«Оптика атмосферы», **1**, № 12 (1988) УДК 551.521.3:535.36

И.В. Мишин

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЯРКОСТИ ИЗОБРАЖЕНИЯ С УЧЕТОМ АНИЗОТРОПИИ И НЕОДНОРОДНОСТИ ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Рассмотрена математическая модель переноса оптического излучения в атмосфере над поверхностью с анизотропным и неоднородным отражением. Предложены алгоритмы вычисления поля яркости уходящего излучения при различных предположениях о структуре коэффициентов яркости подстилающей поверхности. Получены соответствующие решения обратной задачи о восстановлении альбедо подстилающей поверхности по космическому изображению при известном факторе анизотропии отражения.

Введение

Вопросам учета анизотропии и неоднородности отражения земной поверхности при построении математической модели переноса коротковолнового излучения в атмосфере посвящены многочисленные исследования [1—16]. В подавляющем большинстве работ (чтобы упростить моделирование) влияние обоих факторов рассматривалось раздельно. Прямая задача расчета двумерного поля яркости выходящего излучения и обратная задача восстановления неоднородного альбедо земной поверхности по спутниковым измерениям в предположении изотропного отражения от поверхности решены [9, 13]. В [1—7] разработаны приближенные методики расчета полей яркости излучения над однородной поверхностью с анизотропным отражением, а в [16] обсуждалась постановка соответствующей обратной задачи. Общая модель, совмещающая оба фактора, исследовалась недостаточно [14—16] и требует дальнейшего развития.

В настоящей работе в рамках теории краевых задач для уравнения переноса излучения в плоскопараллельной атмосфере предлагается подход к совместному учету анизотропии и пространственной неоднородности отражения земной поверхности как в решении прямой задачи расчета поля яркости уходящего излучения, так и в решении обратной задачи восстановления закона отражения земной поверхности по данным спутниковых измерений. Рассматриваемые в работе алгоритмы позволяют по заданному распределению индикатрис отражения и альбедо подстилающей поверхности сформировать поле яркости на входе пассивной оптической системы наблюдения, а также реставрировать функцию альбедо по космическому изображению при заданной угловой зависимости коэффициента яркости поверхности.

Исходная краевая задача выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} LI = SI + \dfrac{\sigma_s(z)}{4} F_\lambda f(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0)\, e^{-\tau(z)/\zeta}; \\ I\,|_{z=0, s\in\Omega_+} = 0; \; I\,|_{z=h, s\in\Omega_-} = RI + \pi F_\lambda \zeta \rho(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0)\, e^{-\tau_0/\zeta}, \end{cases} \quad (1)$$

где $I \equiv I(z, r, s)$ — спектральная яркость излучения на длине волны λ; $L = s \cdot \nabla + \sigma_t(z)$ — дифференциальный оператор переноса; S, R — интегральные операторы рассеяния и отражения, действующие по правилам:

$$SI = \frac{\sigma_s(z)}{4\pi} \int\limits_{\Omega} I(z, r, s') f(s, s')\, ds';$$

$$RI = \int\limits_{\Omega_+} I(h, \boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}')\, \rho(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}')\, \mu' ds';$$

$\sigma_t(z)$, $\sigma_s(z)$ — коэффициенты ослабления и объемного рассеяния; $f(s, s')$ — индикатриса рассеяния; $\rho(r, s, s')$ — коэффициент яркости подстилающей поверхности; z — вертикальная координата; $\boldsymbol{r} = \{x, y\}$ — вектор горизонтальных координат; $\boldsymbol{s} = \{\mu, s_\perp\}$ — единичный вектор; $\mu = \cos\theta$; $\boldsymbol{s}_\perp = \{\sqrt{1-\mu^2}\cos\varphi, \sqrt{1-\mu^2}\sin\varphi\}$; θ, φ — зенитный и азимутальный углы; $\boldsymbol{s}_0 = \{\zeta, \sqrt{1-\zeta^2}, 0\}$ — направление падения солнечных лучей; $\zeta = \cos\theta_0$; θ_0 — зенитный угол Солнца; h — толщина атмосферы; Ω — единичная сфера; Ω_+, Ω_- — нижняя и верхняя полусферы; $\tau(z) = \int\limits_0^z \sigma_t(z')dz'$ — оптическая координата; τ_0 — оптическая толщина атмосферы; πF_λ — солнечная постоянная.

