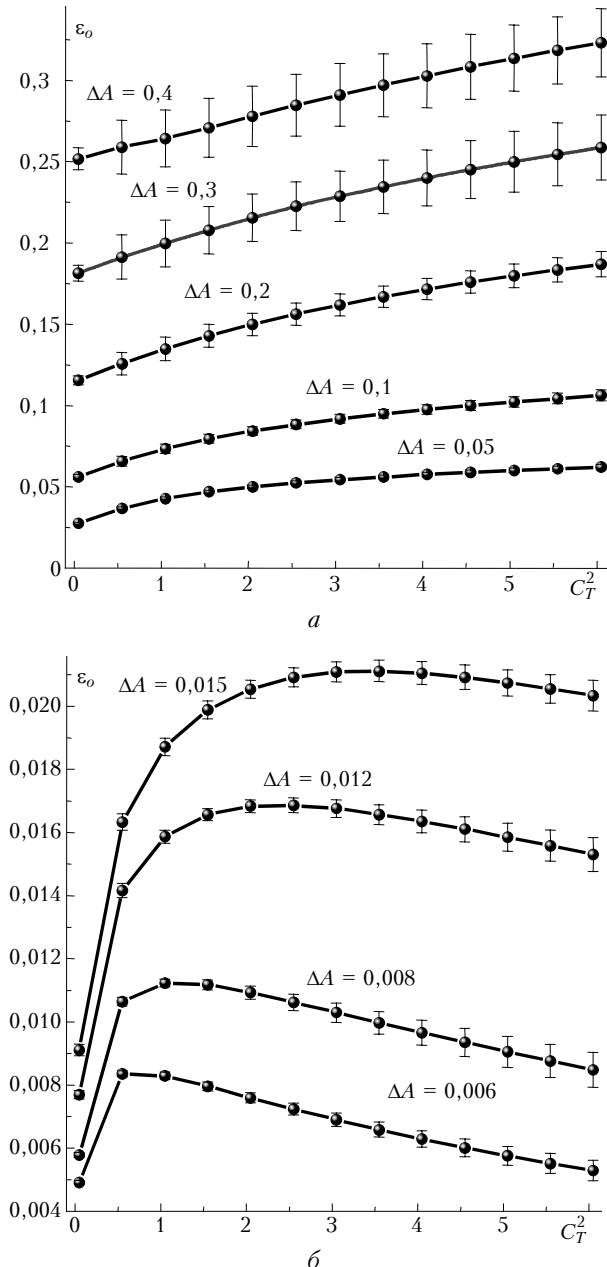


Рис. 4. Зависимость ошибки обращения ϵ_0 от безразмерного параметра C_T^2 при различных значениях порога амплитуды. В качестве доверительных интервалов указано среднеквадратическое отклонение

Когда $\Delta A > 0,05$, неглубокие локальные минимумы и низкие максимумы интенсивности оказываются

ся ниже порога. Очевидно, что в этих областях при усилении турбулентности энергия может возрастать, поэтому ϵ_0 также монотонно растет. Вероятно, этот рост должен прекратиться, и кривые на рис. 4,а достигнут насыщения при более сильной турбулентности, но этот интервал значений турбулентных флуктуаций пока не исследован.

При $\Delta A < 0,02$ вначале наблюдался рост ϵ_0 , затем максимум и плавный спад. Такая зависимость объясняется тем, что усиление турбулентности среды сопровождается также углублением локальных минимумов и их последующим превращением в нули интенсивности. Образовавшиеся точки нулей качественно отличаются от иных точек на апертуре, так как вокруг нуля локализуется оптический вихрь, в нем поток энергии имеет составляющие, направленные от центра вихря. В результате энергия волны уходит из окрестности нуля, что способствует, возможно, его устойчивости. Возникновение нуля есть дискретное событие. Накопление этих событий с усилением флуктуаций приводит к тому, что интенсивность уже не может быть ниже заданного порога. Как результат, ошибка обращения ϵ_0 перестает расти и начинает устойчиво спадать. Это объясняет наличие максимума на рис. 4,б.

Известно из натуральных экспериментов [5], что лазерный пучок при распространении в турбулентной атмосфере, находясь в области сильных флуктуаций, распадается на отдельные струи (нити излучения), поперечный размер которых слабо зависит от длины трассы. Данный численный эксперимент выявил начальный этап формирования таких струй, для него характерны исчезновение областей пучка с энергией ниже определенного порога и усиление за счет этого контраста лазерного пучка.

