

## Флуктуации фазы оптических волн при конической фокусировке в турбулентной атмосфере

И.П. Лукин\*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 16.08.2011 г.

Исследуются статистические характеристики флуктуаций фазы оптического излучения с коническим волновым фронтом, распространяющимся в турбулентной атмосфере. Методом плавных возмущений рассчитана дисперсия флуктуаций фазы конических оптических волн, сформированных коническим и коноидным аксиконами. Обнаружено, что дисперсия флуктуаций фазы конической оптической волны в турбулентной атмосфере меньше, чем плоской волны, а также фундаментального бесселева пучка. Зависимость дисперсии флуктуаций фазы от параметра, характеризующего конический волновой фронт оптической волны, имеет двухмасштабный характер как для конического, так и коноидного аксиконов. Уменьшение дисперсии флуктуаций фазы в турбулентной атмосфере более присуще коническим, чем коноидным аксиконам. Известная для фундаментального бесселева пучка пространственная неоднородность флуктуаций фазы характерна и для конических оптических волн, однако количественно величина эффекта в данном случае иная.

*Ключевые слова:* бесселев пучок, оптическое излучение, аксикон, атмосферная турбулентность, флуктуации фазы; Bessel beam, optical radiation, axicon, atmospheric turbulence, phase fluctuations.

В настоящее время можно получить генерацию лазерных пучков практически с любыми заранее заданными характеристиками [1]. В связи с этим интерес к изучению свойств оптических пучков, сохраняющих свой функциональный вид при распространении в однородной среде, стал весьма актуальным [1, 2]. Среди лазерных пучков, сохраняющих при распространении свой функциональный вид, выделяется небольшая (но весьма важная) группа бездифракционных пучков [1–4]: косинусные, бесселевы, Матье и параболические. Причем бесселевы пучки среди них занимают ведущее место, так как они не так элементарны, как косинусные пучки, и не так сложны, как пучки Матье и параболические. Поскольку имеется ряд приложений, связанных с транспортировкой бездифракционных бесселевых пучков в атмосфере, то активно проводятся исследования особенностей распространения их в турбулентной случайно-неоднородной среде [5–11].

Известно [1], что простым способом получения реальных бесселевых лазерных пучков является аксиконная фокусировка оптического излучения. К аналогичным результатам может привести также эквивалентная ей процедура пассивного или активного преобразования лазерных пучков с целью формирования конической оптической волны [1, 3, 4]. Сформированная таким образом коническая оптическая волна, с одной стороны, похожа на бездифракционный бесселев пучок, а с другой — имеет существенные

особенности распределения амплитуды и фазы оптического излучения.

Резонно предположить, что эти отличия пространственного распределения амплитуды и фазы конической волны от идеального бесселева пучка приводят, как это обычно бывает в таких случаях [12], к весьма значимым отличиям статистических характеристик флуктуаций параметров конических оптических волн от аналогичных характеристик бесселевых пучков. В работах [10, 11] впервые детально проанализированы эффекты ослабления флуктуаций амплитуды и фазы в бесселевых пучках. Вместе с тем исследований флуктуаций параметров конических оптических волн при распространении их в случайно-неоднородных средах до сих пор не проводилось. Данная статья посвящена количественному рассмотрению эффекта ослабления флуктуаций фазы в конических оптических волнах, распространяющихся в турбулентной атмосфере, в сравнении его с аналогичным эффектом для бесселевых пучков.

Будем считать, что коническая волна, распространяющаяся в положительном направлении оси  $OX$ , получается путем фокусировки плоской оптической волны коническим аксиконом [1]. В этом случае можно записать начальное распределение поля в плоскости  $x = 0$  следующим образом:

$$U_0(\rho) = E_0 \exp[-ik \sin(\gamma)\rho], \quad (1)$$

где  $E_0$  — амплитуда оптической волны на излучающей апертуре;  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число оптического излучения;  $\lambda$  — длина волны оптического излучения

\* Игорь Петрович Лукин (lukin\_ip@iao.ru).

