

П.А. Коляев

НЕСТАБИЛЬНОСТИ ТЕПЛООВОГО САМОВОЗДЕЙСТВИЯ

Рассматриваются некоторые эффекты неустойчивого поведения интенсивных волновых пучков при самовоздействии в слабо поглощающей среде. Численное моделирование проводится путем решения самосоглавленной задачи методом расщепления. Для сохранения вычислительной устойчивости в процессе решения используется процедура контроля, основанная на спектральном признаке устойчивости. Показано, что в стационарном режиме самовоздействия, ограниченного пучка в движущейся среде возможны «распадная» неустойчивость, а также появление «солитоноподобных» решений. Рассмотрена неустойчивость фазового сопряжения, возникающая при адаптивном управлении мощным пучком.

Вопросы неустойчивости теплового расплывания, и, в частности, неустойчивое поведение лазерного пучка при адаптивном управлении им методом фазового сопряжения в последнее время привлекают к себе внимание исследователей и разработчиков адаптивных оптических систем [1–2]. Несмотря на то, что качественная сторона таких процессов в ряде случаев прояснена, тем не менее количественное описание их, особенно при динамическом управлении пучком, остается затруднительным.

Как и при решении прикладных задач теплового самовоздействия, основным методом исследования неустойчивостей, возникающих при распространении мощных лазерных пучков, является численное моделирование. Для математического описания процессов теплового самовоздействия пучка в атмосфере требуется привлечение аппарата нелинейной теории волн и гидродинамики сплошных сред [3–4]. Соответствующие уравнения в критериальной форме имеют вид

$$\left(\frac{\partial E}{\partial z} = \frac{i}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + T \right) E, \right. \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} + \left(V_x \frac{\partial}{\partial x} + V_y \frac{\partial}{\partial y} \right) T = EE^*. \right. \quad (2)$$

Уравнения (1), (2) являются эволюционными квазилинейными дифференциальными уравнениями в частных производных 1-го и 2-го порядка. Совместное решение системы (1), (2) в настоящее время возможно только численными методами. В свою очередь, вычислительные алгоритмы в виде разностных схем и дискретных рядов сами могут быть причиной неустойчивости, причем даже для линейных уравнений [5].

В последнее время изучен широкий класс устойчивых разностных схем для однородных уравнений гиперболического и параболического типов. Разработаны спектральные и энергетические признаки устойчивости как для стационарных, так и для нестационарных задач. Теоретически доказана абсолютная устойчивость метода покомпонентного расщепления при решении квазилинейных эволюционных уравнений [6].

В настоящей статье на основе предложенного ранее автором модифицированного метода расщепления [8] проводится численное моделирование некоторых эффектов неустойчивого поведения интенсивных волновых пучков. С целью сохранения вычислительной устойчивости и получения достоверных результатов использована процедура непрерывного контроля алгоритма в процессе численного решения, основанная на спектральном признаке устойчивости.

1. Вычислительная неустойчивость

Среди численных методов решения эволюционных уравнений (1), (2) бесспорным лидером является метод расщепления, который в двухциклическом варианте имеет второй порядок аппроксимации по z и для достаточно гладких функций E и T является абсолютно устойчивым даже для неоднородных квазилинейных уравнений [6]. Однако, как показывают практические расчеты, условие гладкости функций E и T может нарушаться в процессе численного решения задачи при достаточно больших нелинейностях среды.

На рис. 1 показана эволюция пространственного спектра поля на шаге численного решения стационарной задачи самовоздействия. Спектральный анализ решения убедительно демонстрирует тот факт, что нелинейность может приводить к быстрому росту высокочастотных гармоник.

