

Ю.Э. Гейнц, А.А. Землянов, А.В. Пальчиков

ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ ПОВЕРХНОСТИ КАПЛИ НА ПРОЦЕСС ВЫНУЖДЕННОГО КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ СВЕТА

Выполнен анализ влияния деформаций поверхности жидкой частицы на величину добротности резонансных электромагнитных мод капли. Показано, что моды высоких порядков менее подвержены воздействию деформаций, чем моды низких порядков. Проведен сравнительный анализ влияния пондеромоторных и термокапиллярных механизмов деформаций поверхности капли на энергетический порог возникновения вынужденного комбинационного рассеяния света. Установлено, что амплитуда пондеромоторных деформаций значительно ниже амплитуды термокапиллярных, следовательно, пондеромоторные деформации не оказывают существенно влияния на энергетический порог возникновения вынужденного комбинационного рассеяния света.

Введение

В последнее время возрос интерес к нелинейно-оптическим эффектам в микрочастицах слабопоглощающей жидкости, приводящим к явлениям вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР), вынужденного рассеяния Мандельштама–Бриллюэна, вынужденной флуоресценции и др. Это обусловлено открывающимися перспективами использования данных эффектов в качестве физической основы для методов дистанционной лазерной диагностики параметров дисперсных сред. Обзор основных работ по проблеме приведен в [1].

Основной причиной возникновения процессов вынужденного рассеяния в прозрачных микронных частицах является наличие в них резонансов внутреннего оптического поля, представляющих собой высокодобротные собственные колебательные моды диэлектрической сферы, аналогичные по структуре поля модам шепчущей галереи в акустике [2]. Эти резонансы наблюдаются при определенных значениях безразмерного параметра дифракции частицы $x = 2\pi a_0/\lambda$ ($x \gg 1$), где a_0 – радиус капли; λ – длина волны лазерного излучения, а их положение и резонансные характеристики могут быть определены непосредственно из теории Ми [3].

Возмущения сферической поверхности, вызванные как спонтанными деформациями, так и вынужденным смещением ее участков, способны изменять условия резонансов. В естественных условиях геометрическая форма капли всегда отличается от сферы вследствие термокапиллярных деформаций ее поверхности, обусловленных неоднородным распределением температуры на поверхности капли. Другой причиной деформаций поверхности частицы, облученной мощным лазерным излучением, могут быть пондеромоторные силы, возникающие в диэлектрике в присутствии электрического поля световой волны [4].

Данная статья посвящена теоретическому исследованию влияния деформаций поверхности сферической частицы на реализацию вынужденного рассеяния, а также сравнительной оценке роли термокапиллярного и пондеромоторного механизмов деформаций капли в данном процессе.

Оценка влияния деформаций поверхности капли на добротность резонансных мод

Выражение для пороговой интенсивности излучения накачки I_s , приводящей к возникновению вынужденного рассеяния в сферических микрочастицах, было получено в [2] и имеет вид

$$I_s = n_a x_{nl} / (g_s Q_{nl} a_0 B_c), \quad (1)$$

где n_a – коэффициент преломления вещества капли; x_{nl} – резонансный параметр дифракции; g_s – коэффициент усиления волны рассеяния за счет нелинейных процессов; Q_{nl} – добротность резонансной моды капли, поддерживающей процесс; B_c – интегральный коэффициент, учитывающий пространственное перекрытие полей накачки и вынужденного рассеяния внутри частицы. Индексы n, l означают порядок и номер резонансной моды соответственно.

Для примера на рис. 1 приведена зависимость рассчитанной по (1) пороговой интенсивности ВКР в каплях воды от параметра дифракции для резонансов высоких и низких порядков n , которые с равной долей вероятности могут поддержать процесс ВКР [2].

