«Оптика атмосферы и океана», **10**, N 12 (1997)

УДК 535.416.3

В.П. Аксенов, В.А. Банах, О.В. Тихомирова

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ДИСЛОКАЦИЙ ВОЛНОВОГО ФРОНТА ОПТИЧЕСКИХ СПЕКЛ-ПОЛЕЙ

Анализируются возможности неинтерферометрических способов измерения распределения фазы в поперечном сечении лазерного пучка для визуализации винтовых дислокаций волнового фронта оптических спекл-полей. Установлено, что дифракционный датчик Гартмана и датчик волнового фронта, основанный на измерении интенсивности в поперечном сечении пучка, позволяют зарегистрировать положения центров дислокаций и восстановить пространственную конфигурацию нуль-линий интенсивности.

Распространение света через хаотически неоднородную среду приводит к тому, что в результате интерференции амплитуда и фаза оптического поля претерпевают случайные искажения, а пространственное распределение интенсивности имеет случайную пятенную структуру. Изучение таких спекл-полей необходимо при решении задач адаптивной оптики, звездной спекл-интерферометрии, реконструкции изображений. Замечательная особенность спекл-полей – существование дислокаций, т.е. областей, где фаза оптической волны становится неопределенной, а интенсивность – исчезающе малой. Дислокации могут существовать в свободном пространстве и полностью определять фазовую структуру поля [1]. Волновой фронт в окрестности точки дислокации представляет собой геликоид с осью вдоль линии нуля амплитуды (рис. 1).

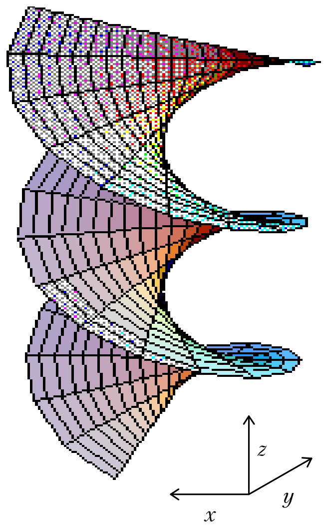

Рис. 1. Волновой фронт в окрестности дислокации

Наиболее распространенный путь экспериментального изучения дислокаций заключается в интерферометрическом или голографическом [2, 3] исследовании оптических спекл-полей. Дефекты волнового фронта проявляются на интерферограммах возникновением «вилочек» – ветвлением интерференционных полос. Точки ветвления совпадают с нулями интенсивности, которые на фоне хаотической пятенной структуры невозможно отличить от ненулевых локальных минимумов интенсивности. Тем более наличие изолированного нуля интенсивности не является достаточным условием существования винтовой дислокации в данной точке. В качестве примера можно привести интенсивность волнового поля, являющегося разностью полей соосных гауссовых пучков.

Интерференционные методы диагностики волновых полей [2, 3] достаточно сложны в реализации и не всегда применимы для практических измерений, поэтому представляется интересным рассмотреть способы диагностики дислокаций волнового фронта на основе измерения распределения интенсивности $I(\rho, z)$ в поперечном сечении пучка $\rho\ \{x, y\}$ и сравнить их возможности с результатами, которые могут быть получены с помощью дифракционных датчиков волнового фронта, например датчика Гартмана [4].

В качестве тестового объекта выбрано поле лагерр-гауссова оптического пучка, фазовый фронт которого обладает всеми характерными свойствами волновых фронтов оптических спекл-полей. Известно [5], что медленно меняющаяся амплитуда такого поля, возбуждаемого резонатором со сферическими зеркалами, записывается в виде

$$U(r, \varphi) = \sum_{m,n} g_{mn\pm} A_{mn\pm}(r, \varphi); \tag{1}$$

$$A_{mn\pm}(r, \varphi) = \sqrt{\frac{4r^2\, m!}{\pi\,(m+1)!}}\, L_m^n(2r^2) \exp\{-r^2 \pm i\, n\, \varphi\},$$

