

В.В. Дудоров, В.В. Колосов

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В СИЛЬНО ПОГЛОЩАЮЩИХ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ МЕТОДОМ ДИФРАКЦИОННЫХ ЛУЧЕЙ

В рамках паракиального приближения методом дифракционных лучей получено аналитическое решение задачи распространения оптического излучения в среде с параболическим распределением мнимой части диэлектрической проницаемости. Показано, что по известному произвольному распределению диэлектрической проницаемости среды метод дифракционных лучей позволяет численно построить линии тока энергии, учитывая при этом как дифракцию, так и рефракцию на неоднородном профиле поглощения.

Рассмотрено приближение геометрической оптики для данных сред. Установлено, что траектория геометрического луча в среде с неоднородным коэффициентом поглощения зависит не только от распределения комплексной диэлектрической проницаемости, но и от распределения фазового фронта волны. Т.е. лучи, исходящие из одной точки пространства в одном и том же направлении, но принадлежащие волновым фронтам, имеющим различную кривизну в окрестности данной точки, будут распространяться по различным траекториям. Это принципиально отличает геометрическую оптику неоднородно поглощающих сред от геометрической оптики сред с однородным поглощением.

Обычно при решении задачи распространения излучения в поглощающих неоднородных средах исследователи используют методы, основанные на введении комплексных лучевых траекторий [1–4]. Феноменологическое построение лучей в реальном пространстве представлено в работе [5], в которой процессу прохождения излучения в сильно поглощающих неоднородных средах сопоставлены амплитудные траектории минимального ослабления. Однако введение понятия амплитудной траектории базируется в большей степени на физических соображениях, чем на строгих выводах, и поэтому носит эвристический характер.

В предлагаемой статье в рамках паракиального приближения приводится строгое решение задачи, которое основано на построении дифракционных лучей в реальном пространстве. Под дифракционными лучами понимаются линии, перпендикулярные в каждой точке фазовому фронту, т.е. касательная к данной линии совпадает с направлением вектора Умова–Пойнтинга.

1. Процессы распространения оптического излучения в сильно поглощающих неоднородных средах будем рассматривать в рамках параболического волнового уравнения

$$2ik \frac{\partial E}{\partial z} + \nabla_{\perp}^2 E + k^2 \Delta \tilde{\epsilon}(z, \mathbf{R}) E(z, \mathbf{R}) = 0, \quad (1)$$

где k – волновое число; $\Delta \tilde{\epsilon}(z, \mathbf{R})$ – возмущение комплексной диэлектрической проницаемости среды: $\Delta \tilde{\epsilon}(z, \mathbf{R}) = \epsilon(z, \mathbf{R}) + i\sigma(z, \mathbf{R})$. Представляя поле в виде $E(z, \mathbf{R}) = A(z, \mathbf{R}) e^{ik\varphi(z, \mathbf{R})}$, где $A(z, \mathbf{R})$ и $\varphi(z, \mathbf{R})$ – действительные амплитуда и эйконал поля, можно показать [6], что уравнение (1) тождественно системе уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \mathbf{R}}{dz^2} &= \frac{1}{2} \nabla_{\perp} \left(\epsilon(z, \mathbf{R}) + \frac{1}{k^2} A^{-1} \Delta_{\perp} A(z, \mathbf{R}) \right); \\ \frac{dA^2}{dz} + \nabla_{\perp} (\nabla_{\perp} \varphi A^2) &= -k\sigma(z, \mathbf{R}) A^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Из этой системы уравнений в рамках приближения геометрической оптики ($k \rightarrow \infty$) можно получить следующее уравнение [6]:

$$\frac{d^2 \mathbf{R}}{dz^2} = \frac{1}{2} \nabla_{\perp} \left(\epsilon(z, \mathbf{R}(z)) + \frac{1}{4} \left[\int_0^z \nabla_{\perp} \sigma(z', \mathbf{R}(z')) dz' \right]^2 \right). \quad (3)$$

Анализ данного уравнения показал, что траектория луча в среде с неоднородным коэффициентом поглощения зависит не только от распределения комплексной диэлектрической проницаемости, но и от распределения фазового фронта волны. Т.е. лучи, исходящие из одной точки пространства в одном и том же направлении, но принадлежащие волновым фронтам, имеющим различную кривизну в окрестности данной точки, будут распространяться по различным траекториям. Это принципиально отличает геометрическую оптику неоднородно поглощающих сред от геометрической оптики сред с однородным поглощением.