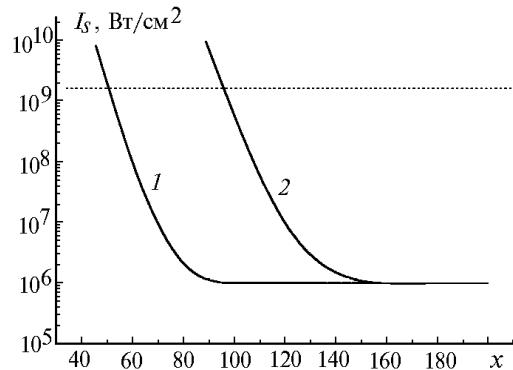


Рис. 1. Зависимость порога ВКР от параметра дифракции. Линии 1 и 2 соответствуют резонансным модам низких и высоких порядков соответственно, пунктирная линия определяет порог пробоя

Влияние деформаций поверхности частицы прежде всего будет сказываться на величине добротности моды. Выражение для добротности какой-либо собственной резонансной моды капли на частоте ω , как известно, может быть записано в следующем виде:

$$Q = \omega W/P, \quad (2)$$

где энергия электромагнитного поля W , запасенная в капле, средняя за период колебаний волны, вычисляется следующим образом:

$$W = \frac{1}{8\pi} \int_V (\epsilon E^2 + H^2) dV.$$

Здесь \mathbf{H} и \mathbf{E} – векторы напряженности электрического и магнитного полей внутри частицы, ϵ – диэлектрическая проницаемость жидкости, а интегрирование ведется по всему объему резонансной моды V , занятому излучением.

В (2) P – величина потерь энергии световой волны, связанных с выходом энергии из объема частицы:

$$P = \frac{c}{4\pi} \int_s [\mathbf{E} \times \mathbf{H}] \mathbf{n}_r ds,$$

где \mathbf{n}_r – вектор нормали к поверхности капли; c – скорость света в вакууме, интеграл берется по замкнутой поверхности, заключающей в себя частицу. Как видно из формулы (2), падение добротности резонанса может быть связано как с уменьшением запасенной энергии, так и с увеличением потерь на излучение. Оценки дополнительных потерь на излучение, для случая малых деформаций, указывают на несущественность этого эффекта.

Рассмотрим влияние деформаций поверхности капли на величину запасенной энергии моды. Для этого воспользуемся качественным анализом на основе геометрической оптики. Резонансные моды являются стоячими волнами, образованными интерференцией световых волн, распространяющихся вдоль поверхности частицы под углами, близкими к углу полного внутреннего отражения от границы раздела двух сред (в нашем случае это сферическая граница диэлектрик – воздух). На рис. 2 приведен ход лучей внутри частицы, формирующих различные резонансные моды. Стоячая волна возникает тогда, когда при распространении вдоль поверхности световые лучи, испытывающие отражение под углом, равным или большим угла полного внутреннего отражения, попадают в исходную точку в фазе, кратной 2π , т.е. выполняется условие фазового синхронизма. Два рассмотренных случая (см. рис. 2) отличаются глубиной захода лучей относительно поверхности капли $\Delta r = a_0 - b$, где b – положение границы локализации лучей относительно центра частицы, и количеством отражений, необходимых

для формирования стоячей волны. Видно, что чем ближе к поверхности частицы локализован световой луч, тем больше отражений от поверхности он испытывает.

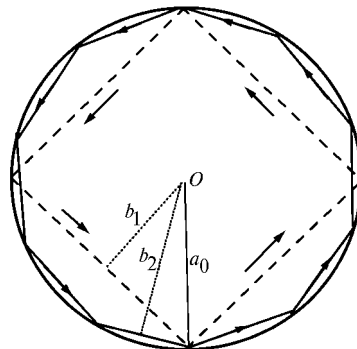


Рис. 2. Геометрическая схема формирования резонансных мод. Лучи соответствуют двум случаям (выделены сплошными и штриховыми линиями), различающимся положением $\Delta r_{1,2} = a_0 - b_{1,2}$ и числом отражений, необходимых для полного оборота

На рис. 3 показано распределение внутреннего поля частицы для резонансных мод различных порядков. На графике изображена функция $B_i = I(r)/I_0$, где $I(r)$ – интенсивность светового поля внутри капли; I_0 – интенсивность падающего поля. Видно, что электрическое поле собственных мод сосредоточено вблизи поверхности частицы. С уменьшением порядка моды n для фиксированного номера l происходит увеличение энергии данной моды и она концентрируется вблизи поверхности капли (рис. 4).

