«Оптика атмосферы», **1**, № 12 (1988) УДК 551.521

С.И. Кавкянов, С.Р. Чурагулов

К МЕТОДИКЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОЗРАЧНОСТИ АТМОСФЕРЫ ПО ДАННЫМ ДВУХЧАСТОТНОГО ЛИДАРА

Рассматривается методика восстановления профилей прозрачности и коэффициента ослабления аэрозольной атмосферы по данным двухчастотного лазерного зондирования. Получены аналитические решения лидарного уравнения относительно этих параметров при заданных вдоль трассы зондирования спектральных характеристиках коэффициентов обратного рассеяния и ослабления атмосферы. Исследуются вопросы устойчивости решений и приводится статистически регуляризованный алгоритм восстановления профиля коэффициента ослабления. В замкнутом численном эксперименте проводится сравнительный анализ информативности одно- и двухчастотного зондирования в рассматриваемой задаче.

Введение

Область применения одночастотного лидара ограничена главным образом получением информации о пространственном распределении объемного коэффициента обратного рассеяния $\beta(z)$, в то время как во многих практических задачах представляет интерес возможность лидарного измерения прозрачности $T(z_0, z) = \exp\{-\int_{z_0}^{z}\alpha(z')dz'\}$ слоя атмосферы $[z_0, z]$, где z — расстояние вдоль трассы зондирования, либо профиля объемного коэффициента ослабления $\alpha(z)$. Простейшим способом достижения этой цели при одночастотном зондировании является использование априорной информации о распределении по трассе лидарного отношения $g(z) = \beta(z)/\alpha(z)$, при этом ошибки определения $\alpha(z)$ будут как минимум того же порядка, что и относительные вариации $\Delta g(z)/g(z_0)$ вдоль трассы зондирования [1]. Хотя значения β и α при отсутствии поглощения обычно коррелируют между собой, возможны ситуации, в которых лидарное отношение изменяется вдоль трассы в несколько раз.

В связи со сказанным актуальным является поиск методик определения прозрачности атмосферы, свободных от указанного недостатка. Такая возможность возникает при увеличении числа длин волн зондирования λ_i и использовании для разделения β и α априорной информации об их спектральном поведении. При достаточно большом числе λ_i эту информацию можно вводить посредством задания факторов эффективности полного и обратного рассеяния атмосферного аэрозоля [2]. Если число рабочих длин волн невелико, априорная информация о спектральных свойствах β и α может задаваться в виде каких-либо параметрических зависимостей этих характеристик от λ с определением неизвестных параметров из экспериментальных данных, либо модельных расчетов. Удобной является аппроксимация зависимостей $\ln\beta(\lambda)$, $\ln\alpha(\lambda)$ рядом Тейлора по степеням приращений $\Delta\ln\lambda$ [3], при этом зачастую достаточно ограничиться первыми двумя членами разложения:

$$\left.\begin{aligned}\ln\beta(\lambda) &= \ln\beta(\lambda_0) + \eta_\beta(\lambda_0)(\ln\lambda - \ln\lambda_0)\\ \ln\alpha(\lambda) &= \ln\alpha(\lambda_0) + \eta_\alpha(\lambda_0)(\ln\lambda - \ln\lambda_0)\end{aligned}\right\}, \tag{1}$$

где параметры $\eta_\beta = (\partial\ln\beta/\partial\ln\lambda$, $\eta_\alpha = \partial\ln\alpha/\partial\ln\lambda$ являются взятыми с обратным знаком показателями относительного убывания по λ коэффициентов β, α в формуле Ангстрема [2]. Анализ экспериментального материала и модельные расчеты показывают [2, 4], что изменчивость η_α, η_β в реальной атмосфере гораздо меньше, нежели лидарного отношения (обычно для атмосферного аэрозоля $-2 \lesssim \eta_\beta$, $\eta_\alpha \lesssim 0$; для молекулярного рассеяния $\eta_m = -4$), что существенно увеличивает достоверность их прогноза.