где m и n – радиальный и азимутальный индексы мод; $r = \sqrt{x'^2 + y'^2}$ и $\varphi = \mathrm{arctg}\,(y'/x')$ – полярные координаты, x' и y' – декартовы координаты, нормированные на эффективный радиус пучка a; $g_{mn\pm}$ – комплексные амплитуды мод; L_m^n – полиномы Лагерра. Важное свойство лагерр-гауссовых мод состоит в том [5, 6], что в случае их вырождения частота излучения лазера определяется сочетанием индексов поперечных мод $l = 2\,m + n$. Например, при $l = 1$ возбуждаются 2 моды, и в стационарном состоянии начальное поле имеет одну дислокацию на оси пучка, при $l = 2$ возбуждаются 3 моды [5]:

$$A_{10} = \sqrt{2/\pi}\,(1 - 2\,r^2)\exp\{-r^2\};$$

$$A_{021} = \sqrt{2/\pi}\,2\,r^2 \exp\{-r^2 + 2i\,\varphi\};$$

$$A_{022} = \sqrt{2/\pi}\,2\,r^2 \exp\{-r^2 - 2i\,\varphi\};$$

$$U(r, \varphi, 0) = A_{10}(r, \varphi)\, g_1 + A_{021}(r, \varphi)\, g_2 + A_{022}(r, \varphi)\, g_3. \tag{2}$$

На расстоянии z от источника поле после подстановки (2) в интеграл Кирхгофа имеет вид

$$U(x, y, z) = \Omega\,(1 + \Omega^2)^{-3/2} \exp\left\{3i\,\mathrm{arctg}\,\Omega + \frac{\Omega}{2}\frac{x^2 + y^2}{(1 + \Omega^2)}(i - \Omega)\right\} g; \tag{3}$$

$$g = \{3i + 2\Omega + i\Omega^2\,[1 - 2(x^2 + y^2)]\}\, g_1 + i\Omega^2\sqrt{2}\,\{[g_2\,(x - iy)^2 + g_3\,(x + iy)^2]\},$$

где $\Omega = ka^2/z$ – дифракционный параметр; k – волновое число. Число дислокаций в поперечном сечении пучка зависит [5] от соотношения между амплитудами мод g_1, g_2 и g_3. Распределения интенсивности и фазы поля в плоскости $\Omega = 1$ в случае возникновения четырех дислокаций волнового фронта ($g_1 = 1 + i$, $g_2 = -g_3 = g_1/\sqrt{2}$) показаны на рис. 2.

Дислокационные искажения фазы ограничивают эффективность исправления или обращения волнового фронта с помощью изгибаемых зеркал, так как поверхность зеркала невозможно превратить в поверхность с винтовой дислокацией, не нарушая условия непрерывности. Поэтому возникает задача получения сглаженной аппроксимации волнового фронта.

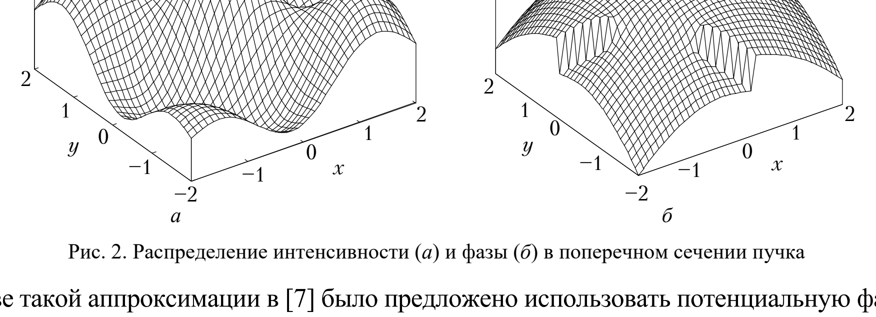

Рис. 2. Распределение интенсивности (*а*) и фазы (*б*) в поперечном сечении пучка

В качестве такой аппроксимации в [7] было предложено использовать потенциальную фазу

$$S_p(\rho, z) = \frac{k}{4\pi^2} \iint\limits_D \frac{d^2\rho_0}{I(\rho_0, z)} \frac{\partial}{\partial z} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} d^2\rho_0' \frac{I(\rho_0', z)\,(\rho_0 - \rho_0')\,(\rho - \rho_0)}{(\rho_0 - \rho_0')^2\,(\rho - \rho_0)^2}, \quad (4)$$

восстановленную в области входного зрачка D, ограниченного контуром Г, из потенциальной компоненты вектора Умова–Пойнтинга $L_p(\rho, z) = I(\rho, z)\,\nabla S_p(\rho, z)$. Полный вектор Умова–Пойнтинга содержит потенциальную L_p и вихревую L_v компоненты:

$$L(\rho, z) = I(\rho, z)\,\nabla S(\rho, z) = L_p(\rho, z) + L_v(\rho, z). \quad (5)$$