в вакууме;  $k\sin(\gamma)$  – поперечная составляющая волнового вектора, определяемая отклонением лучей аксиконом в радиальном направлении;  $\sin(\gamma) \cong (n_a - 1)\alpha$ ;  $\gamma$  – угол наклона лучей к оси симметрии аксикона;  $n_a$  – показатель преломления среды конической линзы (аксикона);  $\alpha$  – угол наклона прямой образующей конической линзы;  $\rho = \{y, z\}$  – вектор поперечной к направлению распространения оптического излучения пространственной координаты;  $\rho = \sqrt{y^2 + z^2}$  – модуль этой координаты.

Как это обычно принято [12], для теоретического изучения статистических характеристик флуктуаций фазы оптических волн, распространяющихся в случайно-неоднородных средах, воспользуемся решением скалярного волнового уравнения методом плавных возмущений. В рамках первого приближения этого метода [12] для поля конической оптической волны (1) можно получить статистические характеристики флуктуаций фазы в области слабых флуктуаций оптических волн. Отметим, что первое приближение метода плавных возмущений связывает флуктуации комплексной фазы с невозмущенной волной  $U_0(x, \rho)$  и флуктуациями диэлектрической проницаемости среды на пути распространения оптического излучения.

Поле конической волны в однородной среде  $U_0(x, \rho)$  можно записать методом Гюйгенса–Кирхгофа [12]. Для вычисления интеграла от модуля пространственной переменной  $\rho'$  воспользуемся методом стационарной фазы [13], что даст после соответствующих вычислений следующий результат:

$$U_0(x, \rho) = \frac{k}{2\pi ix} \exp(ikx) \times \int_{-\infty}^{\infty} d\rho' U_0(\rho') \exp\left[\frac{ik}{2x}(\rho - \rho')^2\right] \cong E_0 \sqrt{\frac{2\pi x}{k}} \beta J_0(\beta\rho) \exp\left[-i\frac{\pi}{4} + ikx + \frac{ik}{2x}\rho^2 - i\frac{x}{2k}\beta^2\right], \quad (2)$$

где  $\beta = k\sin(\gamma)$  – параметр конической оптической волны;  $J_0(\cdot)$  – функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Формула (2) обнаруживает, что поле конической оптической волны, сформированное коническим аксиконом (1), представляет собой псевдобесселев оптический пучок. По сравнению с полем фундаментального бесселева пучка [10, 11] выражение (2) содержит три отличия: 1) наблюдается рост амплитуды по мере удаления от аксикона (существенное отличие), 2) присутствует квадратичный по поперечной пространственной координате фазовый член (существенное) и 3) наличествует постоянный фазовый сдвиг (несущественное).

Данные отличия приводят к двум значимым последствиям: первое – коническая оптическая волна (2) не обладает в полном смысле свойством инвариантности (так как интенсивность конической волны пропорциональна  $x$ ); второе – существенно изменяется поведение статистических характеристик флуктуаций фазы конической волны по сравнению с фундаментальным бесселевым пучком. Именно этот вопрос и исследуется в настоящей статье.

Рассмотрим дисперсию флуктуаций фазы конической оптической волны (2), сфокусированную коническим аксиконом (1). Полученное на основе первого приближения метода плавных возмущений интегральное выражение для дисперсии флуктуаций фазы на оптической оси конической оптической волны в случайно-неоднородной среде (после проведения всех промежуточных вычислений) будет иметь следующий вид:

$$\sigma_{S_{cw}}^2(0) \cong \frac{\pi^2 k^2 x}{2} \int_0^1 d\xi \xi^3 \int_0^\infty d\kappa \kappa \Phi_\varepsilon(\kappa) J_0^2\left(\frac{x}{k}\beta\kappa\xi(1-\xi)\right) \times \left[1 + \cos\left(\frac{x}{k}\beta^2(1-\xi)^2 - \frac{x}{k}\kappa^2\xi(1-\xi)\right)\right], \quad (3)$$

где  $x$  – расстояние от плоскости источника до плоскости наблюдения (длина трассы);  $\xi = x'/x$  – нормированное на длину трассы  $x$  расстояние;  $\Phi_\varepsilon(\kappa)$  – спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости случайно-неоднородной среды [12];  $\kappa$  – волновое число.