Таким образом, ошибка ϵ_0 , возникающая при выводе участков волны с амплитудой ниже заданного порога из канала адаптивной системы, при увеличении силы флуктуации среды возрастает достаточно медленно и ограничена некоторыми пределами. Это говорит о том, что при усилении турбулентности формируются области, содержащие незначительное количество энергии, а основная часть энергии волны сосредоточена в локальных областях – струях (см. рис. 3). В пределах каждой из таких струй фаза является непрерывной функцией по определению.

Фаза перестает быть непрерывной функцией от двух переменных в областях апертуры с незначительным количеством энергии, когда там возникают нули. Однако она может быть непрерывной функцией на траектории, лежащей в плоскости апертуры. Траектория должна заполнять области струй с необходимой плотностью и связывать эти области, обходя точки нулей. В тех областях, где вероятны оптические вихри, измерять фазу нет необходимости, достаточно определять границы этих областей.

Если применяется традиционный многоканальный датчик волнового фронта с параллельной фиксацией информации, то на рассматриваемой траектории в компьютере может быть реализован численный

метод восстановления фазы. Однако сама по себе параллельность измерения не требуется, необходимо лишь минимизировать ϵ_c , т.е. ошибку между обрабатываемой волной и волной, необходимой для идеальной компенсации в соответствии с принципом взаимности. Поэтому можно рассмотреть сканирование измеряемой апертуры одноканальным датчиком волнового фронта, последовательные вычисления и фазирование элементов адаптивного зеркала. При этом параметром траектории будет время во всем интервале работы системы.

Сканирование дает возможность реализовать определенную стратегию в адаптивной системе: области апертуры с более высокой интенсивностью должны быть измерены более точно и инвертированы с меньшей задержкой по сравнению с теми областями, где интенсивность света мала [6]. В этом преимущество по сравнению с параллельной обработкой сигнала.

Вне связи с проблемами оптических вихрей при сканировании возникают и другие полезные возможности. В частности, для анализа непрерывных функций, определенных на замкнутом контуре, исключительно удобно применять быстрое преобразование Фурье (БПФ), которое предназначено как раз для периодических функций. Этот алгоритм обладает высокой скоростью и позволяет свести задачу к оптимальной фильтрации функций параметра траектории, при этом не возникнет каких-либо краевых эффектов [7].

Наконец, при сканировании функций двух переменных возможно получить статистически независимые реализации, определенные на ортогональных траекториях. Они необходимы, например, для получения средних величин или определения апостериорной ошибки восстановленной фазы [8].

Ниже будет обоснована возможность измерения фазы световой волны на траектории в плоскости измеряемой апертуры и рассмотрены схемы двух сканирующих датчиков – дифракционного и интерференционного.

2. Определение фазы на траектории

Необходимо непротиворечивое определение фазы волнового процесса. Уравнения Максвелла такого определения не содержат, поэтому рассматриваются некоторые дополнительные соображения, конкретизирующие класс функций, определяющих математическую модель волны. Имеется много публикаций, в которых рассматриваются проблемы определения амплитуды и фазы применительно к одномерному колебательному процессу. Д. Вакман [9, 10], а также И. Золотарев [11] приводят достаточно полную библиографию по этой теме. Различные методы определения амплитуды и фазы полезны в рамках решаемых задач и используемых математических моделей, но аналитический сигнал (АС), который ввел Д. Габор [12] в 1946 г., получил наиболее широкое распространение. Это произошло главным образом благодаря усилиям Д. Вакмана. Он, при сравнительном анализе различных методов, принимал во внимание непрерывность и диф-

ференцируемость амплитуды сигнала, независимость фазы от единиц измерения сигнала, совпадение с интуитивными представлениями об амплитуде и фазе гармонических функций.

Однако точка в этом вопросе не поставлена. Причина в том, что нет единообразного подхода к построению математических моделей колебаний, волн или систем преобразования сигналов. Предлагаются алгоритмы определения фазы и амплитуды, но нет достаточной ясности о принципиальных свойствах сигнала и вводимых понятий.

Анализ световой волны после ее взаимодействия с неоднородностями происходит в плоскости P_c оптической системы. Будем считать, что там среда непроводящая, однородная и изотропная, что существует линейная и локальная связь между индукциями и напряженностями электрического и магнитного полей в материальных уравнениях. Пусть также не меняется поляризация света. При таких ограничениях уравнения Максвелла сводятся к волновому уравнению с постоянным абсолютным показателем преломления для квазимонохроматической скалярной и действительной волны $U(x, y, z, t)$. Решение этого уравнения может быть представлено в виде тройного интеграла Фурье

$$U(x, y, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(\alpha, \beta, \omega) \exp i(\alpha x + \beta y \pm \gamma z + \omega t) d\alpha d\beta d\omega \quad (7)$$

и имеет смысл скалярной волны, распространяющейся от плоскости $z = 0$ в двух противоположных направлениях. Здесь α, β есть пространственные частоты; ω – временная частота; S – пространственно-временной спектр в плоскости, нормальной оси z – направлению распространения волны.