В предлагаемых моделях используются различные упрощающие предположения относительно структуры коэффициента яркости подстилающей поверхности. В большинстве работ, где учитывалась анизотропия отражения поверхности [1—5, 7], использовалось приближение, не учитывающее зависимость от $\boldsymbol{r}$:

$$\rho(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0) = \bar{q} \cdot \bar{\rho}(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0), \tag{2}$$

где $\bar{q} \equiv \bar{q}(\boldsymbol{s}_0) = \int\limits_{\Omega_+} \langle \rho(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0) \mu d\boldsymbol{s} \rangle$ — среднее альбедо поверхности; $\langle \cdot \rangle$ — операция усреднения по координатам x, y; $\bar{\rho}(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0)$ — индикатриса отражения; $\int\limits_{\Omega_-} \bar{\rho}(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0) \mu d\boldsymbol{s} = 1$. Простейшая модель $\rho(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0)$, учитывающая оба фактора, анизотропию отражения и неоднородность альбедо поверхности, выглядит следующим образом [6]:

$$\rho(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0) = q(\boldsymbol{r}) \cdot \bar{\rho}(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0), \tag{3}$$

где $q(\boldsymbol{r}) \equiv q(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}_0) = \int\limits_{\Omega_+} \rho(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0) \mu d\boldsymbol{s}$ — альбедо поверхности. Факторизация в правой части (3) позволяет применить к решению краевой задачи (1) методику, основанную на использовании оптической пространственно-частотной характеристики атмосферы [8]. Более реалистичным представлением является следующее [16]:

$$\rho(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0) = \sum_{n=1}^{N} q_n(\boldsymbol{r}) \bar{\rho}_n(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0), \tag{4}$$

где $\sum\limits_{n=1}^{N} q_n(r) = q(\boldsymbol{r})$; $\int\limits_{\Omega_-} \bar{\rho}_n(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0) \mu d\boldsymbol{s} = 1$. Суммой (4) можно аппроксимировать любую реальную функцию $\rho(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0)$, не нарушая при этом условия применимости методики [8]. Чтобы использовать представление (4) необходимо иметь банк данных измерений функций $\bar{\rho}_n(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0)$, соответствующих определенным физическим типам подстилающих поверхностей.

При постановке обратной задачи функции $\bar{\rho}_n(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0)$ считаются известными и задача сводится только к определению $q_n(\boldsymbol{r})$. Такая постановка обратной задачи имеет смысл только тогда, когда угловые моды $\bar{\rho}_n(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0)$ являются более устойчивыми физическими характеристиками, чем $q_n(\boldsymbol{r})$.

Прямая задача. 1. Исходная краевая задача при условии (2) приобретает вид

$$\begin{cases} L_1 \bar{I} = S\bar{I} + \dfrac{\sigma_s(z)}{4} F_\lambda f(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0) \mathrm{e}^{-\tau_0/\zeta}; \\ \bar{I}\big|_{z=0, s\in\Omega_+} = 0; \; \bar{I}\big|_{z=h, s\in\Omega_-} = \pi\bar{q}E_\rho. \end{cases} \tag{5}$$

Здесь $E_\rho = E_\rho(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0) = 2\int\limits_0^1 \bar{I}(h, \mu', \zeta)\, \bar{\rho}^0(\mu, \mu')\, \mu' d\mu' + E_\lambda \zeta \bar{\rho}(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0) e^{-\tau_0/\zeta}$;

$$\bar{I}^0(z, \mu, \zeta) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} \bar{I}(z, \boldsymbol{s})\, d\varphi; \; \bar{\rho}^0(\mu, \zeta) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} \bar{\rho}(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0)\, d\varphi; \; L_1 = \mu\frac{d}{dz} + \sigma_t(z);$$