Формула для дисперсии флуктуаций фазы на оптической оси фундаментального бесселева пучка, полученная в работе [10], проще приведенного выше выражения (3):

$$\sigma_{S_{bp}}^2(0) \cong \frac{\pi^2 k^2 x}{2} \int_0^1 d\xi \int_0^\infty d\kappa \kappa \Phi_\varepsilon(\kappa) \times J_0^2\left(\frac{x}{k}\beta\kappa(1-\xi)\right) \left[1 + \cos\left(\frac{x}{k}\kappa^2(1-\xi)\right)\right]. \quad (4)$$

Различия формул (3) и (4) обусловлены наличием принципиальных особенностей конической оптической волны по отношению к фундаментальному бесселеву пучку. Напомним, что амплитуда конической оптической волны растет  $\sim \sqrt{x}$ , а у фундаментального бесселева пучка она постоянна. Коническая волна имеет сферическую расходимость, которой нет у фундаментального бесселева пучка. Все это приводит, как нетрудно заметить, к четырем особенностям выражения (3) по сравнению с формулой (4): 1) в случае конической волны появляется амплитудный фактор, равный  $\xi^3$ ; 2) в аргументе бесселевой функции множитель  $(1-\xi)$  заменяется на  $\xi(1-\xi)$ ; 3) в аргументе косинуса фактор  $(1-\xi)$  также изменяется на  $\xi(1-\xi)$ ; 4) дополнительно появляется слагаемое, равное  $\frac{x}{k}\beta^2(1-\xi)^2$ .

Для лучшего понимания приведем также интегральное выражение для дисперсии флуктуаций фазы плоской оптической волны в турбулентной атмосфере (на эту величину будем проводить нормировку изучаемой в работе дисперсии флуктуаций фазы конической волны):

$$\sigma_{S_{pl}}^2 \cong \frac{\pi^2 k^2 x}{2} \int_0^1 d\xi \int_0^\infty d\kappa \kappa \Phi_\varepsilon(\kappa) \left[1 + \cos\left(\frac{x}{k}\kappa^2(1-\xi)\right)\right]. \quad (5)$$

В статье [10] показано, что при  $\beta = 0$  выражение для дисперсии флуктуаций фазы фундаментального

бесселева пучка (4) совпадает с выражением (5), описывающим поведение дисперсии флуктуаций фазы плоской оптической волны в случайно-неоднородной среде. Необходимо особо отметить, что аналогичное выражение для конической оптической волны (3) при  $\beta = 0$  не описывает плоскую оптическую волну, а с точностью до амплитудного множителя соответствует выражению для дисперсии флуктуаций фазы сферической оптической волны [12]. Обусловлено это наличием квадратичного по поперечной пространственной координате фазового члена у конической оптической волны (2), которая в этой связи больше похожа на сферическую, чем на плоскую волну.

Следовательно, интегральное выражение для дисперсии флуктуаций фазы на оптической оси (3) конической оптической волны (2) отличается от соответствующего интегрального выражения (4), описывающего дисперсию флуктуаций фазы на оптической оси фундаментального бесселева пучка, рядом амплитудных факторов. Детальное рассмотрение этих факторов приводит к заключению, что все они действуют в сторону уменьшения подынтегральной функции выражения (3) по сравнению с подынтегральной функцией (4). Таким образом, из сравнения (3) и (4) следует, что в турбулентной атмосфере дисперсия флуктуаций фазы на оптической оси конической оптической волны при тех же значениях параметров среды распространения всегда меньше дисперсии флуктуаций фазы бездифракционного фундаментального бесселева пучка и тем более плоской оптической волны (5).