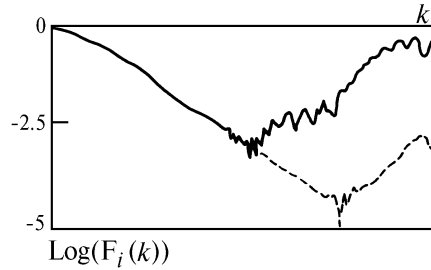


Рис. 1. Рост гармоник пространственного спектра поля на шаге Δz : штриховая — $z = z_j$; сплошная линия — $z = z_{j+1}$

Для устранения неустойчивостей вычислительного характера необходимо включение в расчетный алгоритм тех или иных процедур контроля за решением. Запишем уравнение (1) в операторной форме

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \mathbf{z}} = (L_D + L_R) \mathbf{E}, \quad (3)$$

где $L_D = \frac{i}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)$ — оператор дифракции;

$L_R = \frac{i}{2} T(x, y, z)$ — оператор рефракции.

Применим к уравнению (3) процедуру расщепления: разобьем эволюционную переменную z на $N = z/\Delta z$ шагов и запишем систему эквивалентных уравнений на j -м шаге в симметричном виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial E_D}{\partial z} = L_D E_D, & E_D(\Delta z) = E(0); \\ \frac{\partial E_R}{\partial z} = L_R E_R, & E_R(0) = E_D(\Delta z/2); \\ \frac{\partial E_D}{\partial z} = L_D E_D, & E_D(\Delta z/2) = E_R(\Delta z). \end{cases}$$

Известно, что такая схема имеет второй порядок аппроксимации:

$$\|\tilde{E}(z) - E(z)\| = o(\Delta z^2),$$

где точное решение

$$\mathbf{E}(z) = \exp \left\{ \int_0^z (L_D(\zeta) + L_R(\zeta)) d\zeta \right\} \mathbf{E}(0)$$

и приближенное

$$\tilde{\mathbf{E}}(z) = \exp \left\{ L_D(\Delta z/2) + \sum_{j=2}^N (L'_D(\Delta z) + L'_R(\Delta z)) + L_R(\Delta z) + L_D(\Delta z/2) \right\} \mathbf{E}(0)$$

записаны в операторной форме.

Добавим в алгоритм приближенного решения оператор контроля L_C :

$$\mathbf{L}(z) = L_D(\Delta z/2) + \sum_{j=2}^N (L'_D(\Delta z) + L'_R(\Delta z) + L'_C(\Delta z)) + L_R(\Delta z) + L_D(\Delta z/2).$$

Реализацию оператора $L'_C(\Delta z)$ естественно связать с алгоритмом оператора шага $L'_D(\Delta z)$, на который падает основная доля вычислений. Для решения задачи дифракции используется алгоритм быстрого преобразования Фурье, что позволяет реализовать оператор шага в спектральном пространстве:

$$\tilde{F}_k(\Delta z) = F_k(0) \exp(-ik^2 \Delta z/2),$$

где

$$F_k = \sum_m E_m \exp(-ikm), \quad k, m = 0, 1, 2, \dots, n-1.$$

Контроль за сохранением устойчивости поэтому естественно проводить в спектральном пространстве. Это дает возможность напрямую применять спектральный признак устойчивости, либо комбинировать его с каким-либо из энергетических критериев [6].

Поскольку норма оператора шага равна 1, то рост высокочастотных гармоник возможен только за счет перекачки энергии из низкочастотной части спектра. Если реализовать оператор контроля в виде фильтрующей функции

$$H(k) = F_k(\Delta z) \exp(-k^2/k_0^2),$$

то устойчивость алгоритма будет гарантирована в силу сохранения спектрального радиуса k_0 . Однако такая процедура делает схему расчета неконсервативной.

Более предпочтительной является процедура оценки роста производной спектра поля

$$G_1 = |F_k(\Delta z) - F_k(0)| \leq C_1 |F|$$

совместно с энергетическим критерием на шаге Δz :

$$G_2 = \|F_k(\Delta z) - F_k(0)\| \leq C_2.$$

В случае нарушения условия устойчивости решение задачи либо прекращается, либо согласно методам интервальной арифметики происходит возврат на предыдущий шаг с корректировкой величины шага Δz и других параметров задачи.

