

П.А. Коняев, В.П. Лукин, В.А. Сенников

О влиянии флуктуаций фазы на распространение вихревых пучков

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 18.08.2006 г.

Сообщается о результатах численного моделирования распространения вихревых пучков с винтовой фазой в случайно-неоднородной среде, которая представлена одним фазовым экраном в начале трассы. При распространении в условиях слабой турбулентности такие пучки подобно гауссову пучку также испытывают искажения, однако статистически усредненные вихревые пучки сохраняют центральный провал с ненулевой интенсивностью на оси пучка, при этом чем больше заряд вихря пучка, тем больше дистанция распространения пучка, на которой этот центральный провал не затягивается. Обнаружено, что при распространении в случайно-неоднородной среде вихревые пучки, являющиеся низшими лаггер-гауссовыми модами, будут иметь такие же свойства уширения, что и гауссов пучок. Уширение усредненных вихревых пучков не зависит от заряда вихря и совпадает с уширением гауссова пучка.

Введение

В последнее время возник интерес к изучению свойств распространения лазерных пучков с негауссовым профилем в турбулентной атмосфере. Это вызвано, в частности, поиском новых типов лазерных пучков для создания линий оптической связи.

В работах [1–3] аналитически изучались свойства распространения в турбулентной атмосфере *кольцевых гауссовых пучков высшего порядка (HOAG beam, по терминологии авторов этих работ)*. Было отмечено, что при их распространении в турбулентной атмосфере усредненная по времени интенсивность таких пучков претерпевает несколько стадий эволюции. На промежуточных расстояниях распространения энергия усредненного пучка стремится сконцентрироваться вблизи оси. При этом формируется основной усредненный пучок. Наконец, при распространении на значительное расстояние исходно кольцевой гауссов пучок высшего порядка становится чисто гауссовым усредненным пучком [3–5].

В работе [4] также аналитически изучались свойства распространения трубчатых световых пучков круглой, эллиптической и квадратной форм.

Недавно большой интерес вызвали световые пучки, переносящие оптические вихри [6–8]. Примером таких пучков являются лаггер-гауссовы моды низшего порядка $LG_{0,l}$ лазерного резонатора. Они имеют интенсивность в виде кольца и винтовую поверхность фазы из-за наличия оптического вихря на оси пучка. Влияние центрального провала и вихря на свойства гауссова пучка изучалось в работе [9], где было отмечено, что присутствие вихря ухудшает качество пучка по сравнению с обычным гауссовым пучком. Но уникальная способность пучков, несущих оптические вихри, передавать свой орбитальный угловой момент вызвала бурное развитие сингулярной оптики [10–12] и ее

различных практических приложений, в том числе и так называемых оптических пинцетов [6–8]. Они могут быть получены разными способами: при помощи компьютер-синтезированных голограмм и дифракционной оптики [10], при конвертации эрмит-гауссовых мод [11] и т.д. Разрабатываются и совершенствуются различные способы их формирования.

В последние годы активно исследуется использование орбитального углового момента (ОАМ) [12], переносимого световым пучком с оптическим вихрем, для кодирования информации в линиях оптической связи. Было показано, что влияние даже слабой атмосферной турбулентности оказывается существенным и представляет значительную проблему для работы оптических систем связи на основе переноса ОАМ.

Нами путем численного моделирования изучались свойства распространения вихревых пучков в условиях слаботурбулентной атмосферы на примере простой модели с одним фазовым экраном, а также влияние на эти свойства переносимого пучком оптического вихря в центре пучка.

1. Вихревые пучки и их свойства

Вихревой пучок с топологическим зарядом l зададим в цилиндрической системе координат (r, θ, z) формулой для комплексной функции скалярного поля:

$$U_l(r, \theta, z) = \frac{A}{w(z)} \left(\frac{r\sqrt{2}}{w(z)} \right)^l \exp \left[\frac{-r^2}{w^2(z)} \right] \times \exp \left[i \frac{kr^2}{2R(z)} \right] \exp(i l \theta) \exp[i\phi(z)], \quad (1)$$

где

$$A = \sqrt{2/(\pi l!)}$$

– нормирующий множитель;

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + z^2/z_R^2}$$

– полуширина пучка;

$$\varphi(z) = \arctg(z/z_R)$$

– фаза Гуи; $z_R = \pi w_0^2/\lambda$ – дифракционное расстояние пучка (дальность Рэлея); $R(z)$ – радиус кривизны волнового фронта пучка.