Для численных расчетов спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости турбулентной атмосферы брался с конечными значениями внешнего и внутреннего масштабов атмосферной турбулентности [12]:

$$\Phi_{\epsilon}(\kappa) = 0,033C_{\epsilon}^2(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{-1/6} \exp(-\kappa^2/\kappa_m^2), \quad (6)$$

где  $C_{\epsilon}^2$  – структурный параметр флуктуаций диэлектрической проницаемости турбулентной атмосферы;  $\kappa_0 = 2\pi/L_0$ ,  $L_0$  – внешний масштаб атмосферной турбулентности;  $\kappa_m = 5,9091/l_0$ ,  $l_0$  – внутренний масштаб атмосферной турбулентности. В целях уменьшения количества варьируемых параметров, но без потери общности рассмотрения задачи, при вычислениях со спектром флуктуаций диэлектрической проницаемости (6), в дальнейшем полагалось, что  $\kappa_m = 10^3 \kappa_0$ . Известно также (см., например, [12]), что для трасс распространения, удовлетворяющих условию  $x < k/\kappa_0^2$ , асимптотическое выражение для дисперсии флуктуаций фазы плоской волны в турбулентной атмосфере имеет вид

$$\begin{aligned} \sigma_{S_{pl}}^2 &\cong \frac{0,033\pi^2}{2} \frac{\Gamma(5/6)}{\Gamma(11/6)} C_{\epsilon}^2 k^2 x \kappa_0^{-5/3} = \\ &= 0,1954 C_{\epsilon}^2 k^2 x \kappa_0^{-5/3}. \end{aligned} \quad (7)$$

Поведение дисперсии флуктуаций фазы на оптической оси конической оптической волны (3), нормированной на дисперсию флуктуаций фазы плоской оптической волны (5), в зависимости от величины

нормированного параметра конической оптической волны  $\tilde{\beta} = \sqrt{x/k} \beta$  при различных значениях нормированного волнового числа  $\tilde{\kappa}_0 = \sqrt{x/k} \kappa_0$ , соответствующего внешнему масштабу атмосферной турбулентности  $L_0$ , представлено на рис. 1.

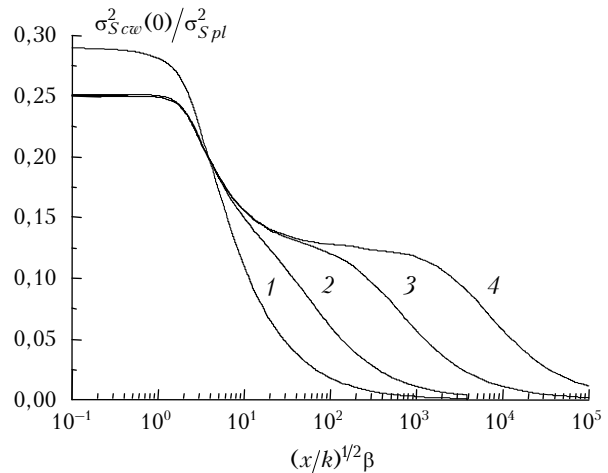


Рис. 1. Дисперсия флуктуаций фазы на оптической оси конической волны, нормированная на дисперсию флуктуаций фазы плоской волны, при различных значениях внешнего масштаба атмосферной турбулентности как функция параметра конической волны  $\tilde{\beta}$  (случай конического аксикона): кривая 1 –  $\tilde{\kappa}_0 = 1,0$ ; 2 – 0,1; 3 – 0,01 и 4 – 0,001