величина $\bar{I}$ на верхней границе атмосферы может быть приближенно представлена в виде [7]

$$\bar{I} = I_{\bar{q}} + \bar{q}F_\lambda \zeta \mathrm{e}^{-\tau^0\left(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta}\right)} [\pi\bar{\rho}(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0) - 1], \tag{6}$$

где $\bar{I}_{\bar{q}} = D(0, \boldsymbol{s}) + \bar{q}E\Psi_0(0, \eta)(1 - \bar{q}c_0)^{-1}$ — решение краевой задачи (5) при изотропном отражении от поверхности ($\bar{\rho}(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}_0) = 1/\pi$);

$$\eta = |\mu|; \; D \equiv D(z, \; s): \left\{ L_1 D = SD + \frac{\sigma_s(z)}{4} F_\lambda f(s, \; s_0) \, \mathrm{e}^{-\tau_0/\zeta}; \right.$$

$$D|_{z=0, s \in \Omega_+} = 0; \; D|_{h=0, s \in \Omega_-} = 0\},$$

$$E \equiv E(\zeta) = 2 \int_0^1 \bar{I}^0(h, \; \mu', \; \zeta) \, \mu' d\mu' + F_\lambda \zeta \, \mathrm{e}^{-\tau_0/\zeta}; \; \Psi_0 \equiv \Psi_0(z, \; \mu): \{L_1 \Psi_0 = S_1 \Psi_0; \; \Psi_0|_{z=0, s \in \Omega_+} = 0;$$

$$\Psi_0|_{z=h, s \in \Omega_-} = 1\}; \; c_0 = 2 \int_0^1 \Psi_0(h, \; \mu) \, \mu d\mu;$$

$$S_1 \Psi_0 = \frac{\sigma_s(z)}{2} \int_{-1}^{1} \Psi_0(z, \; \mu') f^0(\mu, \; \mu') \, d\mu'; \; f^0(\mu, \; \mu') = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(s, \; s') \, d\varphi'.$$

Расчет радиационных характеристик D, E, Ψ_0, c_0 можно выполнить различными численными методами [13]. Выражение (6), полученное в [7] в предположении $\sigma_t(z) = \sigma_s(z)$, удобно для анализа влияния анизотропии отражения на поле яркости отраженного излучения и дает весьма близкие к точным значениям $\bar{I}$.

2. Пусть коэффициент яркости $\rho(\boldsymbol{r}, \; \boldsymbol{s}, \; \boldsymbol{s}_0)$ задан формулой (3). Альбедо поверхности представим суммой $q(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}_0) = \bar{q} + \tilde{q}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}_0)$, где $\tilde{q}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}_0)$ — пространственная вариация альбедо. Опуская промежуточные выкладки, запишем решение краевой задачи (1) при $z = 0$, $s \in \Omega\_$, аналогично [13], в виде

$$I = \bar{I} + \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\tilde{q}}(\boldsymbol{p}) \, \Psi_\rho(0, \; \boldsymbol{p}, \; \boldsymbol{s}) \, \mathrm{e}^{-i(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{r})} \, d\boldsymbol{p} + I', \tag{7}$$

где

$$I' = \sum_{\kappa=2}^{\infty} \frac{1}{(2\pi)^{2\kappa}} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\tilde{q}}(\boldsymbol{p} - \boldsymbol{p}_1) \, \hat{\tilde{q}}(\boldsymbol{p}_1 - \boldsymbol{p}_2) \dots \tag{8}$$

$$\dots \hat{\tilde{q}}(\boldsymbol{p}_{\kappa-2} - \boldsymbol{p}_{\kappa-1}) \, \hat{\tilde{q}}(\boldsymbol{p}_{\kappa-1}) \, \Psi_\kappa(0, \; \boldsymbol{p}, \; \boldsymbol{p}_1, \dots, \; \boldsymbol{p}_{\kappa-1}, \; \boldsymbol{s}) \, \mathrm{e}^{-i(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{r})} \, d\boldsymbol{p}_1 \dots d\boldsymbol{p}_{\kappa-1} d\boldsymbol{p}.$$