Формула для интенсивности вихревого пучка имеет вид

$$I_l(r, z) = |U_l(r, z, \theta)|^2 = \frac{A^2}{w^2(z)} \left(\frac{r\sqrt{2}}{w(z)} \right)^{2l} \exp\left[\frac{-2r^2}{w^2(z)} \right]. \quad (2)$$

Вихревые пучки (1) представляют собой лаггер-гауссовы моды $LG_{p,l}$ с $p = 0$. При $l = 0$ получаем гауссов пучок $LG_{0,0}$ как самую низшую моду:

$$U_0(r, z) = \frac{A}{w(z)} \exp\left[\frac{-r^2}{w^2(z)} \right] \exp\left[i \frac{kr^2}{2R(z)} \right] \exp[i\varphi(z)]. \quad (3)$$

Эффективный радиус вихревого пучка (1) r_{eff} оказывается пропорциональным величине $\sqrt{l+1}$, тогда как радиус кольца максимума интенсивности r_d пропорционален величине \sqrt{l} :

$$r_{eff}(z) = \sqrt{\frac{2 \int r^2 I(r) dS}{\int I(r) dS}} = w(z) \sqrt{\frac{l+1}{2}}, \quad (4)$$

$$r_d(z) = w(z) \sqrt{\frac{l}{2}}.$$

Из теории лазеров известно, что все лаггер-гауссовы моды в условиях свободного распространения сохраняют свою форму с точностью до масштабирования [13]. Используя формулу (2), легко убедиться, что дифракционное расстояние для вихревых пучков не зависит от значения l и совпадает с дифракционным расстоянием для гауссова пучка $z_R^{vortex} = z_R^{gauss}$.

Рассмотрим коллимированный вихревой пучок (1) в плоскости источника в виде

$$U_l(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi l!}} r^l \exp\left[\frac{-r^2}{2} \right] \exp[i l \theta]. \quad (5)$$

Распределение интенсивности для этого пучка имеет вид в форме кольца:

$$I_l(r) = \frac{1}{\pi l!} r^{2l} e^{-r^2}. \quad (6)$$

Так как формула (5) для вихревого пучка, имеющего нулевой заряд $l = 0$, совпадает с формулой для гауссова пучка:

$$U_0(r) = (1/\sqrt{\pi}) e^{-r^2/2}, \quad (7)$$

то для удобства будем рассматривать гауссов пучок как вихревой, имеющий нулевой заряд вихря $l = 0$.

Вихревой пучок (5)

$$U_l(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi l!}} r^l e^{-r^2/2} e^{i l \theta} \sim (x + iy)^l e^{-r^2/2}, \quad l = 1, 2, 3,$$

содержит точку нуля интенсивности на оси пучка, совпадающую с точкой фазовой сингулярности. Волновой фронт вихревого пучка имеет вид геликоидальной (винтовой) поверхности.

Заметим, что отличие вихревого пучка (5) от гауссова (7) состоит в наличии вихревого множителя $r^l e^{i l \theta} = (x + iy)^l$. Такой множитель в формуле (5) означает наличие на оси пучка оптического вихря с зарядом $l > 0$. Вектор Пойнтинга, характеризующий движение световой энергии в пучке, оказывается направлен по спирали вокруг некоторой линии нулевой интенсивности поля – траектории центра этого вихря в 3-мерном пространстве, которая совпадает с осью пучка. Именно этот оптический вихрь препятствует дифракционному замыканию центрального провала вихревого пучка по сравнению с кольцевыми пучками, не имеющими такого вихревого множителя [9].

В [9] были аналитически описаны свойства пучков с вихрем и без него при свободном распространении. Оба типа пучков имеют одинаковый амплитудный множитель, но различаются только наличием или отсутствием дополнительного фазового множителя $e^{i l \theta}$. При свободном распространении пучки с вихрем сохраняют свою форму в отличие от кольцевых пучков без вихря.