2. Нестабильность в ограниченных пучках

Уравнения (1) и (2) формально принадлежат к одному типу – являются эволюционными, но физический смысл эволюционных переменных в этих уравнениях разный: в параболическом волновом уравнении (1) это продольная координата, а в уравнении переноса (2) – время. Поэтому при возникновении неустойчивых процессов следует ожидать их дальнейшего развития как в пространстве, так и во времени.

Рассмотрим стационарный режим теплового самовоздействия, описываемый системой уравнений

$$\left\{ \frac{\partial E}{\partial z} = \frac{i}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + T \right) E, \right. \quad (4)$$

$$\left. \left(V_x \frac{\partial}{\partial x} + V_y \frac{\partial}{\partial y} \right) T = EE^*. \right. \quad (5)$$

Из классической теории нелинейных волн известно, что плоская монохроматическая волна при распространении в фокусирующей среде с кубической нелинейностью сохраняет устойчивость условно, то есть пока ее мощность не превышает некоторого критического значения [7]. Тепловая нелинейность атмосферы является дефокусирующей и устойчивости плоской волны при распространении в такой среде является абсолютной. Однако для ограниченных волновых пучков возможны такие режимы распространения, при которых может наблюдаться «распадная» неустойчивость пучка, а также появление «солитоноподобных» решений.

Зададим граничные условия для уравнения (4) в виде супергауссовского пучка

$$E(x, y) = E_0 \exp[-(x^2 + y^2)^m],$$

где $m = 1, 2, 3, \dots, n$,

Варьируя параметр m , можно изменять «гладкость» функции $E(x, y)$ на входе в нелинейную среду, а увеличивая амплитуду E_0 , усиливать нелинейность среды.

Уравнение (4) описывает эволюцию поля E вдоль продольной координаты z , а уравнение (5) – эволюцию поля T в поперечной плоскости x, y по направлению вектора скорости переноса с компонентами V_x, V_y . Учитывая асимметрию задачи, следует ожидать при достаточно сильной нелинейности среды нарастание нелинейных эффектов в направлении вектора переноса.

Результаты вычислительного эксперимента для одномерного пучка с параметрами $E_0 = 33$, $m = 1$ представлены на рис. 2. На начальном участке трассы пучок отклоняется навстречу потоку (рис. 2, а), теряя осевую симметрию из-за зависимости смещения от интенсивности. Возникновение крутого фронта градиента температуры ведет к «нестабильности ограниченного пучка» (*whole beam instability*) и распаду его на фрагменты. По мере распространения (рис. 2, б) происходит дальнейшее отклонение пучка и перераспределение энергии в нем.

Безразмерный параметр $R = E_0 z$ характеризует степень неустойчивости процесса самовоздействия ограниченного пучка в нелинейной среде (при $R > 1$ процесс становится неустойчивым). В данном примере $z = 0,1$, поэтому $R = 3,3$ и неустойчивость имеет ярко выраженный характер.

Интересное поведение демонстрирует супергауссовский пучок с параметром $m = 8$. На начальной стадии распространения (рис. 3, а) дифракция Френеля приводит к появлению «ряби» (*ripple*), из которой затем формируется устойчивое «солитоноподобное» образование. В процессе самовоздействия этот «солитон» перемещается навстречу потоку, сохраняя свою форму (рис. 3, б).