Выражение (7) справедливо в рамках сделанных выше предположений и сводит задачу распространения световой волны в однородной среде к заданию начальных условий для спектра. Спектр $S(\alpha, \beta, \omega)$ может быть определен как двумерное преобразование Фурье по x и y волны, заданной в приближении Кирхгофа. Согласно этому приближению в плоскости регистрации, в пределах апертуры оптической системы, задается волна, рассеянная объектом, а вне апертуры волна полагается равной нулю. Это приближение весьма грубое и не удовлетворяет волновому уравнению там, где оно задается. Но фильтрующие свойства выражения (7) при $z \gg \lambda$ приводят к подавлению ошибки, вносимой начальными условиями Кирхгофа. Фильтруются плоские волны, а неоднородные волны, для которых справедливо неравенство $k^2 < \alpha^2 + \beta^2$, экспоненциально затухают.

Скалярное приближение предполагает необходимость рассмотрения задач в параболическом приближении, $k^2 \gg \alpha^2 + \beta^2$, $\gamma \approx k - (\alpha^2 + \beta^2)/2k$ с узким спектром пространственных частот, $\Delta\alpha/\alpha_c < 1$, α_c – несущая частота, $\Delta\alpha$ – полуширина спектра пространственных частот. Кроме того, априорно известно

о малости относительной ширины временного спектра квазимонохроматической волны $U(x,y,z,t)$, $\Delta\omega/\omega_c < 1$, ω_c – несущая частота, $\Delta\omega$ – полуширина временного спектра. В этом состоят физические основания для предположения о финитности спектров и поэтому пределы интегрирования в выражении (7) будут конечными.

Рассматриваемые свойства световой волны могут быть наиболее естественно выражены, если $U(x,y,z,t)$ будет целой функцией экспоненциального типа каждой из переменных. Тем самым физические свойства (квазимонохроматичность и параболичность) переносятся на аппроксимацию волны $U(x,y,z,t)$. Аппроксимация является решением другой задачи, по крайней мере без неоднородных волн, но она будет уже частью определяемых понятий амплитуды и фазы, не следующих из волнового уравнения.

Применим определение аналитического сигнала по переменной t , состоящее в обеспечении причинности временного спектра, к действительной функции (7) и получим аналитический сигнал как частное решение скалярного волнового уравнения, соответствующее распространению квазимонохроматической волны в однородной среде в положительном направлении оси z :

$$W(x, y, z, t) = U(x, y, z, t) + iV(x, y, z, t) = \int_0^{\infty} d\omega \int_{-\infty-\infty}^{\infty} S(\alpha, \beta, \omega) \exp i(\alpha x + \beta y + \gamma z - \omega t) d\alpha d\beta. \quad (8)$$

Знак пространственной частоты γ выбран из условия затухания неоднородных волн при $z \rightarrow +\infty$, а частоты ω – из условия перемещения фронта волны в том же направлении. Частота ω , как и γ , не меняет знака, поэтому функция $W(x,y,z,t)$ есть аналитический сигнал не только по переменной t , но и по переменной z .

Из выражения (8) следует, что такие принципиальные свойства излучения, как пространственная и временная когерентность, а также монохроматичный это свет или белый, связаны с шириной спектра $S(\alpha, \beta, \omega)$ аналитического сигнала $W(x,y,z,t)$.

Пусть заданы параметрические уравнения линии $l(t)$ на плоскости:

$$x = x_0 + tv_x(t), \quad y = y_0 + tv_y(t), \quad z = z_0. \quad (9)$$

Выясним, при каких условиях волна будет аналитическим сигналом на этой линии. Подставив параметрические уравнения в (8), получим

$$W[l(t)] = \int_0^{\infty} d\omega \int_{-\infty-\infty}^{\infty} S(\alpha, \beta, \omega) \times \exp i[(\omega_s - \omega) t + \phi_0] d\alpha d\beta, \quad (10)$$

где

$$\omega_s = \alpha v_x(t) + \beta v_y(t); \quad \phi_0 = \alpha x_0 + \beta y_0 + \gamma z_0.$$

Обозначим наибольшую ширину носителя пространственного спектра как $\eta = \max(|\alpha|, |\beta|)$ и максимальную скорость сканирования в апертуре как

$v = \max(|v_x(t)|, |v_y(t)|)$. Затем найдем, что $\max|\omega_s| < 2\eta v$. Рассмотрим величину

$$q = 2v\eta/\omega_c = \sqrt{2} v \sin\theta/c < 1,$$

где θ – максимальный угол между волновым вектором и плоскостью регистрации. Численные оценки для q в частотном интервале $(\omega_c \pm \Delta\omega)$ при $\Delta\omega/\omega_c \gg 1$ показывают справедливость неравенства $\omega_s - \omega_c < 0$ при практически важных значениях параметров η и v . Таким образом, множитель при переменной t в (10) знак не меняет, и функция $W[l(t)]$ является аналитическим сигналом на линии с параметром t .