Данные для дисперсии флуктуаций фазы получены путем численного интегрирования выражений (3) и (5) со спектром (6). Отношение дисперсий флуктуаций фазы на оптической оси конической оптической и плоской волн всегда меньше единицы. Следовательно, имеет место эффект относительного уменьшения уровня флуктуаций фазы в конической оптической волне в турбулентной атмосфере по сравнению с плоской волной. Подчеркнем, что данные зависимости всегда имеют монотонный характер, а при  $\tilde{\kappa}_0 \leq 0,1$  являются к тому же и двухмасштабными. Наблюдается их быстрое уменьшение до половины максимального значения при  $\tilde{\beta} \approx 10$  и последующее медленное до 0 с ростом поперечного волнового числа  $\tilde{\beta}$ . Сравнение этих данных с аналогичными результатами для бессель-гауссова пучка, приведенными в работе [10], обнаруживает меньший уровень дисперсии флуктуаций фазы конической волны по сравнению с бесселевым пучком (для конической волны максимальное значение дисперсии флуктуаций фазы по отношению к дисперсии флуктуаций фазы плоской волны при  $\tilde{\kappa}_0 \leq 0,1$  примерно в 4 раза меньше, чем для фундаментального бесселева пучка). В основном это уменьшение дисперсии флуктуаций фазы обусловлено наличием сферической расходимости оптического излучения конической волны (2). Следует подчеркнуть, что абсолютное значение дисперсии флуктуаций фазы конической оптической волны практически всегда растет с увеличением длины трассы распространения, но этот рост медленнее, чем для фундаментального бесселева пучка (4) и плоской оптической волны (5) или (7).

Для бесселева пучка ранее отмечался эффект неравномерности распределения флуктуаций параметров в поперечном сечении пучка [10, 11]. Если вычислить дисперсию флуктуаций фазы не для центрального ( $\beta\rho = 0$ ), а для боковых максимумов (например, для первых двух:  $\beta\rho = 3,8317$  и  $7,0156$ ), то обнаружится незначительное уменьшение максимального значения отношения дисперсии флуктуаций фазы конической и плоской волн при примерно одинаковом функциональном виде данной зависимости от  $\beta$  (в частности, при  $\tilde{\kappa}_0 = 1,0$  это отношение для  $\beta = 0,1$  изменится с  $0,2899$  на  $0,1976$  или  $0,1939$  соответственно). Проведенные для конической оптической волны вычисления отношения дисперсии флуктуаций фазы волны вне оптической оси и на оптической оси показаны на рис. 2.

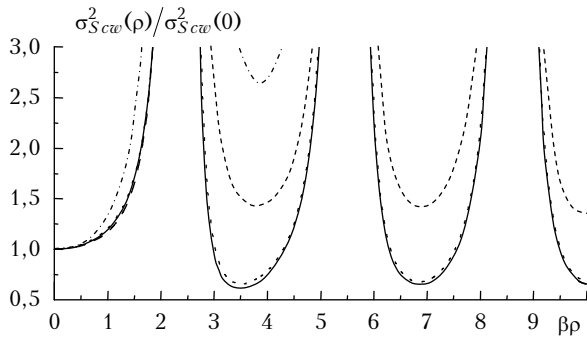


Рис. 2. Отношение дисперсии флуктуаций фазы конической волны в точке, смещенной с оптической оси волны, к дисперсии флуктуаций фазы этой же волны на ее оптической оси при значениях  $\beta = 0,1$  — сплошная; 1 — пунктирная; 10 — штриховая и 100 — штрихпунктирная линии, от величины смещения точки наблюдения с оптической оси

Здесь для значения волнового числа, соответствующего внешнему масштабу атмосферной турбулентности, равному  $\tilde{\kappa}_0 = 1,0$ , даны отношения дисперсии флуктуаций фазы при различных значениях  $\beta$ . Общий характер зависимости для конической волны подобен тому, что имел место и для фундаментального бесселева пучка: в минимумах интенсивности волны отношение дисперсий флуктуаций фазы быстро растет, а в максимумах — принимает минимальное значение. Отличие заключается в том, что при малых  $\beta$  ( $\beta \leq 1$ ) для фундаментального бесселева пучка отношение дисперсий флуктуаций фазы в боковых максимумах, так же как и в центральном, было равно 1, а для конической оптической волны оно меньше единицы (рис. 2).