В дифракционных датчиках осуществляется измерение наклонов волнового фронта $\mu(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} S(x, y)$, $\nu(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} S(x, y)$, и далее выполняется восстановление фазы, как правило, на основе решения системы линейных уравнений. В этом случае, как указывается в [8, 9], задача нахождения фазы становится эквивалентной решению уравнения Пуассона

$$\Delta_\perp S(x, y) = \frac{\partial}{\partial x}\,\mu(x, y) + \frac{\partial}{\partial y}\,\nu(x, y) \quad (6)$$

с условием на границе Г: $S(x, y)|_\Gamma = 0$. Очевидно, что если векторное поле градиента фазы $\nabla_\perp S\,(x, y)$ имеет соленоидальную компоненту $\nabla_\perp S_s(x, y)$, для которой $\nabla_\perp \cdot \{\nabla_\perp S_s(x, y)\} = 0$ (для дивергентной компоненты выполняется $\nabla_\perp \times \{\nabla_\perp S_\partial(x, y)\} = 0$), то, решая (6), мы будем получать фильтрованные значения фазы – ее дивергентную часть $S_\partial(x, y)$, соответствующую дивергентной компоненте полного градиента фазы:

$$\nabla_\perp S(x, y) = \nabla_\perp S_\partial(x, y) + \nabla_\perp S_s(x, y). \quad (7)$$

Особенностью структуры волновых фронтов с дислокациями является именно наличие соленоидальной части, причем, например, для турбулентной атмосферы значение этой части фазы при увеличении интенсивности турбулентности или длины трассы распространения, по-видимому, возрастает. Поэтому традиционные приемы фазовой коррекции, основанные на компенсации $\nabla_\perp S_\partial(x, y)$, для сильных флуктуаций становятся малорезультативными [9].

Расчет дивергентной фазы $S_\partial(x, y)$ проводился по интегральной формуле Пуассона [10] для случая, когда D – круг радиуса R:

$$S_\partial(\rho, z) = \iint\limits_D \left[\frac{\partial}{\partial x}\,\mu(\mathbf{r}, z) + \frac{\partial}{\partial y}\,\nu(\mathbf{r}, z)\right] G(\mathbf{r}, \rho)\, d\mathbf{r}; \quad (8)$$

$$G(\mathbf{r}, \rho) = \frac{1}{4\pi} \ln \frac{R^2 + r^2\rho^2/R^2 - 2\,r\rho\cos(\varphi - \varphi')}{r^2 + \rho^2 - 2\,r\rho\cos(\varphi - \varphi')};$$

$$\mathbf{r}\,\{r\cos\varphi', r\sin\varphi'\},\ \ \rho\,\{\rho\cos\varphi, \rho\sin\varphi\}.$$

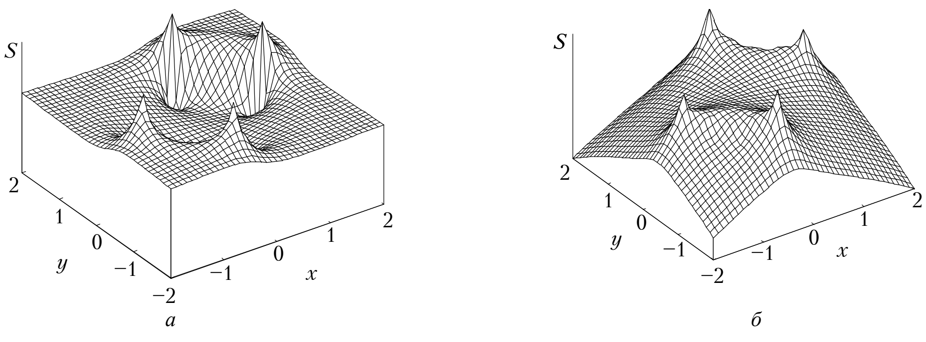

Рис. 3. Потенциальная (*а*) и дивергентная (*б*) фазы

На рис. 3,*а* показана потенциальная фаза пучка, восстановленная по формуле (4) для четырех дислокаций, а на рис. 3,*б* – дивергентная фаза, рассчитанная с помощью формулы (8). Как в том, так и в другом случае оказывается, что полученные распределения фазы позволяют установить наличие дислокаций волнового фронта и локализовать их. Но потенциальная фаза восстанавливается из измерений распределения интенсивности в двух поперечных сечениях пучка, а обеспечение измерений локальных наклонов волнового фронта с помощью матрицы Гартмана является технически более сложной задачей [4].