2. Описание вычислительного эксперимента

В численном эксперименте нами исследовалось влияние флуктуаций фазы на распространение вихревых пучков. Один фазовый экран располагается в начале трассы. Расчеты производились с применением известной численной модели [14, 15]. В рамках параксиального приближения решалось безразмерное параболическое уравнение квазиоптики в виде

$$\frac{\partial W}{\partial z} = \frac{i}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + T \right) W, \quad (8)$$

где $W(x, y; z)$ – комплексная амплитуда волны; T – температурное поле со спектральной плотностью

$$F(\kappa_x, \kappa_y) = C_T^2 (\kappa_0^2 + \kappa_x^2 + \kappa_y^2)^{-1/6} \exp[-(\kappa_x^2 + \kappa_y^2)/\kappa_m^2], \quad (9)$$

$$\kappa_0 = 2\pi/L_0, \quad \kappa_m = 2\pi/l_0,$$

где L_0, l_0 – нормированные на начальный радиус пучка r_0 внешний и внутренний масштабы турбулентности, в эксперименте они равнялись 100 и 0,1 см соответственно. Волновой параметр $Z_0 = L\lambda/(2\pi r_0^2)$ был равен 0,1 для $\lambda = 0,63$ мкм. Значения параметров соответствуют приземному слою турбулентной атмосферы на горизонтальной трассе длиной 1 км для пучка с начальным радиусом $r_0 = 10$ см.

Порядок матрицы сетки был равен 512. Применялся метод статистических испытаний, оценки

вычислялись как среднее по 200 реализациям. Влияние турбулентности на пучок характеризовалось индексом мерцания σ_I^2 , являющимся нормированной дисперсией флуктуаций интенсивности $I(z)$ гауссова пучка, вычисляемой на оси пучка. Зависимость σ_I^2 от структурной характеристики температуры C_T^2 дана на рис. 1.

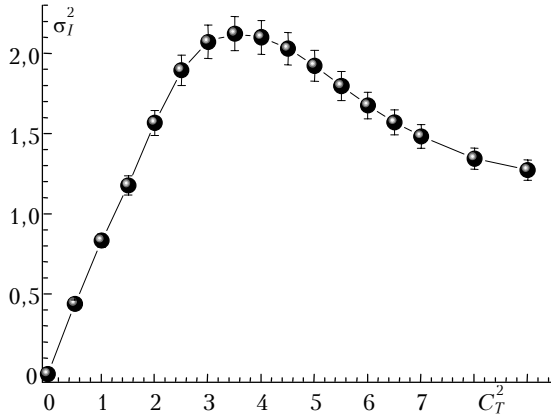


Рис. 1. Зависимость индекса мерцания σ_I^2 от безразмерного параметра турбулентности C_T^2 , полученная в ходе вычислительного эксперимента. В качестве доверительных интервалов указано среднее квадратическое отклонение

Очевидно, что при распространении в случайно-неоднородной среде вихревые пучки, как и гауссов пучок, подвержены влиянию этой среды. Наличие случайных неоднородностей показателя преломления на пути распространения вызывают флуктуации пучка, при этом имеют место как случайные смещения его оси, так и структурная де-

формация. Для вихревого пучка точка нуля интенсивности, исходно лежавшая в центре пучка, смещается с оси распространения пучка, но не исчезает совсем. Даже в условиях слабой турбулентности имеют место деформации формы исходно симметричного кольца интенсивности и искажения фазы пучка. Для пучков с $l > 1$ ядро вихря оказывается расщеплено на l элементарных вихрей с зарядом $l = 1$, смещенных с оси распространения пучка.

Однако на практике часто интерес представляют не сами мгновенные реализации пучка, а их усредненные параметры. Усредненный пучок является результатом сложения всех мгновенных реализаций за конечный промежуток времени. Отдельные точки с нулевым значением интенсивности в таком пучке отсутствуют, но есть провал в центре пучка.

Предположив радиально-симметричным вид интенсивности статистически-усредненного по большому числу реализаций пучка (в форме кольца с ненулевым провалом в центре), удобно этот центральный провал записать в виде

$$h = (I_{\max} - I_0)/I_{\max},$$

где I_0 — значение интенсивности на оси пучка, I_{\max} — значение максимальной интенсивности в кольце-максимуме. Уширение пучка характеризуем нормированным эффективным радиусом пучка

$$\tilde{R}_{eff}(z) = r_{eff}(z)/r_{eff}(z=0).$$

На рис. 2 приведены интенсивность и фаза исходного коллимированного вихревого пучка с $l = 1$ и профили интенсивности. Видно, как с удалением от фазового экрана уменьшается провал в центре усредненного пучка.