Коническая конфигурация поверхности аксикона не является оптимальной, поскольку дает неравномерное распределение энергии лазерного пучка по фокальному отрезку [14]. Для обеспечения более равномерного распределения лазерного излучения вдоль оси фокусировки необходимо согласовать форму аксикона с распределением интенсивности исходного лазерного пучка в поперечном сечении одним из двух способов: профилированием преломляющей поверхности аксикона или профилированием распределения интенсивности в лазерном пучке [14]. Профилирование преломляющей поверхности аксикона,

как показано в [14], приводит к замене прямолинейной образующей преломляющей поверхности аксикона  $\sim \rho$  для конического аксикона на логарифмическую образующую  $\sim \ln(\rho)$  для коноидного аксикона.

В том случае, когда коническая волна, распространяющаяся в положительном направлении оси ОХ, получается путем фокусировки плоской оптической волны коноидным аксиконом, начальное распределение поля в плоскости  $x = 0$  запишется следующим образом:

$$U_0(\rho) = E_0 \exp\left[-ik\delta_0\eta_0 \ln\left(\frac{\rho}{\eta_0}\right)\right], \quad (8)$$

где  $\delta_0$  — безразмерный и  $\eta_0$  — размерный (размерность длины) параметры коноидного аксикона.

Используя такую же процедуру, как при нахождении поля конической волны (2), сформированной коническим аксиконом (1), можно показать, что поле конической волны в однородной среде  $U_{0c}(x, \rho)$ , сфокусированной коноидным аксиконом (8), будет иметь вид

$$U_{0c}(x, \rho) \cong E_0 \sqrt{\pi k \delta_0 \eta_0} J_0\left(k \sqrt{\frac{\delta_0 \eta_0}{x}} \rho\right) \times \exp\left\{-i\frac{\pi}{4} + ikx + \frac{ik}{2x} \rho^2 - i\frac{k\delta_0\eta_0}{2} \left[1 - \ln\left(\frac{\delta_0 x}{\eta_0}\right)\right]\right\}. \quad (9)$$

При формировании конической волны коноидным аксиконом амплитуда поля оптической волны в однородной среде (9) (в отличие от (2) для конического аксикона) не будет зависеть от эволюционной переменной  $x$ . Однако от переменной  $x$  теперь будет зависеть аргумент функции Бесселя (9), т.е. в данной конической волне по мере удаления от аксикона происходит увеличение радиусов ярких и темных колец. По сравнению с (2) в (9) другой функциональный вид приобрел четвертый фазовый член.

В окончательном виде выражение для дисперсии флуктуаций фазы на оптической оси конической волны (9), сформированной коноидным аксиконом (8), имеет вид

$$\sigma_{S^2_{cwc}}^2(0) \cong \frac{\pi^2 k^2 x}{2} \int_0^1 d\xi \xi^2 \int_0^\infty d\kappa \kappa \Phi_\varepsilon(\kappa) J_0^2\left(\frac{x}{k} \beta_c \kappa \sqrt{\xi(1-\xi)}\right) \times \left[1 + \cos\left(\frac{x}{k} \beta_c^2 (1-\xi + \ln(\xi)) + \frac{x}{k} \kappa^2 \xi (1-\xi)\right)\right], \quad (10)$$

где  $\beta_c = k\sqrt{\delta_0\eta_0/x}$  — параметр, характеризующий коноидный аксикон (фактически он является эффективным параметром задачи, так как зависит не только от характеристик аксикона ( $\delta_0$  и  $\eta_0$ ) и оптического излучения ( $\lambda$ ), но и от длины трассы распространения  $x$ ).