Данный факт можно проиллюстрировать на примере точного аналитического решения для параболического профиля возмущения комплексной диэлектрической проницаемости среды.

Рассмотрим случай, когда среда является сильно поглощающей, т.е. $\varepsilon(z, \mathbf{R}) \ll \sigma(z, \mathbf{R})$, и можно пренебречь реальной частью возмущения диэлектрической проницаемости. При этом для параболического распределения поглощения ($\sigma(z, \mathbf{R}) = \sigma_2 \mathbf{R}^2$) полученная система уравнений (2) допускает автомодельное решение

$$\begin{cases} \mathbf{R}(z) = \mathbf{R}_0 g(z), & g(z=0) = 1, \\ A(z, R) = \frac{A_0}{\sqrt{g}} \exp(-\mathbf{R}_0^2/2(a_0 g)^2) \exp\left(-\frac{k}{2} s_2 \int_0^z \mathbf{R}^2(z') dz'\right), \end{cases} \quad (4)$$

где $g(z)$ – уширение пучка, для которого из системы (2) следует

$$d^2 g/dz^2 = g^{-3} (1/ka_0^2 + \sigma_2 \lambda(z))^2, \quad (5)$$

где
$$\lambda(z) = \int_0^z g^2(z') dz'.$$

Полученное уравнение является нелинейным даже для предела геометрической оптики, хотя при рассмотрении рефракционных эффектов только на реальной части возмущения диэлектрической проницаемости среды уравнение для функции $g(z)$ является линейным [7]. Однако для функции $f(z) = g^2(z)$ из уравнения (5) следует линейное уравнение четвертого порядка

$$\frac{d^4 f}{dz^4} = 4 \sigma_2^2 f(z). \quad (6)$$

Так как для получения общего решения уравнения четвертой степени необходимы четыре независимых начальных условия, то недостаточно знания только начальной точки и угла наклона луча. Два дополнительных начальных условия можно взять из вида второй и третьей производной функции $f(z)$, которые следуют из (5):

$$\begin{aligned} \frac{d^2 f}{dz^2} &= \frac{1}{2f} \left(\frac{df}{dz}\right)^2 + \frac{2}{f} [L_D^{-1} + \sigma_2 \lambda(z)]^2; \\ \frac{d^3 f}{dz^3} &= 4 \sigma_2 [L_D^{-1} + \sigma_2 \lambda(z)], \end{aligned}$$

где, в свою очередь, $\frac{df}{dz} = 2g \frac{dg}{dz}$, а $f(z) = g^2(z)$. Причем все производные функции $f(z)$ берутся в начальной плоскости $z = 0$ и имеют следующий вид:

$$f_0 = 1, f'_0 = 2F^{-1}, f''_0 = 2(F^{-2} + L_D^{-2}), f'''_0 = 4 \sigma_2 L_D^{-1}.$$

Тогда решение уравнения (6) может быть представлено в виде

$$f(z) = f_1(\bar{z}) + L_\sigma F_0^{-1} f_2(\bar{z}) + \frac{L_\sigma^2}{2} (F_0^{-2} + L_D^{-2}) f_3(\bar{z}) + L_\sigma L_D^{-1} f_4(\bar{z}), \quad (7)$$

где F_0 – фокусная длина начального фазового фронта; $L_\sigma = (2/\sigma_2)^{1/2}$; $L_D = ka_0^2$; $\bar{z} = z/L_\sigma$;

$$f_1(z) = \frac{1}{2} (ch 2\bar{z} + \cos 2\bar{z}); f_2(z) = \frac{1}{2} (sh 2\bar{z} + \sin 2\bar{z});$$

$$f_3(z) = \frac{1}{2} (ch 2\bar{z} - \cos 2\bar{z}); f_4(z) = \frac{1}{2} (sh 2\bar{z} - \sin 2\bar{z}).$$

Следует отметить, что для параболического распределения поглощения полученное решение является точным для системы уравнений (2), а значит, оно является точным и для исходного волнового параболического уравнения (1). Решение (7) подтверждает вышеуказанный факт, что даже в рамках приближения геометрической оптики два начальных условия (начальная точка и начальный наклон) не определяют однозначно траекторию луча, так как в третьем слагаемом в решении (7) после предельного перехода ($L_D \rightarrow \infty$) остается зависимость от начальной кривизны фронта F_0^{-2} .