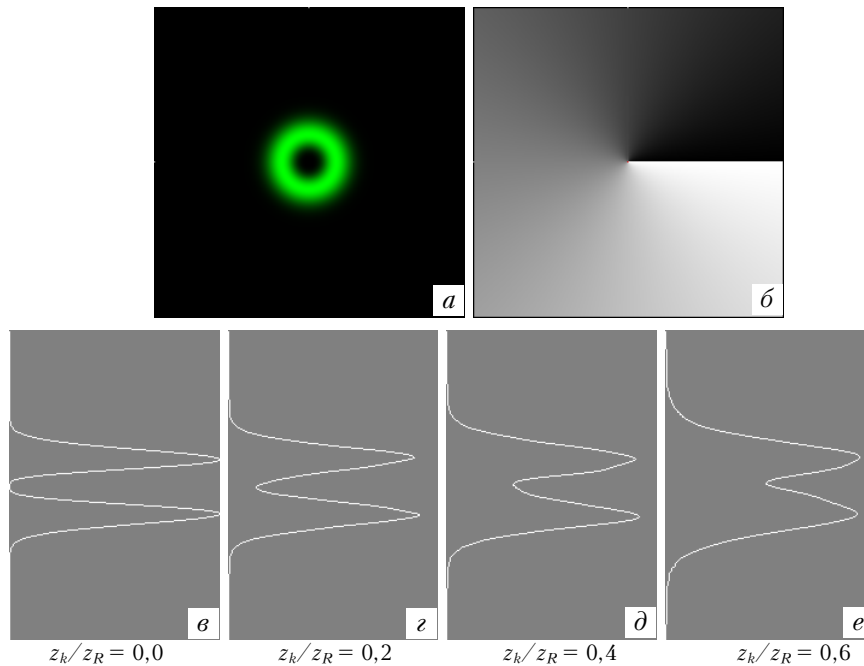


Рис. 2. Интенсивность (а), фаза (б) исходного коллимированного вихревого пучка с $l = 1$, профили интенсивности пучка, рассчитанные для некоторых дальностей распространения $z_k/z_R = 0,0; 0,2; 0,4; 0,6$ (в–е) при значении безразмерного параметра $C_T^2 = 0,1$

Нами было рассчитано также и распространение коллимированных вихревых пучков с $l = 2, 3$. Кроме того, мы обнаружили, что при распространении вихревых пучков, прошедших один фазовый экран в начале трассы, который моделирует влияние турбулентности, происходит постепенное заполнение центрального провала усредненного пучка, причем чем больше заряд вихревого пучка, тем больше дальность распространения, на которой этот провал исчезает.

При более высоких значениях параметра C_T^2 заполнение провала происходит быстрее.

На рис. 3 показана зависимость квадрата нормированного эффективного радиуса пучка $\tilde{R}_{eff}^2(C_T^2)$, которая, как оказалось, совпадает для всех рассмотренных вихревых и гауссова пучков и является прямой линией. Поэтому зависимости квадрата эффективного радиуса $r_{eff}^2(C_T^2)$ от безразмерного параметра C_T^2 для вихревых пучков с $l = 1, 2, 3$ и гауссова пучка представляют собой прямые параллельные линии с одинаковым углом наклона. Это означает, что рассмотренные вихревые пучки, как и гауссов пучок, испытывают одинаковое уширение при распространении после фазового экрана.

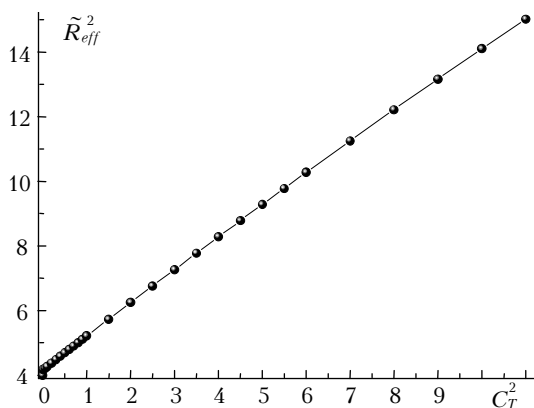


Рис. 3. Зависимости квадрата нормированного эффективного радиуса $\tilde{R}_{eff}^2(C_T^2)$ для вихревых пучков при $z_k/z_R = 0,2$

При распространении этих вихревых пучков вдоль трассы происходит заполнение центрального провала, причем чем больше заряд вихревого пучка (и, следовательно, шире воронка вихря), тем дольше сохраняется провал.