В [2] получены формулы определения прозрачности атмосферы по данным двухчастотного лидара при условии неизменности η_α, η_β вдоль трассы зондирования. В настоящей работе излагается методика восстановления прозрачности и профиля коэффициента ослабления при произвольных зависимостях $\eta_\alpha(z)$, $\eta_\beta(z)$. В численном эксперименте исследуется точность восстановления для различных оптических толщ трассы и погрешностей априорного задания спектральных зависимостей $\beta(\lambda)$ и $\alpha(\lambda)$.

Аналитическое решение лидарного уравнения

Запишем лидарное уравнение в относительной форме, для того чтобы исключить из конечных результатов погрешности калибровки:

$$\frac{s(\lambda,\ z)}{s(\lambda,\ z_0)} = \frac{\beta(\lambda,\ z)}{\beta(\lambda,\ z_0)}\,T^2(\lambda,\ z_0,\ z), \tag{2}$$

где $s(\lambda, z)$ – лидарный сигнал, скорректированный на геометрическую функцию, измеренный на длине волны λ. Логарифмируя и дифференцируя (2) по $\ln\lambda$, получим согласно (1)

$$\frac{\partial}{\partial \ln\lambda} \ln \frac{s(\lambda, z)}{s(\lambda, z_0)} = \eta_\beta(\lambda, z) - \eta_\beta(\lambda, z_0) - 2\int_{z_0}^{z} \eta_\alpha(\lambda, z')\,\alpha(\lambda, z')\,dz', \quad (3)$$

откуда

$$\alpha(\lambda, z) = -\frac{1}{2\eta_\alpha(\lambda, z)} \frac{\partial}{\partial z}\left\{\frac{\partial}{\partial \ln\lambda} \ln\frac{s(\lambda, z)}{s(\lambda, z_0)} + \eta_\beta(\lambda, z_0) - \eta_\beta(\lambda, z)\right\}. \quad (4)$$

Учитывая, что согласно (1) $\eta_\alpha(\lambda, z) = \eta_\alpha(\lambda_0, z) \equiv \eta_\alpha(z)$, $\eta_\beta(\lambda, z) = \eta_\beta(\lambda_0, z) \equiv \eta_\beta(z)$, получим интегрированием (4) по $\ln\lambda$

$$\alpha_1 = -\frac{1}{2\gamma(z)} \frac{d\varphi}{dz}, \quad (5)$$

где

$$\gamma(z) = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{\eta_\alpha(z)} - 1, \;\; \varphi(z) = \ln\frac{s_2(z)\,s_1(z_0)}{s_2(z_0)\,s_1(z)} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\left[\eta_\beta(z) - \eta_\beta(z_0)\right], \quad (6)$$

для сокращения записи полагается $\alpha(\lambda_i, z) = \alpha_i(z)$, $s(\lambda_i, z) = s_i(z)$, $i = 1, 2$. Интегрируя (5) от z_0 до z, получим для оптической толщи слоя $[z_0, z]$ выражение

$$\tau_1(z_0, z) = -\frac{1}{2}\left\{\frac{\varphi(z)}{\gamma(z)} + \int_{z_0}^{z}\varphi(z')\frac{d}{dz'}\left[\frac{1}{\gamma(z')}\right]dz'\right\}. \quad (7)$$

Для постоянных на $[z_0, z]$ η_α и η_β эти формулы упрощаются:

$$\alpha_1(z) = -\frac{1}{2}\frac{d}{dz}\ln\frac{s_2(z)\,s_1(z_0)}{s_2(z_0)\,s_1(z)} \Big/ \left[\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{\eta_\alpha} - 1\right] \quad (5')$$

$$\tau_1(z_0, z) = -\frac{1}{2}\ln\frac{s_2(z)\,s_1(z_0)}{s_2(z_0)\,s_1(z)} \Big/ \left[\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{\eta_\alpha} - 1\right]. \quad (7')$$

Последнее выражение совпадает с полученным в [2]. Аналогично [2] можно записать необходимое условие применимости допущения (1) при интерпретации данных двухчастотного лидара (поскольку $\alpha > 0$):

$$\frac{d}{dz}\ln\frac{s_2(z)\,s_1(z_0)}{s_2(z_0)\,s_1(z)} \Big/ \left[\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{\eta_\alpha} - 1\right] < 0, \quad (8)$$