Аналитический сигнал (10) является сечением функции $W(x,y,z,t)$ (8). Поэтому амплитуда и фаза этого сигнала также являются сечениями $|W(x,y,z,t)|$ и $\arg W(x,y,z,t)$ как функций четырех переменных. Ясно, что это свойство является следствием узкополосности временного спектра и спектра пространственных частот, связанных с направлением распространения волны. Оптическая волна в квазимонохроматическом, параболическом приближении обладает этими свойствами. Кроме того, структура решения волнового уравнения, когда пространственные координаты и время аддитивно входят в показатель экспоненты (8), позволяет при анализе пользоваться пространственной и временной несущей совместно.

Практическая ценность выражения (10) состоит в том, что оно дает возможность конструировать алгоритмы измерения фазы в различных пространственно-временных, одномерных и многомерных сечениях и обеспечивает ее совпадение в этих сечениях с единственной фазой, функцией четырех переменных.

Представим функцию фазы в плоскости апертуры в обычном виде

$$\varphi(x, y) = \arctg \frac{V(x, y)}{U(x, y)} \quad (11)$$

и рассмотрим ее частные производные по переменным x и y :

$$\varphi'_x = \frac{V'_x U - U'_x V}{A^2}, \quad \varphi'_y = \frac{V'_y U - U'_y V}{A^2}; \quad A^2 = U^2 + V^2. \quad (12)$$

Рассматривая волновую функцию $W(x,y) = U(x,y) + iV(x,y)$ как функцию с финитным преобразованием Фурье по всем переменным, можно сделать вывод, что частные производные фазы, в том числе и высших порядков, существуют и непрерывны во всех точках, где $A(x,y) \neq 0$. Функция фазы может быть определена криволинейным интегралом от полного дифференциала по траектории с параметром p , лежащей в плоскости xy :

$$\varphi(x, y) = \int_0^{(x,y)} (\varphi'_x dx + \varphi'_y dy) = \int_0^p \frac{d\varphi}{dp} dp, \quad (13)$$

где $\begin{cases} x = x(p) \\ y = y(p) \end{cases}$ – параметрические уравнения траектории.

Если траектория не проходит через точки нулей и не пересекает разрезы, которые проведены из точек нулей за пределы области интегрирования, то интеграл не зависит от выбора траектории в такой односвязной области. Функция фазы непрерывна и однозначна на такой траектории. Это свойство позволит заполнить траекторией исследуемую плоскость как угодно плотно.

3. Сканирующий датчик Гартмана

Метод Гартмана применяется для контроля оптики телескопа. Метод основан на измерении положения фокальных пятен и был известен еще Декарту и М.В. Ломоносову. Его классический вариант наиболее подробно описан Э.А. Витриченко в работе [13], где приводится достаточно полная библиография по этой теме. Дальнейшим развитием является так называемый Shack–Hartmann Test [14]. Вместо диафрагмы с отверстиями по классическому варианту в нем применяются небольшие линзы или призмы в каждой субапертуре. Это позволяет сделать более компактной оптическую схему, изменять размер фокальных пятен и диапазон их перемещения.

Датчик Гартмана использует взаимосвязь координаты центра тяжести фокального пятна от субапертуры с производной фазы волны в этой субапертуре. Рассмотрим первый момент m_1 квадрата модуля преобразования Фурье $|S(\alpha)|^2$. Применяя теорему моментов, формулу Парсеваля к функции $W(x,y) = A(x,y) \exp i\varphi(x,y)$, получим, опуская координату y :

$$\begin{aligned}
 m_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} \alpha |S(\alpha)|^2 d\alpha = \\
 &= \frac{i}{2\pi} \left[\frac{d}{dx} \int_{-\infty}^{\infty} W(\eta) W^*(\eta - x) d\eta \right]_{x=0} = \\
 &= -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A^2(x) \varphi'(x) dx + \frac{i}{4\pi} [A^2(\infty) - A^2(-\infty)]. \quad (14)
 \end{aligned}$$

Мнимая часть этого выражения должна быть равна нулю, исходя из условия интегрируемости квадрата модуля функции $W(x)$ на всей оси x .