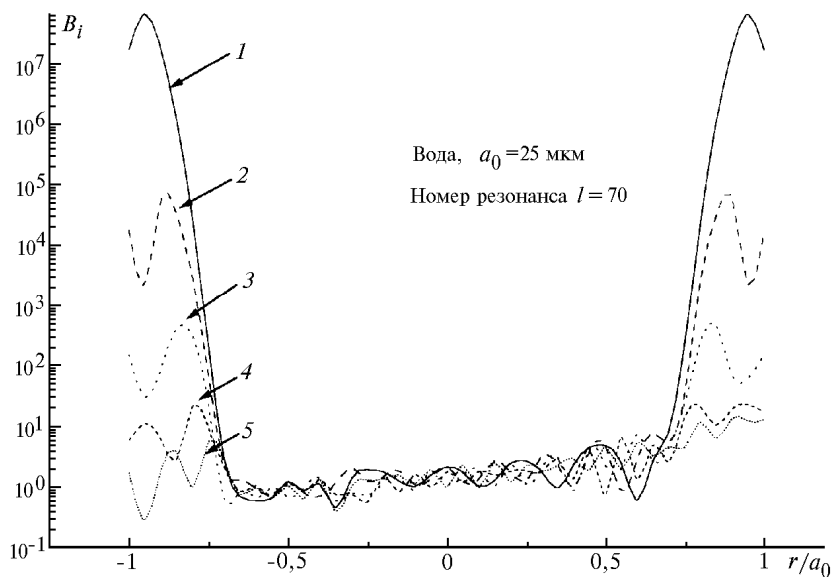


Рис. 3. Распределение поля внутри частицы по главному сечению. Цифрами обозначены порядки резонансов n . Излучение накачки падает слева.

Оценим влияние деформаций поверхности частицы на добротность резонансных мод. Выразим расстояния от центра частицы до ее поверхности как $r = a_0 + \xi(\theta, \varphi)$, где $\xi(\theta, \varphi)$ – произвольные деформации поверхности, θ, φ – сферические координаты. Тогда при каждом отражении луч проходит дополнительное расстояние Δs , которое пропорционально амплитуде этих деформаций. Деформированную частицу можно заменить сферой с некоторым эффективным радиусом $r_{\text{эф}} = a_0 + q\xi$, в которой для лучей оптический путь равен пути в деформированной частице, q – некоторый коэффициент.

Из решения Ми следует, что запасенная энергия моды

$$W \sim \begin{cases} |b_n|^2 & \text{для ТЕ волн,} \\ |c_n|^2 & \text{для ТН волн,} \end{cases}$$

где c_n, b_n – амплитуды парциальных волн (коэффициенты Ми).

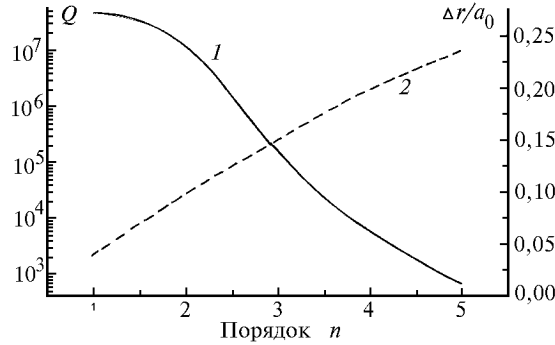


Рис. 4. Зависимость добротности (1) и относительного положения максимума поля внутри частицы относительно поверхности частицы (2) от порядка резонанса

Реальную часть $b_n(x)$, исходя из выражений для b_n [3], запишем в виде

$$\operatorname{Re} b_n(x) = b_n^r / [1 + \beta_n(x)^2],$$

где $\beta_n(x) = [\chi_n(x) \psi_n'(mx) - m \psi_n(mx) \chi_n'(x)] / [\psi_n(x) \psi_n'(mx) - m \psi_n(mx) \psi_n'(x)]$; χ_n, ψ_n – модифицированные сферические функции Рикатти–Бесселя; b_n^r – значения реальной части коэффициента b_n при резонансе, т.е. при $x = x_{nl}$, штрихи обозначают производную по аргументу, m – комплексный показатель преломления.