или менее жесткое, но легче проверяемое условие (вытекающее из требования $\tau > 0$):

$$\ln\frac{s_2(z)\,s_1(z_0)}{s_2(z_0)\,s_1(z)} \Big/ \left[\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{\eta_\alpha} - 1\right] < 0. \quad (9)$$

Устойчивость решения

Как следует из выражений (5)–(7), основными факторами, влияющими на точность восстановления, являются погрешности априорного выбора характеристик $\eta_\alpha(z)$,$\eta_\beta(z)$, причем, как видно из (6), наибольшие требования предъявляются к точности задания абсолютного значения $\eta_\alpha(z)$, в то время как показатель относительного спектрального изменения коэффициента обратного рассеяния содержится в конечных результатах лишь в виде разности $\eta_\beta(z)-\eta_\beta(z_0)$ (здесь пока не учитываем погрешности численного дифференцирования функции $\varphi(z)$). Исследуем устойчивость решения (5′), (7′) к погрешности $\Delta\eta_\alpha$ определения η_α. Дифференцируя по η_α эти выражения, получим после простых преобразований для относительных погрешностей $\delta\alpha = \Delta\alpha/\alpha$ и $\delta\tau=\Delta\tau/\tau$

$$\delta\alpha_1 = \delta\tau_1 = \kappa\Delta\eta_\alpha,\ \ \kappa = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{\eta_\alpha} \ln\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Big/ \left[1 - \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{\eta_\alpha}\right]. \tag{10}$$

В (10) присутствует абсолютная погрешность $\Delta\eta_\alpha$ измерения η_α, которая при экспериментальном измерении $\eta_\alpha = \ln(\alpha_2/\alpha_1)/\ln(\lambda_2/\lambda_1)$ пропорциональна сумме относительных погрешностей измерения α_1 и α_2. Коэффициент усиления ошибки κ достигает максимального значения при $\eta_\alpha \to 0$, что вполне понятно, поскольку в этом случае увеличение числа λ_i не дает новой информации по сравнению с одночастотным зондированием. Другой очевидный факт заключается в том, что $\kappa \to \infty$ при $\lambda_2 \to \lambda_1$. Исследование погрешности восстановления для реальных значениййλ_1, λ_2, η_α, η_β будет проведено далее в модельном численном эксперименте. Необходимо отметить, что к рассмотренным погрешностям добавляются ошибки измерения сигналов $s_1(z)$, $s_2(z)$ и прогноза $\eta_\beta(z) - \eta_\beta(z_0)$, усиливающиеся в случае восстановления профиля $\alpha(z)$ при численном дифференцировании $\varphi(z)$ {см. формулы (5), (6)}. По этой причине необходимо использовать регуляризирующие алгоритмы восстановления. Ниже описывается статистически регуляризованный алгоритм восстановления профиля коэффициента ослабления по данным двухчастотного зондирования.

Статистическая регуляризация решения

Представим (5) в виде интегрального уравнения относительно $\alpha_1(z)$:

$$-\frac{2}{\ln\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} \int\limits_{z_0}^{z} \gamma(z')\,\alpha_1(z')\,dz' + [\eta_\beta(z_0) - \eta_\beta(z)] = \ln \times \frac{s_2(z)\,s_1(z_0)}{s_2(z_0)\,s_1(z)} \Big/ \ln\frac{\lambda_2}{\lambda_1}. \tag{11}$$