Средняя яркость $\bar{I}$ удовлетвооряет краевой задаче (5); $\boldsymbol{p} = \{p_x, \; p_y\}$ — двумерная пространственная частота; $\hat{\tilde{q}}(\boldsymbol{p}) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{q}(\boldsymbol{r}) e^{i(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{r})} d\boldsymbol{r}$ — Фурье-спектр вариационной составляющей альбедо. Символом $\wedge$ в (7), (8) и ниже обозначена операция преобразования Фурье по координатам $\boldsymbol{r} = \{x, \; y\}$. Оптическая пространственно-частотная характеристика атмосферы $\Psi_\rho = \Psi_\rho(z, \; \boldsymbol{p}, \; \boldsymbol{s})$ является решением краевой задачи

$$\begin{cases} \hat{L} \Psi_\rho = S \Psi_\rho; \\ \Psi_\rho|_{z=0, s \in \Omega_+} = 0; \; \Psi_\rho|_{z=h, s \in \Omega_-} = \bar{q} \int_{\Omega_+} \Psi_\rho \bar{\rho}(\boldsymbol{s}, \; \boldsymbol{s}') \, \mu' d\boldsymbol{s}' + \pi E_\rho. \end{cases} \tag{9}$$

Функции $\Psi_\kappa(z, \; \boldsymbol{p}, \; \boldsymbol{p}_1, \dots, \; \boldsymbol{p}_{\kappa-1}, \; \boldsymbol{s})$ удовлетворяют краевым задачам, которые нетрудно получить тем же способом, что и в случае изотропного отражения от поверхности.

Для вычисления Ψ_ρ наиболее просто адаптировать математическое обеспечение метода итераций [10]. В отсутствие программ вычисления Ψ_ρ предлагается следующая приближенная формула:

$$\Psi_\rho(0, \; \boldsymbol{p}, \; \boldsymbol{s}) \approx \frac{\Psi_{\bar{q}}(0, \; \boldsymbol{p}, \; s)}{\Psi_{\bar{q},0}(0, \; \mu)} \cdot \Psi_{\rho,0}(0, \; \boldsymbol{s}), \tag{10}$$

где

$$\Psi_{\bar q} \equiv \Psi_{\bar q}(\boldsymbol{z},\ \boldsymbol{p},\ \boldsymbol{s}) : \Big\{ \hat{L}\Psi_{\bar q} = S\Psi_{\bar q};\ \Psi_{\bar q}|_{z=0, s\in\Omega_+} = 0;$$

$$\Psi_{\bar q}|_{z=h, s\in\Omega_-} = \bar q \int\limits_{\Omega_+} \Psi_{\bar q}\mu' ds' + 1 \Big\};\ \Psi_{\bar q, 0} = \Psi_0 (1 - \bar q c_0)^{-1};\ \Psi_{\rho,0} \equiv$$

$$\equiv \Psi_{\rho,0}(\boldsymbol{z},\ \boldsymbol{s}) = \Psi_\rho(z,\ \boldsymbol{p},\ \boldsymbol{s})|_{\boldsymbol{p}=0} : \Big\{ L_1\Psi_{\rho,0} = S\Psi_{\rho,0};\ \Psi_{\rho,0}|_{z=0, s\in\Omega_+} = 0;$$

$$\Psi_{\rho,0}|_{z=h, s\in\Omega_-} = 2\pi\bar q \int\limits_0^1 \Psi^0_{\rho,0}(\boldsymbol{h},\ \mu',\ \zeta)\cdot\bar\rho^0(\mu,\ \mu')\mu' d\mu' + \pi E_\rho \Big\};$$

$$\Psi^0_{\rho,0}(\boldsymbol{z},\ \mu,\ \zeta) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} \Psi_{\rho,0}(\boldsymbol{z},\ \boldsymbol{s})\, d\varphi.$$