Вблизи резонансного значения параметра дифракции x_{nl} функцию $\beta_n(x)$ разложим в ряд Тейлора: $\beta_n(x) = \beta_n(x_{nl}) + \beta_n'(x) (x - x_{nl}) + \dots$, и для оценки ограничимся только линейной частью разложения. Учитывая, что $\beta_n(x_{nl}) = 0$, получим

$$\operatorname{Re} b_n(x) \approx b_n^r / [1 + \beta_n'(x_{nl})^2 (x - x_{nl})^2].$$

Отметим, что при $x = x_{nl}$ $\beta_n'(x) = (\Gamma_n)^{-1}$, где Γ_n – полуширина резонансной кривой. Тогда, считая, что амплитуда смещения поверхности капли в направлении нормали при колебаниях на величину $q\xi = (r_{\text{эф}} - a_0)/a_0$ соответствует относительному изменению ее параметра дифракции $(x - x_{nl})/x_{nl}$, т.е. уходу от резонанса, и используя выражение для добротности через полуширину резонансной кривой $Q_{nl} = x_{nl}/\Gamma_n$, получим

$$\operatorname{Re} b_n(x) \approx 1 / [1 + (q \xi Q_{nl}^0)^2],$$

где Q_{nl}^0 – добротность соответствующей моды для идеальной сферы. В результате для добротности деформированной частицы имеем

$$Q_{nl}(\xi) \approx Q_{nl}^0 / [1 + (q \xi Q_{nl}^0)^2]. \quad (3)$$

Из полученного выражения следует, что одно и то же по величине смещение поверхности частицы оказывает тем большее влияние на величину добротности, чем выше Q_{nl}^0 . Оценки по формуле (3) величины добротности резонансных мод для двух значений q приведены в таблице.

Q_{nl}^0	Q_{nl} , для $q = 1$	Q_{nl} , для $q = 0,1$
10^{10}	$1,46 \cdot 10^1$	$1,46 \cdot 10^3$
10^8	$1,46 \cdot 10^3$	$3,2 \cdot 10^5$
10^6	$3,2 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^6$
10^4	$1 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^4$

Таким образом, можно сделать вывод, что моды низких порядков более подвержены влиянию поверхностных деформаций, чем моды высоких порядков, и, следовательно, вероятны такие случаи, при которых резонансные условия для первых из них будут нарушаться, в то время как последние останутся способными поддерживать процесс вынужденного рассеяния.

Сравнительный анализ термокапиллярных и пондеромоторных деформаций поверхности капли

Как было отмечено выше, основными физическими механизмами, которые могут приводить к деформациям поверхности капли, являются термокапиллярные и пондеромоторные. Критерием для сравнения этих деформаций может служить их амплитуда. Выражение для средней амплитуды термокапиллярных деформаций капли известно [5]:

$$|\xi_{т.к.}| = \sqrt{k_B T / 4\pi\gamma}, \quad (4)$$

где k_B – постоянная Больцмана; T – температура поверхности частицы; γ – коэффициент поверхностного натяжения. Как видно из (4), амплитуда данных деформаций не зависит от радиуса частицы, а определяется только значениями T и γ .

Пондеромоторные силы при высоких интенсивностях воздействующего излучения, характерных для развития эффектов вынужденного рассеяния, могут вызывать существенные деформации поверхности частицы [6, 7].

Общая постановка задачи о деформации прозрачной капли в световом поле включает в себя уравнение гидродинамики несжимаемой жидкости, записанное с учетом пондеромоторных сил. Теорию данного процесса можно найти, например, в [4, 8].