Кроме того, обнаружено, что вихревые пучки, являющиеся низшими лаггер-гауссовыми модами, при распространении будут иметь такие же свойства уширения, что и гауссов пучок. Уширение ус-

редненных вихревых пучков не зависит от заряда вихря l и совпадает с уширением гауссова пучка.

Настоящее исследование выполнено при частичной финансовой поддержке Программы Президиума РАН № 16 (часть 3, проект 1 «Дневной астроклимат Сибири и проблемы построения адаптивного телескопа») и Комплексного интеграционного проекта СО РАН 2003–2006 гг. «Современный адаптивный телескоп».

1. *Baykal Y.* Log-amplitude and phase fluctuations of higher-order annular laser beams in a turbulent medium // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 2005. V. 22. N 4. P. 672–679.
2. *Eyyuboğlu H.T., Yenice Y., Baykal Y.* Higher order annular Gaussian laser beam propagation in free space // *Opt. Eng.* 2006. V. 45. N 3. 038002.
3. *Eyyuboğlu H.T., Altay S., Baykal Y.* Propagation characteristics of higher-order annular Gaussian beams in atmospheric turbulence // *Opt. Commun.* 2006. V. 264. N 1. P. 25–34.
4. *Cai Y., He S.* Propagation of various dark hollow beams in a turbulent atmosphere // *Opt. Express.* 2006. V. 14. N 4. P. 1353–1367.
5. *Vetelino F.E.S., Andrews L.C.* Annular Gaussian beams in turbulent media // *Proc. SPIE.* 2004. V. 5160. P. 86–97.
6. *Абрамочкин Е.Г., Волостников В.Г.* Спиральные пучки света // *Успехи физ. наук.* 2004. Т. 174. № 12. С. 1274–1300.
7. *Optical vortices* / Eds. M. Vasnetsov and K. Staliunas. Horizons in World Physics, N.Y.: Nova Science, 1999. V. 228.
8. *Soskin M.S., Vasnetsov M.V.* Singular optics / Ed. E. Wolf // *Progress in optics.* North-Holland. Amsterdam, 2001. P. 219–287.
9. *Ramee S., Simon R.* Effect of holes and vortices on beam quality // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 2000. V. 17. N 1. P. 84–94.
10. *Kennedy Sh.A., Szabo M.J., Teslow H., Porterfield J.Z., Abraham E.R.I.* Creation of Laguerre–Gaussian laser modes using diffractive optics // *Phys. Rev. A.* 2002. V. 66. N 4. 043801.
11. *Courtial J., Padgett M.J.* Performance of a cylindrical lens mode converter for producing Laguerre–Gaussian laser modes // *Opt. Commun.* 1999. V. 159. N 1–3. P. 13–18.
12. *Paterson C.* Atmospheric turbulence and Orbital Angular Momentum of single photon for optical communication // *Phys. Rev. Lett.* 2005. V. 94. N 15. 153901.
13. *Siegman A.E.* *Lasers.* Oxford: Oxford U. Press, 1986. Chap. 19.
14. *Зуев В.Е., Коняев П.А., Лукин В.П.* Минимизация атмосферных искажений методами адаптивной оптики // *Изв. вузов. Физ.* 1985. Т. XXVIII. № 11. С. 6–29.
15. *Лукин В.П., Канев Ф.Ю., Коняев П.А., Фортес Б.В.* Численная модель адаптивной оптической системы. Ч. 1–3. Распространение лазерных пучков в атмосфере // *Оптика атмосф. и океана.* 1995. Т. 8. № 3. С. 409–434.

P.A. Konyayev, V.P. Lukin, V.A. Sennikov. **About influence of phase fluctuations on the vortex beam propagation.**

Results of numerical simulation of propagation of vortex beams with a spiral phase through a randomly inhomogeneous medium, being a phase screen in the path beginning, are reported. When propagating in conditions of weak turbulence such beams like the Gaussian beam, also experience distortions, however statistically averaged vortex beams conserve the central gap with a nonzero intensity on the beam axis. The greater the beam vortex charge, the greater the beam propagation distance, at which the central gap is not tightened. We have found that vortex beams, being the lowest Laguerre–Gaussian modes and propagated through a randomly inhomogeneous medium, have the same broadening properties as the Gaussian beam. The broadening of averaged vortex beams does not depend on the vortex charge and coincides with the Gaussian beam broadening.