Из решения (7) также следует, что в приближении геометрической оптики ($L_D \rightarrow \infty$) для плоской волны ($F_0 \rightarrow \infty$) интенсивность излучения вдоль осевого луча существенно уменьшается, хотя поглощение вдоль данного луча отсутствует. Это уменьшение интенсивности излучения объясняется уширением пучка на неоднородном профиле поглощения. Таким образом, лучи искривляются не только на реальной, но и на мнимой части диэлектрической проницаемости среды [8].

2. Рассмотрим распространение излучения в среде с распределением поглощения, отличным от параболического. Так же как и при выводе автомодельного решения, пренебрегаем реальной частью диэлектрической проницаемости среды. Кроме этого ограничимся случаем двумерного (щелевого) пучка. Преобразуем систему (2) к более удобному для численной реализации виду. С учетом поглощения

$$\tau(z, R(R_0, z)) = k \int_0^z \sigma(z', R(R_0, z')) dz'$$

выражение для изменения амплитуды поля вдоль данного луча будет иметь вид

$$A(z, R(R_0, z)) = \frac{A_0(R_0)}{\sqrt{g(z)}} e^{-\tau/2}.$$

Далее, используя выражения $A = e^\chi$, $\nabla_\perp \varphi = \frac{dR}{dz}$ и переходя к нормированным переменным

$$\bar{R} = \frac{R}{a_0}, \bar{z} = \frac{z}{L_\sigma}, \bar{\chi} = \frac{L_\sigma}{L_D} \chi, \bar{\tau} = \frac{L_\sigma}{L_D} \tau, \bar{\sigma} = \frac{L_\sigma^2}{a_0^2} \sigma,$$

получим систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{d^2 \bar{R}}{d\bar{z}^2} = \frac{1}{2} \frac{d}{d\bar{R}} \left(\left(\frac{d\bar{\chi}}{d\bar{R}} \right)^2 + \beta \frac{d^2 \bar{\chi}}{d\bar{R}^2} \right), \\ \frac{d\bar{\tau}}{d\bar{z}} = \bar{\sigma}(\bar{z}, \bar{R}), \\ \bar{\chi} = \beta \ln \left(\frac{A_0(R_0)}{\sqrt{g}} \right) - \frac{\bar{\tau}}{2}, \end{cases} \quad (8)$$

где $\beta = L_\sigma/L_D$.

На основе данной системы уравнений проведен численный анализ особенностей распространения оптического излучения для распределений поглощения гауссовского [$\sigma(z, R) = \sigma_2 (1 - e^{-R^2})$] и степенного ($\sigma(z, R) = \sigma_2 (R/a_0)^{20}$).

При прохождении гауссовского пучка (пучка с гауссовским начальным распределением амплитуды поля $A_0(z, R) = A_0 e^{-R^2/2a_0^2}$) через среду с гауссовским распределением поглощения в поперечном сечении при малом влиянии дифракции ($\beta = 0,01$) наблюдается фокусировка лу-

чей в районе точки $\bar{R} = 1/\sqrt{2}$ (рис. 1). Данная точка является точкой перегиба функции распределения амплитуды поля. В правой части первого уравнения системы присутствуют производные от функции, содержащей в себе функцию распределения амплитуды поля. Можно убедиться, что данная точка соответствует условию фокусировки. Однако хотя и наблюдается существенная фокусировка на неоднородном профиле поглощения, подавляющее воздействие на данной дистанции оказывает затухание $e^{-\tau}$, поэтому значения интенсивности в точке фокусировки близки к нулю и, как следствие, распределение интенсивности имеет плавную форму (рис. 2).