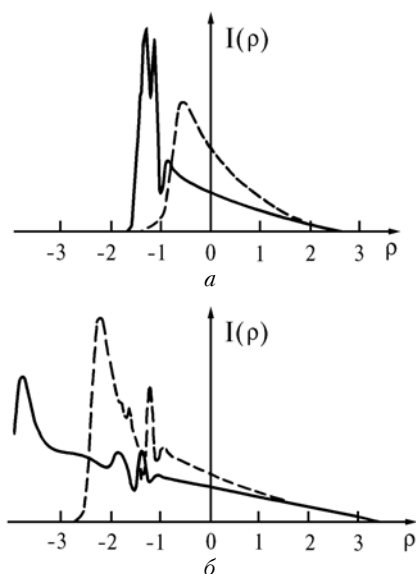


Рис. 2. Эволюция профиля интенсивности гауссовского пучка по трассе; а) штриховая — $z = 0,04$; сплошная линия — $z = 0,08$; б) штриховая — $z = 0,1$; сплошная линия — $z = 0,12$

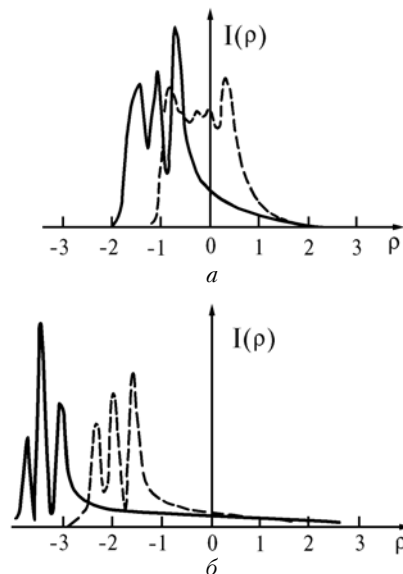


Рис. 3. Эволюция профиля интенсивности супергауссовского пучка по трассе: а) штриховая — $z = 0,04$; сплошная линия — $z = 0,08$; б) штриховая — $z = 0,1$; сплошная линия — $z = 0,12$

Нестабильность ограниченного пучка проявляется при мощности пучка, превышающей «оптимальную» мощность передатчика при выбранных параметрах вычислительного эксперимента. Введение обратной связи в систему «пучок — среда» приводит к появлению неустойчивости при мощности передатчика ниже оптимальной.

3. Неустойчивость пучка при адаптивном управлении

Начиная с первых работ по численному моделированию адаптивных систем коррекции теплового расплывания, было отмечено неустойчивое поведение пучка при управлении его фазовым распределением по методу фазового сопряжения. Такие локальные характеристики пучка, как значение максимальной интенсивности и положение ее точки (координаты в поперечной плоскости), в процессе решения нестационарной задачи испытывали значительные изменения колебательного характера [9–12].

Этот тип неустойчивости получил название «нестабильности фазового сопряжения» (*phase conjugation instability, PCI*). Фаза опорной волны, которой может служить отраженная от объекта часть мощного пучка, используется для введения предсказаний в излучаемый волновой фронт. Опорная волна замыкает цепь оптической обратной связи, так как проходит по тому же оптическому пути. Это условие необходимо для соблюдения принципа обратимости, который гарантирует компенсацию искажений. Это же условие приводит к неустойчивости, так как обратная связь усиливает любые незначительные возмущения, возникающие на пути между излучателем и объектом.

Математическая модель адаптивной системы, работающей в нестационарном режиме, в безразмерных переменных имеет вид

$$\frac{\partial E}{\partial z} = \frac{i}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + T \right) E; \quad (6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left(V_x \frac{\partial}{\partial x} + V_y \frac{\partial}{\partial y} \right) T = EE^*; \quad (7)$$

$$\frac{\partial E^R}{\partial z} = -\frac{i}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + T \right) E^R \quad (8)$$

с начальными и граничными условиями

$$E(x, y, 0, t) = E(0)f(x, y, t);$$

$$T(x, y, z, 0) = T_0(x, y, z); \quad (9)$$

$$\lim_{x, y \rightarrow \infty} E = 0;$$

$$f(x, y) = \exp[-(x^2 + y^2)(1/2 + i\delta)],$$

которые реализуются на границах расчетной сетки.