Для поверхности капли справедливо динамическое граничное условие, которое представляется в следующем виде:

$$\left\{ p - \frac{\rho_a}{8\pi} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho_a} \right)_T E^2 - p_1 - \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + f \right\} n_i = \eta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right) n_k.$$

Здесь p – давление в жидкости; p_1 – внешнее (атмосферное) давление; R_1, R_2 – главные радиусы кривизны поверхности; ρ_a – плотность жидкости; η – кинематическая вязкость жидкости; x_i – координаты; $f = \frac{\varepsilon - 1}{8\pi} [(\varepsilon - 1)(\mathbf{E}n_r)^2 + E^2]$ – скачок нормальной компоненты натяжения электромагнитного поля на поверхности капли.

Дальнейшее исследование проводится при условиях малой вязкости и малости амплитуды деформаций. Для коэффициентов разложения смещения поверхности ξ по сферическим функциям можно записать уравнение

$$\frac{d^2 \xi_{nl}}{dt^2} + \frac{2}{t_l} \frac{d \xi_{nl}}{dt} + \Omega_l^2 \xi_{nl} = \frac{l f_n(t)}{a_0 \rho_a}, \quad (5)$$

где

$$t_l = \frac{a_0^2}{2(2l+1)(l-1)\nu}; \quad \Omega_l = \sqrt{\frac{l(l+2)(l-1)\gamma}{\rho_a a_0^3}}; \quad f_n(t) = \iint f(t, a_0) Y_n(\theta) \sin\theta \, d\theta \, d\varphi;$$

t_l – характерное время затухания колебаний частицы за счет вязкости; Ω_l – собственные колебательные частоты капли, ν – динамическая вязкость жидкости.

Уравнение (5), дополненное начальными условиями: $\xi_{nl}(t=0) = d\xi_{nl}(t=0)/(dt) = 0$, решалось численным путем. В качестве разностной схемы была использована схема Рунге–Кутты четвертого порядка.

Обратимся к полученным результатам. На рис. 5, 6 представлена временная зависимость максимальной амплитуды пондеромоторных деформаций капель воды различного радиуса при воздействии на них лазерных импульсов с длиной волны $\lambda = 0,532$ мкм, длительностью 10^{-8} с. Зависимость возбуждающей силы от времени определялась формой импульса накачки $I(t) = I_0/t_p \exp\{-t/t_p\}$, где I_0, t_p – пиковая интенсивность и характерная длительность импульса соответственно. Для сравнения здесь же приведены среднеквадратические смещения поверхности за счет термокапиллярных деформаций. Заштрихованная область отмечает типичные времена генерации ВКР, взятые из экспериментальных работ [6, 7].

Выбор параметров расчета (радиус капли a_0 , интенсивность воздействующего излучения I_0) соответствовал двум крайним ситуациям, при которых возможно появление ВКР (см. рис. 1).

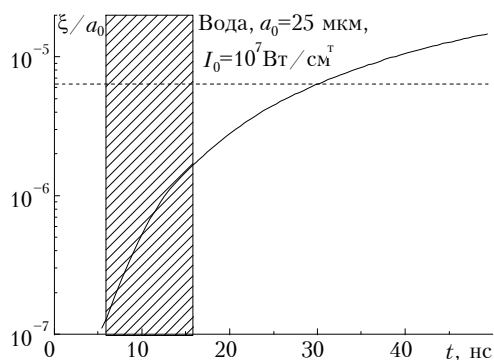


Рис. 5. Зависимость амплитуд пондеромоторных (сплошная линия) и термокапиллярных (штриховая линия) деформаций от времени. Заштрихованная область отмечает время генерации ВКР

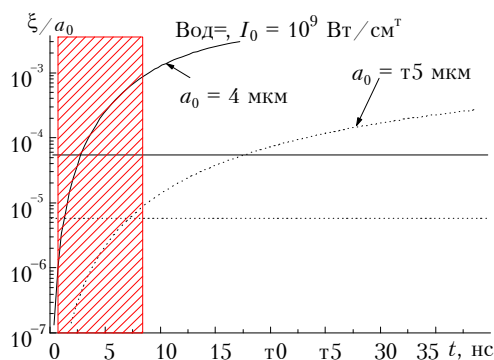


Рис. 6. Зависимость амплитуд пондеромоторных деформаций от времени для частиц двух радиусов. Прямыми линиями показана амплитуда термокапиллярных деформаций. Заштрихованная область отмечает время генерации ВКР