Интегральное выражение для дисперсии флуктуаций фазы оптической волны за коноидным аксиконом (10) будет отличаться от формулы (3) в трех отношениях: во-первых, заменой амплитудного множителя  $\xi^3$  на  $\xi^2$ , во-вторых, изменением фильтрующей

функции в аргументе функции Бесселя  $\xi(1 - \xi)$  на  $\sqrt{\xi(1 - \xi)}$  и, наконец, в-третьих, изменениями в аргументе косинуса  $(1 - \xi)^2$  на  $(1 - \xi + \ln(\xi))$ . Соответственно на рис. 3 представлены результаты расчета зависимости отношений дисперсии флуктуаций фазы на оптической оси конической волны и плоской волны от параметра конической волны для коноидного аксикона  $\beta_c$ .

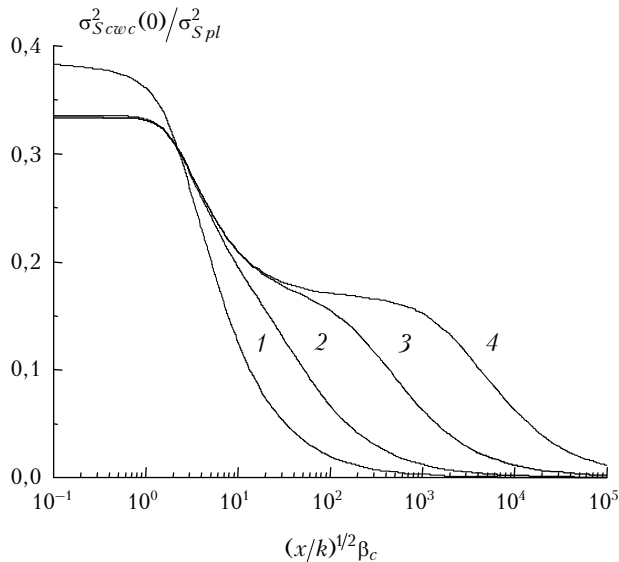


Рис. 3. Дисперсия флуктуаций фазы на оптической оси конической волны, нормированная на дисперсию флуктуаций фазы плоской волны, при различных значениях внешнего масштаба атмосферной турбулентности как функция параметра конической волны  $\beta_c$  (случай коноидного аксикона) (пояснения кривых см. рис. 1)

Видно, что функционально зависимости одинаковы, но максимальные значения отношения дисперсии флуктуаций фазы конической волны к дисперсии флуктуаций фазы плоской волны в данном случае больше, в частности при  $\bar{\kappa}_0 = 1,0$ , для  $\beta_c = 0,1$  отношение соответственно изменится с 0,2899 на 0,3819. Что касается поведения отношения дисперсий флуктуаций фазы волны вне оптической оси и на оптической оси, то оно практически совпадает с приведенным на рис. 2.

В турбулентной атмосфере фаза конической оптической волны, так же как и других типов бesselевых и бesselеподобных пучков, флуктуирует слабее, чем фаза плоской оптической волны. Кроме того, наблюдается ряд принципиальных особенностей этого явления для конической оптической волны по сравнению с фундаментальным бesselевым пучком. Дисперсия флуктуаций фазы на оптической оси конической оптической волны пучка оказывается меньше, чем на оптической оси фундаментального бesselева пучка.

Зависимость дисперсии флуктуаций фазы от параметра, характеризующего конический волновой фронт, при больших значениях внешнего масштаба атмосферной турбулентности по сравнению с диаметром первой зоны Френеля имеет двухмасштаб-

ный характер. Ослабление флуктуаций фазы конической волны, сформированной коноидным аксиконом, несколько меньше, чем за коническим аксиконом. Однако необходимо подчеркнуть, что основные моменты поведения статистических характеристик флуктуаций фазы этих двух типов конических волн весьма схожи в отношении своих различий с фундаментальным бesselевым пучком.