Граничные условия для опорной волны задавались в виде независимого гауссовского пучка

$$E^R(x, y, L, t) = \exp[-(x^2 + y^2)/2a^2] \quad (10)$$

либо отраженной от зеркального отражателя волны

$$E^R(x, y, L, t) = E(x, y, L, t) \exp[-(x^2 + y^2)/2a^2]. \quad (11)$$

Для численного исследования модели (6)–(8) автором данной статьи создан пакет прикладных программ для IBM PC–совместимых рабочих станций (типа AT-380/387, AT-486). В алгоритме решения уравнений используется процедура контроля вычислительной устойчивости. Графический интерфейс позволяет запоминать основные выходные данные, такие как профили интенсивности и фазы, спектры мощности излучаемого и опорного пучков, рассчитанные для каждого момента времени, с последующим воспроизведением динамики процесса.

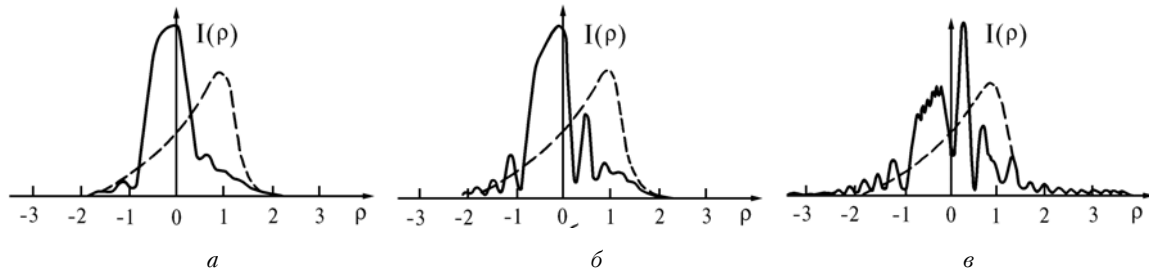


Рис. 4. Эволюция профиля интенсивности гауссовского пучка во времени: штриховая – стационарное решение; сплошная линия – а) $t = 0,56$; б) $t = 0,72$; в) $t = 0,81$

На рис. 4–5 приведены профили интенсивности и спектры мощности основного пучка для трех моментов времени, измеренных в единицах времени переноса среды на единицу длины в поперечной плоскости, равной радиусу пучка. По мере развития неустойчивости происходит усиление мелкомасштабных неоднородностей в пучке вплоть до его распада на фрагменты (рис. 4, а, б, в). Спектральный анализ показывает рост высокочастотных гармоник во времени (рис. 5, а, б, в).

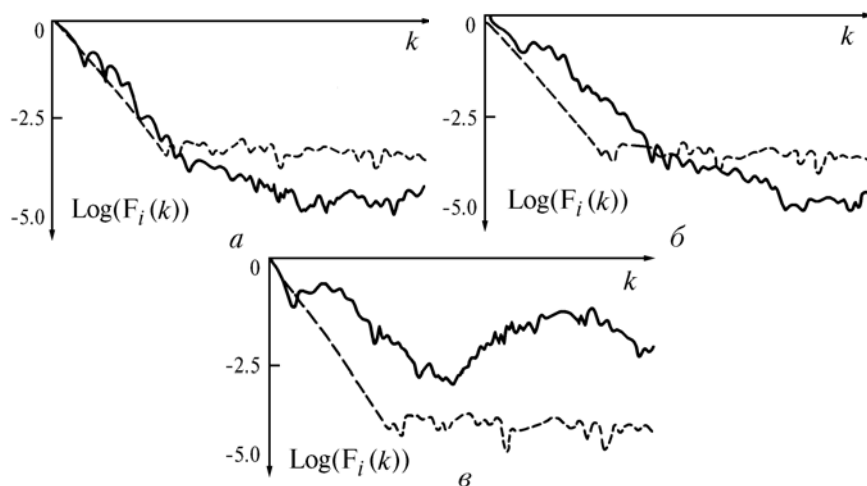


Рис. 5. Эволюция пространственного спектра поля во времени: штриховая – стационарное решение; сплошная линия – а) $t = 0,56$; б) $t = 0,72$; в) $t = 0,81$