Произведя нормировку, получим выражение, связывающее координату центра тяжести фокального пятна и производную фазы

$$\begin{aligned}
 \alpha_c &= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha |S(\alpha, \beta)|^2 d\alpha d\beta}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\alpha, \beta)|^2 d\alpha d\beta} = \\
 &= -\frac{\iint_G A^2(x, y) \varphi'_x(x, y) dx dy}{\iint_G A^2(x, y) dx dy}, \quad (15)
 \end{aligned}$$

где G есть область субапертуры в диафрагме Гартмана.

Из этого выражения следует, что только в случае постоянной амплитуды $A(x,y) = \text{const}$ и плоской фазы ($\varphi'_x = \text{const}$, $\varphi'_y = \text{const}$) на субапертуре координата центра тяжести фокального пятна дает значение производной фазы. Иначе это будет средняя или средневзвешенная производная. В этом состоит ограничения метода. Размер субапертуры, сам по себе, в данном случае значения не имеет, но ясно, что ее надо выбирать как можно меньше. В атмосфере масштаб, на котором условия постоянства и плоскостности можно считать выполненными, определяют [15] радиусом когерентности r_o . Разность фаз на масштабе r_o достигает 2π рад, что может привести к смещениям фокального пятна, большим размера субапертуры и в обычной схеме Гартмана станет невозможным различать фокальные пятна от разных субапертур.

Применяя Shack–Hartmann Test, смещения фокального пятна можно уменьшать, изменяя фокусное расстояние субапертурной линзы, но при этом надо увеличивать чувствительность и уменьшать размер пикселя у матрицы фотодетекторов. Выйти из этого противоречия возможно за счет установки призм в субапертурах, которые увеличивают расстояние между зонами флуктуаций отдельных пятен.

Расширение конструкции датчика, позволяющее измерять фазу волны как фазу пространственно-временного аналитического сигнала на траектории, было предложено [6] в 1996 г. Трудностей, связанных с выбором размера и числа субапертур в диафрагме Гартмана, не существует в этом техническом решении для датчика, блок-схема которого изображена на рис. 5,

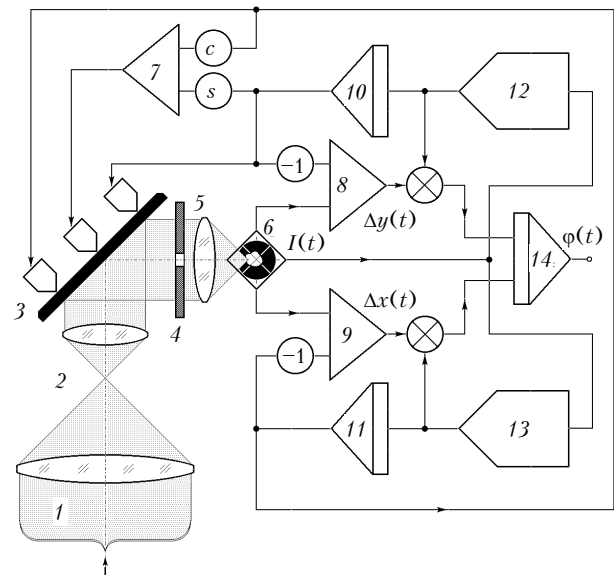


Рис. 5. Сканирующий датчик Гартмана: — блоки умножения; ○ — коэффициенты передачи

так как он имеет всего одну субапертуру, относительно которой сканируется измеряемый пучок. Размер субапертуры может меняться в процессе сканирования с целью увеличения чувствительности, разрешения и более точного выполнения условий постоянства

амплитуды и плоскости фазы. При такой конструкции диапазон смещения фокального пятна не имеет принципиальных ограничений. Он может быть больше 9000λ при среднеквадратической точности измерения волнового фронта $0,014\lambda$. Эти значения приводятся [16] в более поздней работе, где описана реализация идеи, похожей на сканирующий датчик Гартмана.

Принцип действия датчика, изображенного на рис. 5, основан на интегрировании полного дифференциала (13). В датчике выполняются следующие операции. Пучок света 1 после масштабирования во входной оптической системе 2 попадает на дефлектор 3 , который сканирует его по отверстию диафрагмы 4 , за которой находится линзовый преобразователь Фурье 5 . Он создает фокальное пятно на координаторе 6 , который определяет абсциссу и ординату его центра тяжести, а также интегральную интенсивность всего пятна. Последняя поступает в блоки $12, 13$ как сигнал обратной связи для корректировки траектории. Обработка абсциссы и ординаты центра тяжести фокального пятна идет в двух каналах. В сумматорах 8 и 9 находится разность измеренных в блоке 6 координат и смещений из блоков 10 и 11 , определяющих наклон дефлектора 3 . Сигналы, пропорциональные производным фазы по координатам x и y с выходов сумматоров $8, 9$ и производные по времени декартовых координат траектории $x(t)$ и $y(t)$ из блоков $12, 13$, перемножаются, суммируются и интегрируются в соответствии с выражением (16) в блоке 14 . На его выходе образуется фаза $\varphi(t)$ как функция времени. В свою очередь производные декартовых координат траектории из блоков $12, 13$ интегрируются в блоках $10, 11$, пересчитываются для трехточечного управления с помощью коэффициентов c и s на входе блока 7 и поступают на три привода дефлектора 3 .