Обозначая правую часть (11) как $f(z)$, $\eta_\beta(z_0) - \eta_\beta(z) = \varepsilon(z)$, получим после дискретизации по N+1 отсчетам z_0, $z_1,\ldots,$ z_N векторный аналог (11):

$$\boldsymbol{H}\boldsymbol{\alpha}_1 + \varepsilon = \boldsymbol{f}, \tag{12}$$

где $\boldsymbol{f}$ – экспериментально измеряемый вектор размером $N \times 1$, $\boldsymbol{f}^{\text{т}} = \{f(z_1),\ldots,f(z_N)\}$ (т – операция транспонирования), ε – вектор помехи, который считаем статистически независимым с $\alpha_1^{\text{т}} = \{\alpha_1(z_0),\ldots,\alpha_1(z_N)\}$, $\boldsymbol{H}$ – прямоугольная матрица размером $N \times (N + 1)$, произведение $\boldsymbol{H}\alpha_1$ аппроксимирует первый член в (11). Элементы матрицы $\boldsymbol{H}$ зависят от прогнозируемого значения $\overline{\eta}_\alpha(z)$ согласно (6). Ошибки прогноза вызывают дополнительную к ε случайную погрешность в левой части (11), которая за счет интегрирования будет иметь меньший уровень, чем ε, при одинаковых вариациях η_α и η_β вдоль трассы зондирования. Будем считать также, что погрешности измерения лидарных сигналов также содержатся в векторе $\boldsymbol{\varepsilon}$, так что последний характеризует суммарную ошибку измерений и задания спектральных характеристик аэрозоля. Будем считать вектор $\boldsymbol{\varepsilon}$ нормальным с нулевым математическим ожиданием $\mu_\varepsilon = 0$ и ковариационной матрицей $\boldsymbol{V}_\varepsilon = \sigma_\varepsilon^2\boldsymbol{E}$, где σ_ε^2 – дисперсия помехи, $\boldsymbol{E}$ – единичная матрица. Если априори известны статистические характеристики искомого вектора α_1, μ_α и $\boldsymbol{V}_\alpha$, то статистически регуляризованкое решение (12) имеет вид [5]

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_1 = (\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}^{\text{т}} + \sigma_\varepsilon^2 \boldsymbol{V}_\alpha^{-1})^{-1} (\boldsymbol{H}^{\text{т}}\boldsymbol{f} + \sigma_\varepsilon^2 \boldsymbol{V}_\alpha^{-1}\mu_\alpha). \tag{13}$$

В численном эксперименте, описанном ниже, проводилось сравнение информативности одно-и двухчастотного зондирования профилей коэффициента ослабления. В обоих случаях использовалась статистическая модель интерпретации (12) и оценка (13), считались известными μ_α, $\boldsymbol{V}_\alpha$. При одночастотном зондировании модель (12) являлась векторным аналогом уравнения

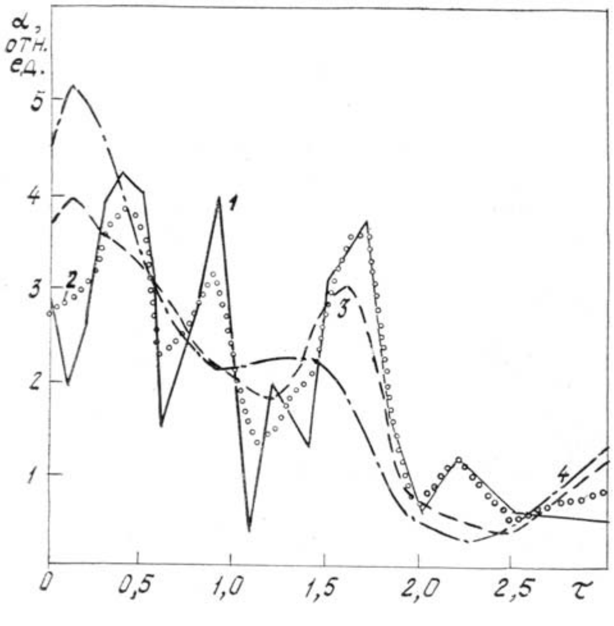
$$\ln\frac{\alpha(z)}{\alpha(z_0)} - 2\int\limits_{z_0}^{z} \alpha(z')\,dz' + \ln\frac{g(z)}{g(z_0)} = \ln\frac{s(z)}{s(z_0)}, \tag{14}$$

при этом аналогично (11) в качестве $f(z)$ выступает правая часть (14), прямоугольная матрица $\boldsymbol{H}$ размером $N \times (N + 1)$ зависит от μ_α, поскольку $\boldsymbol{H}\boldsymbol{\alpha}$ аппроксимирует первые два члена (14), причем первый из них линеаризируется в окрестности $\mu_\alpha(z)$, помеха $\varepsilon(z) = \ln[g(z)/g(z_0)]$. Дисперсия этой помехи $\sigma_\varepsilon^2 = 2v_g^2$, где v_g – коэффициент вариации лидарного отношения $g(z)$ (считается,что пространственный радиус корреляции этого случайного процесса достаточно мал).