Нестабильность фазового сопряжения начинает проявляться при мощности пучка ниже оптимальной, что имеет несомненный прикладной интерес. Теоретические исследования последних лет, выполненные в основном численными методами, выявили целый ряд физических механизмов,

влияющих на развитие РС-нестабильности [1]. К усилению РСІ приводят практически все факторы, создающие мелкомасштабные флуктуации амплитуды или фазы в пучке: аподизация «жесткой» апертурой; неоднородности показателя преломления, вызванные турбулентностью атмосферы; нерегулярности волнового фронта самого лазерного источника.

Ослабление РСІ возможно за счет процессов, вносящих существенные изменения в состояние среды за время реакции адаптивного зеркала и тем самым влияющих на сохранение принципа обратимое (или, иными словами, на «добротность» усилителя) в системе «пучок – среда». К таким факторам можно отнести изменение параметров среды в пространстве (вдоль трассы и в поперечном сечении пучка) и во времени за счет регулярной и флуктуационной изменчивости скорости ветра в атмосфере, за счет турбулентного перемешивания неоднородностей, флуктуаций в лазерном источнике, сканирования пучком при сопровождении объекта и т.д.

Таким образом, одни и те же факторы (в частности, атмосферная турбулентность) могут и ослаблять и усиливать РСІ. Поэтому для дочернего прогнозирования атмосферных искажений мощных лазерных пучков и проектирования адаптивных оптических систем необходимо включение в имитационную вычислительную модель максимально возможного числа физических параметров, доступных для непосредственного измерения, либо задаваемых в виде среднестатистических величин (для атмосферы это могут быть широтные, сезонные, суточные, высотные и другие модели термодинамических параметров).

1. Ulrich P. V. Modern Aspects of Atmospheric Thermal Blooming. SPIE, 1991. V. SC19. 109 p.
2. Fried D. L., Szeto R. K. PCI and Mini-Shear, SPIE, 1991. V. BC-612, 52 p.
3. Fleck J. A., Morris Jr. J. R., Feit M. D. // Appl. Phys. 1976. V. 10. P. 129–160.
4. Распространение лазерного пучка в атмосфере/Под ред. Д. Стробена. М: Мир, 1981. 414 с.
5. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М.: Наука. 1971. 499 с.
6. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. М: Наука. 1980. 535 с.
7. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. М.: Наука, 1979. 384 с.
8. Коняев П. А. Численное исследование тепловых искажений когерентных лазерных пучков в атмосфере: Дис. ...канд. физ.-мат. наук. Томск. 1984. 169 с.
9. Копуаев Р. А., Лукин В. П. // Appl. Optics. 1985. V. 24. № 3. P. 415–421.
10. Коняев П. А., Лукин В. П., Миронов В. Л. // Изв. АН СССР. Серия Физическая. 1985. Т. 49. № 3. С. 536–540.
11. Зуев В. Е., Коняев П. А., Лукин В. П. // Известия вузов. Физика. 1985. Т. 28. № 11. С. 6–29.
12. Канев Ф. Ю., Чесноков С. С. // Оптика атмосферы, 1989. Т. 2. № 11. С. 1195–1199.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
29 сентября 1992 г.

P. A. Kopyaev. Thermal Blooming Instabilities.

Some effects resulting from an unstable behavior of intense wave beams under conditions of thermal blooming in a weakly absorbing medium are considered. Numerical simulation of the problem is carried out by solving a self-consistent problem using the splitting method. To provide for a calculational robustness a control procedure based on a spectral test of stability is used during the solution process. It is shown in the paper that in a stationary regime of a beam thermal blooming of a moving medium there can occur the instability of a decomposing type as well as the occurrence of soliton-like solutions is possible. Instability of a phase conjugation that can appear during an adaptive control of an intense beam is analyzed.