Координатор является одним из принципиальных элементов. Принцип действия таких устройств описан в большом числе работ и может быть самым разным. Так, например, описан датчик смещения с оптико-электронным преобразователем [17]. Он работает в следящем режиме и имеет обратную связь для компенсации изменений формы и уровня интенсивности фокального пятна. Другим вариантом может быть позиционный фотодетектор.

4. Интерферометр направленного сдвига

В качестве датчика волнового фронта может быть применен интерферометр сдвига. В нем обычно используют гармоническую фазовую модуляцию, интерференцию двух волн и синхронное детектирование. По сравнению с датчиком Гартмана в интерферометре возможна селекция оптических волн с узким спектральным составом. Так как интерференционную картину можно рассматривать как сумму когерентной и некогерентной суперпозиций, то за счет интерференции выделяется взаимно когерентная составляющая с низкой пространственной частотой. Это полез-

но для исключения фоновых засветок, деполаризованного излучения, высоких пространственных частот. Эффективность селекции определяется качеством лазерного источника, фотодетектором, фильтрами, длиной трассы в атмосфере.

На рис. 6 изображен интерферометр направленного сдвига, в котором предполагается, что световая волна обладает свойствами пространственно-временного аналитического сигнала (10). В отличие от известных [18, 19] в рассматриваемом интерферометре направление сдвига переменное и совпадает с направлением сканирования в плоскости исследуемой апертуры. Сканирование позволяет обходить по пространственно-временной траектории глубокие затухания интенсивности волны и измерять фазу на этой траектории.

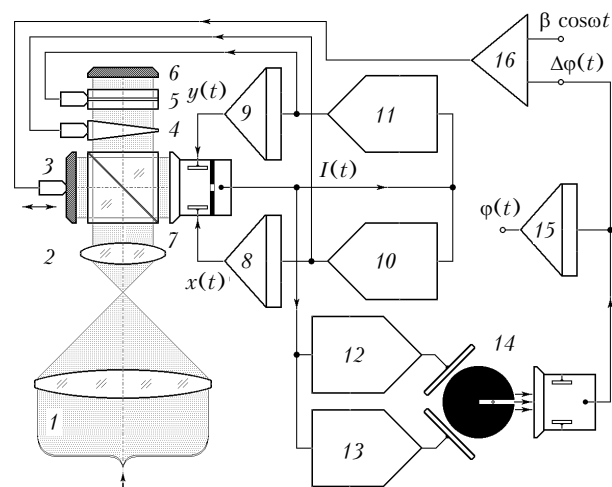


Рис. 6. Интерферометр направленного сдвига

Датчик работает следующим образом. Рассеянный объектом свет 1 преобразуется входной оптикой 2 , попадает в интерферометр, где светоделителем делится на два пучка. В один из них зеркальный модулятор 3 вносит гармоническую фазовую модуляцию. Другой пучок проходит последовательно через два элемента $4, 5$, сдвигающих пучок поперек оптической оси в ортогональных направлениях. Затем, отразившись от зеркала 6 , этот пучок проходит через элементы $4, 5$ в обратном направлении и на светоделителе 7 совмещается с фазомодулированным пучком. При этом образуется пространственно-временная интерференционная картина, которая попадает на вход сканирующего фотодетектора 7 .

Эта интерференционная картина содержит модулированную составляющую в форме

$$A(x, y, t) \cos[\Delta\varphi(t) + \beta \cos \omega t]; \quad \Delta\varphi(t) = \varphi[x(t) + \Delta x(t), y(t) + \Delta y(t), t] - \varphi[x(t), y(t), t], \quad (16)$$

где β – коэффициент модуляции; ω – круговая частота модуляции; x и y – пространственные координаты в плоскости фотодетектора 7 ; t – время. Амплитуда сигнала $A(t, x, y)$ пропорциональна модулю функции взаимной когерентности света. Разность фаз световых

волн $\Delta\varphi(t)$ в этих каналах будет идентична с фазой функции взаимной когерентности.