Чтобы обосновать (10), рассмотрим тождество $\Psi_\rho = \Psi_{\rho,0}(\Psi_\rho/\Psi_{\rho,0})$. Зависимость Ψ_ρ от $\boldsymbol{s}$, $\boldsymbol{s}_0$ определяется главным образом первым сомножителем $\Psi_{\rho,0}$, в то время как зависимость от $\boldsymbol{p}$ определяется вторым сомножителем $(\Psi_\rho/\Psi_{\rho,0})$. Приближенное равенство (10) справедливо, если выполняется $(\Psi_\rho / \Psi_{\rho,0}) \approx (\Psi_{\bar q} / \Psi_{\bar q,0})$. При $p = 0$ имеем $(\Psi_\rho / \Psi_{\rho,0}) = (\Psi_{\bar q} / \Psi_{\bar q,0}) = 1$. Кроме того, зависимость функций Ψ_ρ, Ψ_q от $\boldsymbol{p}$ определяется одним и тем же дифференциальным оператором $\hat{L}$; $\bar q = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int\limits_{\Omega_+}\langle\rho(\boldsymbol{r},\boldsymbol{s},\boldsymbol{s}_0)\rangle\mu d\boldsymbol{s}$; нормированная оптическая пространственно-частотная характеристика при изотропном отражении на границе $(\Psi_{\bar q} / \Psi_{\bar q,0})$, как показывают расчеты, весьма слабо зависит от $\bar q$. Эти соображения позволяют предположить, что замена нормированной оптической пространственно-частотной характеристики при анизотропном отражении на границе $(\Psi_\rho/\Psi_{\rho,0})$ функцией $(\Psi_{\bar q} / \Psi_{\bar q,0})$ не вносит заметной ошибки. Методы вычисления $\Psi_{\bar q}, \Psi_{\bar q,0}, \Psi_{\rho,0}$ разработаны в [13, 7].

При расчете нелинейной относительно $\tilde q(\boldsymbol{r})$ составляющей целесообразно положить $\rho(\boldsymbol{s},\ \boldsymbol{s}_0) = 1/\pi$. Тогда (8) превращается в более простое выражение, которое поддается численной оценке. Вклад I' в общее решение I при реальных оптических толщинах и альбедо поверхности составляет ~ 1%. Поэтому при расчетах по формуле (7) следует пренебречь третьим слагаемым. Таким образом, на основании (6), (7), (10) получаем

$$I = D(0,\ s) + \frac{\bar q E \Psi_0(0,\mu)}{1 - \bar q c_0} + \bar q F_\lambda \zeta\, \mathrm{e}^{-\tau_0\left(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta}\right)}[\pi\bar\rho(\boldsymbol{s},\ \boldsymbol{s}_0) - 1] +$$
$$+ \frac{\Psi_{\rho,0}(0,\ \boldsymbol{s})}{\Psi_{\bar q,0}(0,\ \mu)} \cdot \frac{1}{(2\pi)^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \hat{\tilde q}(\boldsymbol{p})\Psi_{\bar q}(0,\ \boldsymbol{p},\ \boldsymbol{s})\,\mathrm{e}^{-i(\boldsymbol{p},\boldsymbol{r})}d\boldsymbol{p}. \tag{11}$$