Представленные в работе результаты показывают, что поведение статистических характеристик флуктуаций параметров псевдобesselевых пучков (реально формируемых в физическом эксперименте) при их распространении в турбулентной атмосфере имеет ряд принципиальных особенностей и совсем другие количественные значения, нежели для идеальных бesselевых пучков (обычно рассматриваемых в теоретических работах). В связи с этим при интерпретации величины флуктуационных эффектов для описания распространения реально формируемых бesselевых пучков в атмосфере нужно с большей осторожностью использовать данные оценки, полученных для идеальных бesselевых пучков, например в работах [5–11].

1. Хонина С.Н. Простой способ эффективного формирования различных бездифракционных лазерных пучков // Компьютерная оптика. 2009. Т. 33, № 1. С. 70–78.
2. Абрамочкин Е.Г., Волостников В.Г. Спиральные пучки света // Успехи физ. наук. 2004. Т. 174, № 12. С. 1273–1300.
3. Ling D., Li J., Chen J. Analysis of eigenfields in the axicon-based Bessel–Gauss resonator by the transfer-matrix method // J. Opt. Soc. Amer. A. 2006. V. 23, N 4. P. 912–918.
4. Ling D., Li Ch., Li J. Eigenfields and output beams of an unstable Bessel–Gauss resonator // Appl. Opt. 2006. V. 45, N 17. P. 4102–4108.
5. Zhang Y., Zhu T. Propagation of Helmholtz–Gauss beams in weak turbulent atmosphere // Chin. Opt. Lett. 2008. V. 6, N 2. P. 79–82.
6. Chen B., Chen Z., Pu J. Propagation of partially coherent Bessel–Gaussian beams in turbulent atmosphere // Optics & Laser Technol. 2008. V. 40, N 6. P. 820–827.
7. Zhu K., Zhou G., Li X., Zheng X., Tang H. Propagation of Bessel–Gaussian beams with optical vortices in turbulent atmosphere // Opt. Express. 2008. V. 16, N 26. P. 21315–21320.
8. Chen B., Pu J. Propagation of Gauss–Bessel beams in turbulent atmosphere // Chin. Phys. B. 2009. V. 18, N 3. P. 1033–1039.
9. Eyyuboğlu H.T., Baykal Y., Sermetli E., Korotkova O., Cai Y. Scintillation index of modified Bessel–Gaussian beams propagating in turbulent media // J. Opt. Soc. Amer. A. 2009. V. 26, N 2. P. 387–394.
10. Лукин И.П. Флуктуации фазы бesselь-гауссовых пучков в случайно-неоднородных средах // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 1. С. 66–70.
11. Лукин И.П. Флуктуации бesselева пучка в случайно-неоднородной среде // Изв. ТПУ. 2010. Т. 316, № 2. С. 63–67.
12. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 464 с.

13. Федорюк М.В. Метод перевала. М.: Наука, 1977. 368 с.  
14. Коробкин В.В., Полонский Л.Я., Попонин В.П., Пятницкий Л.Н. Фокусировка гауссовых и гипергауссовых

лазерных пучков аксиконами для получения сплошных лазерных искр // Квант. электрон. 1986. Т. 13, № 2. С. 265–270.

*I.P. Lukin. Fluctuations of a phase of optical waves at conic focusing in turbulent atmosphere.*

Researches of statistical characteristics of a phase fluctuation of optical radiation with the conic wave front propagating in turbulent atmosphere are developed. The method of smooth perturbations calculates a variance for a phase fluctuations of the conic optical waves formed by conical axicon and conoidal axicon. It is discovered, that a variance for a phase fluctuations of a conic optical wave in turbulent atmosphere is less than the same characteristic of a plane wave, and also a fundamental Bessel beam. The dependence of a variance for a phase fluctuations on the parameter, characterizing conic wave front of an optical wave, has two-scale character, both for conical axicon, and for conoidal axicon. The decrease of a variance for a phase fluctuations in turbulent atmosphere is more for conical axicon, than for conoidal axicon. Spatial heterogeneity of a phase fluctuations, known for a fundamental Bessel beam, takes place for conic optical waves as well, however, quantitative effect in this case is another.