Временной спектр составляющей (16) содержит линии на частотах ω и 2ω :

$$\begin{aligned} 2A(x,y,t) J_1(\beta) \sin\Delta\varphi(t) \cos\omega t, \\ 2A(x,y,t) J_2(\beta) \cos\Delta\varphi(t) \cos 2\omega t, \end{aligned} \quad (17)$$

Амплитуды этих колебаний можно сделать равными, полагая $\beta \approx 2,65$, так как в окрестности этой точки функции Бесселя равны друг другу: $J_1(2,65) \approx J_2(2,65) \approx 0,45$.

Фотодетектор 7 сканирует интерференционную картину, этот сигнал поступает на входы селективных фильтров 12 и 13, например синхронных детекторов, для выделения квадратур на частоте модуляции ω и удвоенной частоте модуляции соответственно. Квадратуры с выходов этих фильтров, $2A(t) J_1(\beta) \sin\Delta\varphi(t)$, $2A(t) J_2(\beta) \cos\Delta\varphi(t)$, поступают на преобразователь декартовых координат в полярные 14, который может состоять, например, из электронно-лучевой трубки (ЭЛТ) со щелевой маской и фотодетектора. При подаче квадратур на ортогональные входы ЭЛТ фазовые флуктуации $\Delta\varphi(t)$ вызывают азимутальные смещения пятна на экране трубки, а амплитудные флуктуации $A(t)$ лишь радиальные смещения. На экран трубки наложена непрозрачная маска с узкой радиальной щелью. Свет от пятна на экране фиксируется фотодетектором. Этот сигнал будет зависеть только от величины $\Delta\varphi(t)$, которая через отрицательную обратную связь, суммируясь в блоке 16 с сигналом гармонической фазовой модуляции $-\beta \cos\omega t$, управляет перемещением фазового модулятора 3, возвращая пятно ЭЛТ в центр щели. Таким образом, амплитудные и фазовые флуктуации разделяются.

Разность фаз $\Delta\varphi(t)$ при достаточно малом и постоянном смещении $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ пропорциональна производной по параметру траектории, т.е. $d\varphi/dt$. Эта величина интегрируется по времени блоком 15 и на его выходе образуется фаза волны $\varphi(t)$ как функция времени на траектории $x = x(t)$, $y = y(t)$. Развертки траектории сканирования фотодетектора 7 задаются как производные dx/dt и dy/dt в генераторах 10, 11 и интегрируются блоками 8, 9 соответственно. С тем чтобы обеспечить сканирование, адаптивное к интенсивности волны в апертуре, используется обратная связь блоков 10, 11 с фотодетектором 7.

Заключение

По всей видимости, именно оптические вихри, локализованные вокруг нулей интенсивности, являются причиной распада лазерного пучка на отдельные струи при распространении в турбулентной атмосфере. Струи вбирают в себя основную долю энергии пучка, они разделены между собой областями с низкой интенсивностью, где и находятся нули. Целесообразно было бы выводить эти области из канала адаптивной системы. В любом случае не имеет смыс-

ла измерять там фазу, достаточно определять положение этих областей в апертуре.

Волна в плоскости апертуры остается непрерывной функцией двух пространственных переменных даже при появлении нулей интенсивности. Непрерывность следует из возможности введения пространственно-временного аналитического сигнала, что является следствием узкополосности временного спектра и спектра пространственных частот, связанных с направлением распространения волны. Структура решения волнового уравнения позволяет пользоваться пространственной и временной несущей совместно.

Нули являются особыми точками для фазы как вычисляемой величины. Принимая во внимание, что нули расположены в изолированных точках, из них могут быть проведены разрезы за пределы апертуры. В образовавшейся односвязной области можно определить кусочно-гладкую замкнутую траекторию, не касающуюся разрезов, на которой фаза будет непрерывной функцией времени при сканировании. В силу замкнутости траектории фаза будет определена на ней однозначно. При этом естественно обеспечивается непрерывность волны на траектории. Из ее точек волна может быть продолжена по непрерывности на всю апертуру, исключая окрестности разрезов.

В момент времени, когда фаза будет определена в конкретной точке апертуры, она может устанавливаться на соответствующем элементе адаптивного зеркала. Сфазированное таким способом зеркало воспроизведет обратную волну при включении источника света. Конкретные алгоритмы сканирования могут быть реализованы различными методами, с различными параметрами, в том числе не обязательно по времени. Сканирующие датчики волнового фронта, в которых регистрируются фокальное пятно или сдвиговая интерференционная картина, могут быть практически полезными при развитии элементной базы.