3. В общем случае (формула (4)) решение прямой задачи принципиально не отличается от предыдущего. При $z = 0$, $\boldsymbol{s} \in \Omega_-$, опуская достаточно очевидные промежуточные выкладки, в линейном приближении относительно $\tilde q_n(\boldsymbol{r})$ запишем

$$I = D(0,\ s) + \frac{\bar q_\Sigma E \Psi_0(0,\ \mu)}{1 - \bar q_\Sigma c_0} + F_\lambda \zeta\, \mathrm{e}^{-\tau_0\left(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta}\right)}[\pi\rho_\Sigma(\boldsymbol{s},\ \boldsymbol{s}_0) - \bar q_\Sigma] +$$
$$+ \frac{1}{(2\pi)^2}\sum_{n=1}^{N} \frac{\Psi^n_{\rho,0}(0,\ \boldsymbol{s})}{\Psi_{\bar q,0}(0,\ \mu)}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \hat{\tilde q}_n(\boldsymbol{p})\,\Psi_{\bar q}(0,\ \boldsymbol{p},\ \boldsymbol{s})\,\mathrm{e}^{-i(\boldsymbol{p},\boldsymbol{r})}d\boldsymbol{p}, \tag{12}$$

где $q_n(\boldsymbol{r},\boldsymbol{s}_0) = \bar q_n + \tilde q_n(\boldsymbol{r},\boldsymbol{s}_0)$, $\bar q_\Sigma = \sum\limits_{n=1}^{N}\bar q_n$, $\rho_\Sigma(\boldsymbol{s},\boldsymbol{s}_0) = \sum\limits_{n=1}^{N}\bar q_n\bar\rho_n(\boldsymbol{s},\boldsymbol{s}_0)$; функция $\Psi^n_\rho \equiv \Psi^n_\rho(z,\boldsymbol{p},\boldsymbol{s})$ удовлетворяет краевой задаче (9), в которой $\bar q \cdot \bar q \cdot \bar\rho(\boldsymbol{s},\boldsymbol{s}_0)$, $E_\rho \equiv E_\rho(\boldsymbol{s},\boldsymbol{s}_0)$ заменяются на $\bar q_\Sigma, \rho_\Sigma(\boldsymbol{s},\boldsymbol{s}_0)$, $E^n_\rho \equiv E^n_\rho(\boldsymbol{s},\boldsymbol{s}_0) = 2\displaystyle\int\limits_0^1 \bar I^0(h,\mu',\zeta)\bar\rho^0_n(\mu,\mu')\mu' d\mu' + F_\lambda\zeta\bar\rho_n(\boldsymbol{s},\boldsymbol{s}_0)e^{-\tau_0/\zeta}$; $\bar\rho^0_n(\mu,\zeta) = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int\limits_0^{2\pi}\bar\rho_n(\boldsymbol{s},\boldsymbol{s}_0)d\varphi$ функции $\Psi^n_{\rho,0} \equiv \Psi^n_{\rho,0}(z,\boldsymbol{s})$ определяются из решения краевой задачи относительно $\Psi_{\rho,0}$, причем нижнее краевое условие заменяется следующим:

$$\Psi^n_{\rho,0}\Big|_{z=h,s\in\Omega_-} = 2\pi\bar{q}\int_0^1 \Psi^{n,0}_{\rho,0}(h,\mu',\zeta)\bar{\rho}^0_n(\mu,\mu')\mu' d\mu' + \pi E^n_\rho; \quad \Psi^{n,0}_{\rho,0}(z,\mu,\zeta) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\Psi^{n,0}_{\rho,0}(z,s)d\varphi.$$

Заметим, что вычисления $\Psi^n_\rho, \Psi^n_{\rho,0}$ можно проводить с помощью одних и тех же вычислительных программ, независимо от n.