Рассмотрим теперь вопрос о связи потенциальной и вихревой фаз, введенных в [7] и определяемых из потенциальной и вихревой компонент вектора Умова–Пойнтинга, с дивергентной и соленоидальной частями фазы. Очевидно, если сформировать с помощью (7) полный вектор Умова–Пойнтинга

$$L_{\perp}(x, y) = I(x, y)\, \nabla_{\perp} S(x, y) = I\,(x, y)\, \nabla_{\perp} S_{\partial}(x, y) + I\,(x, y)\, \nabla_{\perp} S_s(x, y), \tag{9}$$

то каждое из слагаемых в правой части (9) в общем случае может быть представлено в виде потенциальной и вихревой частей. Поэтому $L_{\perp p}$ и, следовательно, $\nabla_{\perp} S_p(x, y)$ будут иметь составляющие, обусловленные дивергентной и соленоидальной компонентами градиента фазы. Вихревая компонента вектора Умова–Пойнтинга и вихревая часть фазы формируются таким же образом, поэтому в общем случае потенциальная и дивергентная части фазы не совпадают. Они равны лишь при возникновении одной дислокации, когда

$$\nabla_{\perp} I(x, y) \times \nabla_{\perp} S_{\partial}(x, y) = 0, \quad \nabla_{\perp} I(x, y) \cdot \nabla_{\perp} S_s(x, y) = 0.$$

Предварительные расчеты волновой аберрации [4] показывают, что использование потенциальной фазы для коррекции фазовых искажений в адаптивных оптических системах, работающих в турбулентной атмосфере, не эффективнее, чем использование дивергентной фазы. Это объясняется тем, что потенциальная фаза включает не всю дивергентную фазу, хотя и содержит часть соленоидальной.

Таким образом, измерения потенциальной и дивергентной фаз позволяют локализовать центры винтовых дислокаций волнового фронта оптического пучка, а значит, установить положение точных нулей интенсивности, являющихся индикаторами дислокаций, которые невозможно выделить на фоне многочисленных локальных минимумов хаотичного поперечного распределения интенсивности спекл-поля. Объединение таких нулевых точек, соответствующих различным значениям продольной координаты z, позволит восстановить положение нуль-линий, являющихся «скелетом» волнового поля [11].

Работа выполнена при поддержке Института «Открытое общество» (грант А97-1312).

1. Berry M. Singularities in Waves and Rays. Les Houches Summer School. Amsterdam: North-Holland, 1980. P. 453–543.
2. Бобров Б.Д. // Квантовая электроника. 1991. Т. 18. N 7. С. 886–890.
3. Soskin M.S., Vasnetsov M.V., Basistiy I.V. // Proc. SPIE. 1995. V. 2647. P. 57–62.
4. Воронцов М.А., Корябин А.В., Шмальгаузен В.И. Управляемые оптические системы. М.: Наука, 1998. 272 с.
5. Brambilla M., Battipede F., Lugiato L.A., Penna V., Prati F., Tamm C., and Weiss C.O. // Physical Review A. 1991. V. 43. N 9. P. 5090–5113.
6. Ананьев Ю.А. Оптические резонаторы и проблема расходимости лазерного излучения. М.: Наука, 1979. 328 с.
7. Аксенов В.П., Банах В.А., Тихомирова О.В. // Оптика атмосферы и океана. 1996. Т. 9. N 12. С. 1450–1455.
8. Богатуров А.Н. // Изв. вузов. Физика. 1985. Т. 28. N 11. С. 86–95.
9. Лукин В.П., Фортес Б.В. // Оптика атмосферы и океана. 1995. Т. 8. N 3. С. 435–447.
10. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука. 1968. 720 с.
11. Журавлев В.А., Кобозев И.К., Кравцов Ю.А. // ЖЭТФ 1992. Т. 102. Вып. 2(8). С. 483–494.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
26 августа 1997 г.

V.P. Aksenov, V.A. Banakh, and O.V. Tikhomirova. **Vizualization of Wavefront Dislocations of Optical Speckle-fields**

Feasibility of noninterferometric techniques of the phase distribution measurement in the laser beam cross-section for visualization of the vortex dislocations of optical speckle-field wavefronts are analyzed. It has been established that the diffraction Hartman sensor and wavefront sensor based on measurement of intensity in the beam cross-section allow the positions of the dislocations centers to be obtained and spatial configuration of the intensity zero-lines to be retrieved.