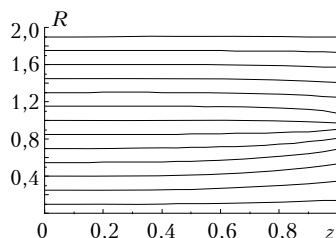


Рис. 1. Траектории лучей при прохождении гауссовского пучка в среде с гауссовским распределением неоднородного поглощения для $\beta = 0,15$

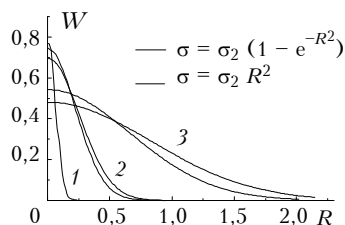


Рис. 2. Распределение интенсивности излучения гауссовского пучка, прошедшего через среду с гауссовским и параболическим распределением поглощения на дистанции $z = 1$ для $\beta = 0,01$ (1); 0,15 (2) и 1 (3)

Легко заметить, что распределение интенсивности остается близким к гауссовскому. При увеличении влияния дифракции (при увеличении β) фокусировка постепенно исчезает, так как дифракция становится подавляющим фактором.

Рассмотрим среду с резкой границей изменения поглощения. Например, возьмем $\sigma(z, R) = \sigma_2(R/a_0)^{20}$, где a_0 – ширина гауссовского пучка. При малом влиянии дифракции ($\beta = 0,001$) проявляется рефракция на неоднородном профиле поглощения, лучи постепенно уходят в сторону и быстро затухают (рис. 3), при этом значение интенсивности внутри области слабого поглощения не изменяется. При увеличении β до 0,01 лучи, находящиеся вблизи резкой границы изменения поглощения, начинают испытывать дифракционные искажения (см. рис. 3), вызывая тем самым небольшие всплески интенсивности излучения в местах своего скопления (рис. 4).

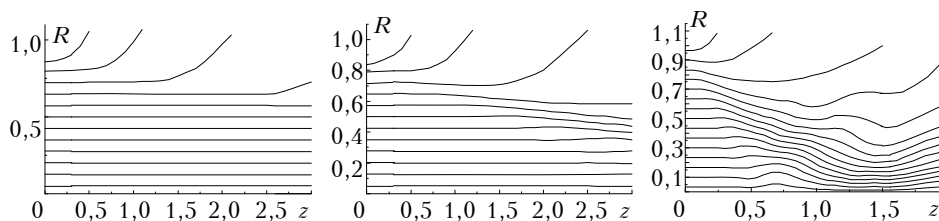


Рис. 3. Траектории лучей при прохождении гауссовского пучка в среде со степенным распределением неоднородного поглощения $\sigma(z, R) = \sigma_2(R/a_0)^{20}$ для $\beta = 0,001$; 0,01; 0,15

При увеличении β до 0,15 дифракция начинает сказываться почти моментально. Лучи отклоняются от границы с резким поглощением и начинают фокусироваться (см. рис. 3). Постепенно с увеличением дистанции распространения наблюдается сильная фокусировка на оси (см. рис. 4), вызывающая увеличение интенсивности более чем в два раза [9].

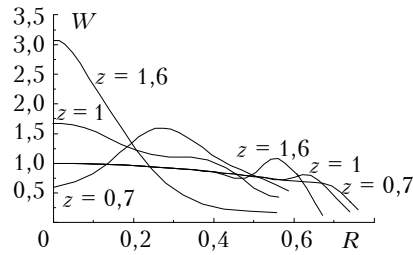


Рис. 4. Распределение интенсивности излучения гауссовского пучка, прошедшего через среду с распределением поглощения $\sigma(z, R) = \sigma_2(R/a_0)^{20}$ на дистанциях до $z = 1,6$; сплошная линия $\beta = 0,15$, штриховая – $\beta = 0,01$

Данный эффект является неожиданным, поскольку дифракционные эффекты на апертуре такого профиля проявляют себя менее выражено. Это подтверждает численное решение для дифракции пучка за бесконечно тонким экраном, оптическая толщина которого равна оптической толщине канала на рассматриваемой дистанции. Из результатов, представленных на рис. 5 и 6, видно, что на равных дистанциях дифракционные эффекты за экраном проявляют себя слабее, чем в канале.