Замкнутый численный эксперимент

Реализации профилей $\alpha(z)$, $\eta_\beta(z)$, $\eta_\alpha(z)$ (для двухчастотного зондирования, $\lambda_1 = 0{,}53$ мкм, $\lambda_2 = 1{,}06$ мкм) и $\alpha(z)$, $g(z)$ (для одночастотного, $\lambda_1 = 0{,}53$ мкм) моделировались на ЭВМ в виде нормально распределенных попарно независимых случайных векторов, размерностью $N = 30$. По каждой реализации рассчитывались правые части (11), (14), затем решалась обратная задача с использованием (13). По серии смоделированных векторов $\boldsymbol{\alpha}_i$ и полученных оценок $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_i$, $i = 1,\ldots,n$ вычислялась среднеквадратическая ошибка восстановления $\Delta\alpha^j = \left[\sum_{i=1}^{n}(\hat{\alpha}_i^j - \alpha_i^j)^2/n\right]^{1/2}$, $j = \overline{1, N}$. Задавалась однородная в среднем модель атмосферы, математические ожидания и дисперсии компонентов моделируемых векторов не зависели от расстояния z. Размерности α и z выбирались таким образом, чтобы суммарная оптическая толщина трассы составляла $\tau = 3$. Ковариационные матрицы моделируемых векторов задавались в предположении экспоненциальной коррелированности соответствующих процессов с эффективным радиусом корреляции, составляющим $0{,}1(z_N - z_0)$. Коэффициент вариации случайного процесса $\alpha(z)$ полагался равным $v_\alpha = 0{,}3$, коэффициенты вариации профилей $\eta_\alpha(z)$ и $\eta_\beta(z)$ — равными $v_{\eta_\alpha} = v_{\eta_\beta} = 0{,}01$; 0,05 и 0,2 (такие же значения выбирались в одночастотном случае для v_g). Средние значения η_α и η_β были равны -1.

В качестве иллюстрации возможностей двухчастотного зондирования в рассматриваемой задаче приведен рисунок, на котором показаны одна из смоделированных реализаций $\alpha(z)$ и результаты ее восстановления для трех значений v_η равных 1, 5 и 20%. Очевидно, что определение тонкой структуры профиля $\alpha(z)$ требует весьма высоких точностей прогноза спектральных характеристик аэрозоля. В то же время интегральное значение коэффициента ослабления оценивается с хорошей точностью до больших оптических толщин трассы. В этом отношении двухчастотное зондирование дает явное преимущество по сравнению с одночастотным, которое при $\tau > 2\div3$ практически неинформативно [1]. В табл. 1 и 2 приведены среднеквадратические ошибки восстановления $\alpha(z)$ для сравниваемых методов, рассчитанные по $n = 100$ реализациям моделируемых векторов при одинаковых уровнях помех (соответственно v_g и v_η). Здесь иллюстрируется также чувствительность обоих методов к точности априорной информации о решении (в правой половине таблиц приводятся погрешности восстановления при ошибке $\Delta\mu_\alpha$ задания профиля $\mu_\alpha(z)$, равной 20%).