Из рис. 5 видно, что для больших частиц ($a_0 = 25$ мкм) амплитуда пондеромоторных деформаций много меньше термокапиллярных на протяжении времени существования ВКР. Поэтому влиянием пондеромоторных сил на величину добротности, а следовательно, и на порог ВКР можно пренебречь. Можно было бы ожидать, что с увеличением длительности импульса эти деформации уже будут влиять на генерацию ВКР, но исследования показали, что при этом происходит уменьшение скорости нарастания амплитуды смещения. И хотя максимальное значение амплитуды становится выше, тем не менее на протяжении всего времени генерации ВКР пондеромоторные деформации оказываются слабее термокапиллярных.

Для малых капель ($a_0 = 4$ мкм, см. рис. 6) наблюдается несколько иная ситуация. Амплитуда пондеромоторных деформаций поверхности нарастает значительно быстрее и через некоторый промежуток времени сравнивается, а затем становится выше амплитуды термокапиллярных деформаций. Однако, как и в предыдущем случае, влияние пондеромоторных деформаций на порог ВКР несущественно, так как в момент возникновения ВКР в обоих случаях их амплитуда значительно меньше термокапиллярных.

Заключение

Итак, по результатам выполненной работы можно сделать следующие выводы.

Деформации поверхности капли приводят к нарушению внутренней структуры поля в частице, т.е. происходит нарушение резонансных условий для собственных мод сферической частицы, при этом моды с большим порядком, которые менее подвержены разрушению, остаются способными поддерживать процесс вынужденного рассеяния.

Амплитуда деформаций поверхности капли, вызванных пондеромоторными силами, в момент возникновения вынужденного рассеяния во всем рассмотренном диапазоне размеров частиц значительно ниже амплитуды термокапиллярных деформаций и, следовательно, не оказывает существенного влияния на энергетический порог возникновения ВКР.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 97-02-16302.

1. Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Чистякова Е.К. // Оптика атмосферы и океана. 1994. Т. 7. № 7. С. 914–928.
2. Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Чистякова Е.К. // Оптика атмосферы и океана. 1995. Т. 8. № 10. С. 1480–1487.
3. Пришивалко А.П. Оптические и тепловые поля внутри светорассеивающих частиц. Минск, 1983. 190 с.
4. Землянов А.А. // Квантовая электроника. 1974. Т. 1. С. 2085–2088.
5. Lai H.M., Leung P.T., Young K. // Physical Review A. 1990. V. 41. № 9. P. 5199–5204.
6. Chylek P., Biswas A., Jarzembski M.A., Srivastava V., Pinnick R.G. // Appl. Phys. Lett. 1988. V. 52. № 19. P. 1642–1644.
7. Zhang J.-Z., Leach D.H., Chang R.K. // Opt. Letters. 1988. V. 13. № 4. P. 270–272.
8. Гейнц Ю.Э., Землянов А.А. // Оптика атмосферы и океана. 1996. Т. 9. № 10. С. 1345–1352.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
21 июля 1997 г.

Ju. E. Geints, A. A. Zemlyanov, A. V. Palchikov. Influence of a Drop Surface Deformations on the Process of Light Stimulated Raman Scattering.

The influence of deformations of a liquid particle surface on the magnitude of the Q-factor of resonance electromagnetic modes of the drop is analyzed. The modes of high orders are shown to be less subjected to the deformations action, than the modes of low orders. An influence of ponderomotive and thermocapillary mechanisms of a drop surface deformation on energy threshold of the appearance of the stimulated Raman scattering is analytically compared. An amplitude of ponderomotive deformation is found to be much lower than that of thermocapillary; consequently, the ponderomotive deformations influence insignificantly on the energy threshold of the SRS appearance.