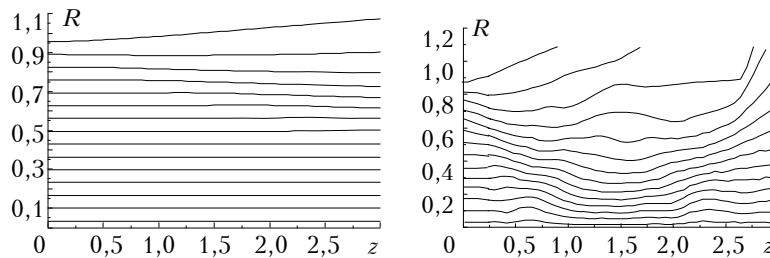


Рис. 5. Траектории лучей при прохождении гауссовского пучка через диафрагму радиуса a_0 для $\beta = 0,01$ и $0,15$

Такое поведение лучей при распространении в среде с резкой границей изменения поглощения, как, например, $\sigma(z, R) = \sigma_2(R/a_0)^{20}$, можно объяснить совместным влиянием дифракции и рефракции на неоднородном профиле поглощения. Рефракция приводит к отклонению лучей от оси в область сильного поглощения. Поглощение приводит к появлению больших градиентов в распределении интенсивности, которые, в свою очередь, усиливают дифракционное искривление лучей. Искривляясь, лучи попадают в область сильной рефракции, и процесс повторяется.

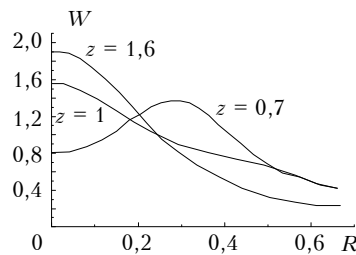


Рис. 6. Распределение интенсивности излучения гауссовского пучка, прошедшего через диафрагму радиуса a_0 на дистанциях до $z = 1,6$

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект 96-02-16382-а).

1. Nazarathy M., Shamir J. // J. Opt. Soc. Am. 1982. V. 72. P. 1398–1408.
2. Ratowsky R. P., London R. A. // Physics Review A. 1995. V. 51. P. 2361–2370.
3. Collins, Jr. // J. Opt. Soc. Am. 1970. V. 60. P. 1168–1177.
4. Кравцов Ю. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10. №9. С. 1283.
5. Якубов В. П., Лосев Д. В. // Оптика атмосферы и океана. 1996. Т. 9. №10. С. 1367–1372.

6. Колосов В. В. // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. №3. С. 281–288.
7. Виоградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. М.: Наука, 1979. 384 с.
8. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. 304 с.
9. Egorov K.D., Kandidov V.P., Vyslokh V.A. Wave beam refraction in nonlinear media // IX Conference on Quantum Electronics and Nonlinear Optics. EKON-80, Poznan, 1980. Abstracts, Section B. P. 144–146.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
18 августа 1997 г.

V. V. Dudorov, V. V. Kolosov. Investigation of Optical Radiation Propagation through Strongly Absorbing Inhomogeneous Media by Diffraction Rays Method.

The problem of optical radiation propagation through a medium with parabolic distribution of an imaginary part of the permittivity has been solved analytically by the diffraction rays method within the context of paraxial approximation. The method of diffraction rays is shown to allow numerical constructing the energy streamlines by known arbitrary distribution of the medium permittivity taking into account therewith both the diffraction and refraction on inhomogeneous profile of the absorption.

The geometrical optics approximation for the given media is examined. It is found that the trajectory of geometrooptical ray in the medium with inhomogeneous absorptivity depends not only on distribution of the complex dielectric permittivity, but on distribution of wave phase front as well. It means that the rays outgoing from one point of the space in one and the same direction but belonging to the wave front of various curvatures in the vicinity of the point will be propagated along various trajectories. It is a fundamental difference between the geometric optics of homogeneously and inhomogeneously absorbing media.