Численный эксперимент по восстановлению профиля коэффициента ослабления для $\lambda_1 = 0{,}53$ мкм, $\lambda_2 = 1{,}06$ мкм, $\eta_\alpha = \eta_\beta = -1$. Здесь *1* — модельный; *2, 3, 4* — восстановленные профили при погрешности задания η_α соответственно 1, 5, 20%

Выводы

Анализ результатов моделирования, представленных в табл. 1 и 2, позволяет сделать ряд практических выводов. Во-первых, требования к точности прогноза спектральных характеристик аэрозоля весьма велики, и уже при $v_\eta \gtrsim 20\%$ задача определения профиля $\alpha(z)$ по данным двухчастотного зондирования становится малоинформативной. При одинаковой точности прогноза использование априорной информации о $g(z)$ предпочтительнее, чем об $\eta_\alpha(z)$ по крайней мере для не очень больших оптических толщ ($\tau \lesssim 2$). Для достижения одной и той же точности восстановления $\alpha(z)$ точность прогноза $\eta_\alpha(z)$ должна быть приблизительно в 4÷5 раз выше, нежели $g(z)$. Именно в этом случае целесообразно использование двухчастотного зондирования в рассматриваемой задаче. В связи с этим актуальным является экспериментальное и численное исследование изменчивости этих характеристик в реальных атмосферно-оптических ситуациях. Во-вторых, точность восстановления $\alpha(z)$ по двухчастотным данным мало зависит от оптической толщины зондируемого слоя, что является очевидным преимуществом перед одночастотным методом. И в-третьих, двухчастотный метод предъявляет гораздо меньшие требования к точности априорной информации о решении, чем одночастотный. В заключение отметим, что, как видно из (10), преимущества двухчастотного метода становятся наиболее ощутимыми при увеличении абсолютного значения η_α, в частности при определении прозрачности в линиях поглощения атмосферных газов [2].

Таблица 1

Погрешность восстановления коэффициента ослабления при одночастотном зондировании, %

τ^j	$\Delta\mu_\alpha = 0$, v_g 1%	5%	20%	$\Delta\mu_\alpha = 20\%$, v_g 1%	5%	20%
0	8,5	9,5	19	12	13	20
0,5	6,7	7,5	15	9,1	9,6	16
1,0	6,7	7,1	15	8,8	8,8	16
1,5	6,5	6,8	17	7,4	7,9	17
2,0	7,9	8,4	17	8,6	9,2	17
2,5	19	20	21	21	22	25
3,0	33	32	32	39	40	39

Таблица 2

Погрешность восстановления коэффициента ослабления при двухчастотном зондировании, %

τ^j	$\Delta\mu_\alpha = 0$, v_η 1%	5%	20%	$\Delta\mu_\alpha = 20\%$, v_η 1%	5%	20%
0	12	21	32	12	21	33
0,5	7,6	16	29	7,6	16	29
1,0	9,1	16	27	9,1	16	27
1,5	8,6	16	25	8,6	16	25
2,0	9,4	17	27	9,4	17	27
2,5	11	16	24	11	16	25
3,0	12	21	30	12	22	32

1. Креков Г.М., Кавкянов С.И., Крекова М.М. Интерпретация сигналов оптического зондирования атмосферы. Новосибирск: Наука. 1987. 173 с.
2. Зуев В.Е., Наац И.Э. Обратные задачи лазерного зондирования атмосферы. Новосибирск: Наука. 1982. 242 с.
3. Кавкянов С.И., Креков Г.М., Чурагулов С.Р. Оптика атмосферы, 1988, т. 1, № 1. С. 134.
4. Креков Г.М., Рахимов Р.Ф. Оптико-локационная модель континентального аэрозоля. Новосибирск: Наука. 1982. 198 с.
5. Василенко Г.И. Теория восстановления сигналов. М.: Сов. радио. 1979. 272 с.

Институт оптики атмосферы
СО АН СССР, Томск

Поступила в редакцию
3 августа 1988 г.

S.I. Kavkyanov, S.R. Churagulov. **Restitution Procedure for Estimation of Atmospheric Transmittance from Double-Frequency Lidar Data.**

A restitution procedure for estimating the atmospheric transmittance and extinction coefficient from double-frequency laser sounding data is proposed. Analytical solutions to the lidar equation for the above parameters are derived using a priori given spectral characteristics of the atmospheric backscattering and extinction coefficients. Based on numerical simulations, the solution stability is examined and the information content provided by single- and double-frequency lidar observations for the problem at hand is compared.