1. Зуев В.Е., Коняев П.А., Лукин В.П. Минимизация атмосферных искажений оптических волн методами адаптивной оптики // Изв. вузов. Физ. 1985. Т. XXVIII. № 11. С. 6–29.
2. Лукин В.П., Канев Ф.Ю., Коняев П.А., Фортес Б.В. Численная модель адаптивной оптической системы. Ч. 1–3. Распространение лазерных пучков в атмосфере // Оптика атмосф. и океана. 1995. Т. 8. № 3. С. 409–434.
3. Shapiro J.H. Reciprocity of the turbulent atmosphere // J. Opt. Soc. Amer. 1971. V. 61. № 4. P. 492–495.
4. Майер Н.Н., Тартаковский В.А. Взаимосвязь ошибки обращения и отклонения амплитуды обращенного поля // Оптика атмосф. и океана. 1995. Т. 8. № 12. С. 1889–1892.
5. Сьедин В.Я., Хмелевцов С.С., Небольсин М.Ф. Флуктуации интенсивности в пучке импульсного ОКГ при распространении в атмосфере на расстояниях до 9,8 км // Изв. вузов. Радиофиз. 1970. Т. 17. № 1. С. 44–49.
6. Tartakovskiy V.A., Lukin V.P. Scan-Hartmann wavefront sensor // Adaptive optics: Technical digest series. July 8–12. 1996 Maui. Hawaii. 1996. V. 13. P. 241–242.
7. Тартаковский В.А., Барабина Л.В., Лукин В.П. Математическое моделирование гартмановского датчика волнового фронта на основе быстрого преобразования Фу-

- рье // Распространение оптического излучения в случайно-неоднородных средах. Томск: ИОА СО АН СССР, 1988. С. 49–55.
8. *Tartakovsky V.A.* Fringe pattern evaluation and Analytic Signal theory // Akademie Verlag Berlin. Optical Metrology Series / Ed. W. Jüptner, W. Osten. 1997. P. 84–91.
 9. *Vakman D.E.* On the analytic signal, the Teager–Kaiser energy algorithm, and other methods for defining amplitude and frequency // IEEE Trans. Signal Process. 1996. V. 44. № 4. P. 791–797.
 10. *Вакман Д.Е., Вайнштейн Л.А.* Амплитуда, фаза, частота — основные понятия теории колебаний // Успехи физ. наук. 1977. Т. 123. Вып. 4. С. 657–682.
 11. *Золотарев И.Д.* Проблема «амплитуда, фаза, частота» и ее решение в радиотехнике // Техника радиосвязи. 1997. № 3. С. 3–10.
 12. *Gabor D.* Theory of communication // J. IEE. 1946. V. 93. Pt. 3. P. 429–441.
 13. *Витриченко Э.А., Лукин В.П., Пушиной Л.А., Тартаковский В.А.* Проблемы оптического контроля. Новосибирск: Наука, 1990. 351 с.
 14. *Wooder N.J., Munro I., Nichols T.W., Wells M., and Dainty J.C.* Space-time wavefront analysis using a coordinate remapping Shack–Hartmann sensor // Adaptive optics: Technical digest series. 1995. V. 23. P. 56–58.
 15. *Roggemann M.C., Welsh B.* Imaging through turbulence — CRC Press. 1966. 336 p.
 16. *Bucourt S., Ruhmann J.* New wavefront sensor solves testing dilemma // EuroPhotonics. 1999. December–January. P. 36–37.
 17. *Simonov V.L.* Optical sensor for measurements of light spot position on a plane // Active and Adaptive Optics: ESO Conference and Workshop Proc. 1993. № 48. P. 363–368.
 18. А. с. СССР № 397852. Следящий цифровой фазометр оптического диапазона / Емалеев О.Н., Назарчук В.В., Покасов В.В., Райзман М.М., Шошин Л.Г. Заявлено 10.01.72. Опубл. 17.09.73. Бюл. № 37.
 19. А. с. СССР № 664118. Следящий фазометр оптического диапазона / Покасов В.В., Тартаковский В.А., Селиванов А.Г., Емалеев О.Н., Лукин В.П. Заявлено 01.06.77. Опубл. 25.05.79. Бюл. № 15.

V.A. Tartakovsky, V.A. Sennikov, P.A. Konyayev, V.P. Lukin. **Wave reversal under strong scintillation conditions and sequential phasing in adaptive optics.**

Some details of light-beam propagation through a turbulent medium under strong scintillation condition are numerically investigated. The contrast gain caused by the zero appearance is discovered. A method of light-wave measurement for adaptive optical systems is considered. It is proposed to measure consecutively the light-wave phase along a spatio-temporal trajectory lying within the aperture, where the wave intensity is significant, and to locate boundaries of the probable optical vortices, within which the intensity vanishes. Operation principles and schematics of two new devices (Hartmann’s Scanning Sensor and Directional Shearing Interferometer) are described.