Обратная задача. 1. Вначале рассмотрим простейший случай (2). Пренебрегая малым слагаемым $\bar{q}^2 c_0 F_\lambda \zeta e^{-\tau_0\left(\frac{1}{\eta}+\frac{1}{\zeta}\right)}[\pi\bar{\rho}(s-s_0)-1]$, из (6) получаем

$$\bar{q} = \frac{\bar{I}-D}{E\Psi_0 + F_\lambda\zeta\, e^{-\tau_0\left(\frac{1}{\eta}+\frac{1}{\zeta}\right)}[\pi\bar{\rho}(s,\ s_0)-1] + c_0(\bar{I}-D)}, \tag{13}$$

Формула (13) обобщает известное соотношение [9], связывающее среднее альбедо подстилающей поверхности с измеряемой яркостью излучения $\bar{I}$ и радиационными характеристиками атмосферы при $\bar{\rho}(s,s_0) = 1/\pi$. В правой части (13) находятся функции, зависящие от углов наблюдения. Ясно, что ввиду расхождения моделируемой и реальной систем переноса излучения в атмосфере решение обратной задачи неоднозначно. Поэтому целесообразно уточнить результат формуле $\bar{q} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\bar{q}_i$, где $\bar{q}_i$ — значения альбедо, вычисляемые по формуле (13) при $s = s_i$, s_t — направления визирования; N — число угловых измерений.

2. Рассмотрим решение обратной задачи в предположении (3). Допустим, что яркость излучения представлена суммой $I = \bar{I} + \tilde{I}$, где $\bar{I} = \langle I\rangle$. Тогда величина $\bar{q}$ определяется из (13). Пользуясь указанной в [8] процедурой и формулой (12), находим вариационную составляющую альбедо

$$\tilde{q}(r) = \frac{1}{(2\pi)^2}\cdot\frac{\Psi_{\bar{q},0}(0,\ \mu)}{\Psi_{\rho,0}(0,\ s)}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{\tilde{I}}(0,\ p,\ s)\,\Psi^{-1}(0,\ p,\ s)\,e^{-i(p,r)}dp. \tag{14}$$

Здесь s — направление оси визирования оптической системы наблюдения. Для уточнения результата следует использовать объемные изображения зондируемого участка земной поверхности (т.е. изображения исследуемых природных объектов в различных ракурсах). При наличии таких изображений уточненный результат получаем как среднее $\bar{q}(r) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\tilde{q}_i(r)$, где N — число ракурсных изображений; $q_i(r)$ — функции, вычисляемые по формуле (14) при $s = s_i$, s_i — направление оптической оси визирования, соответствующее i-му изображению.

3. В общем случае (4) из (12) имеем

$$\bar{I} = D(0,\ s) + \frac{\bar{q}_\Sigma E\Psi_0(0,\ \mu)}{1-\bar{q}_\Sigma c_0} + F_\lambda\zeta\, e^{-\tau_0\left(\frac{1}{\eta}+\frac{1}{\zeta}\right)}\left[\pi\sum_{n=1}^{N}\bar{q}_n\bar{\rho}_n(s,\ s_0) - \bar{q}_\Sigma\right]; \tag{15}$$

и

$$\tilde{I} = \frac{1}{(2\pi)^2}\sum_{n=1}^{N}\frac{\Psi^n_{\rho,0}(0,\ s)}{\Psi^n_{\bar{q},0}(0,\ \mu)}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{\tilde{q}}(p)\,\Psi^n_\rho(0,\ p,\ s)\,e^{-i(p,r)}dp, \tag{16}$$

Будем считать заданными N независимых угловых измерений $I_i = \bar{I}_i + \tilde{I}_i$ $(1 \le i \le N)$. Чтобы определить N независимых чисел $\bar{q}_n$, образуем систему N линейных алгебраических уравнений относительно $\bar{q}_n$ $(1 \le n \le N)$, каждое из которых представляет собой уравнение (15) при $s = s_i$ $(1 \le i \le N)$. Далее индексом i снабжаем все величины, полученные для s = s_i. Пренебрегая членом $\bar{q}_\Sigma c_0$ в сравнении с 1 в знаменателе второго слагаемого в (15) (реально $\bar{q}_\Sigma \lesssim 0{,}5$; $c_0 \lesssim 0{,}1$), запишем указанную систему алгебраических уравнений в виде

$$Aq = b, \tag{17}$$

где q, b — векторы с элементами $\bar{q}_i$ и $b_i = \bar{I}_i - D_i$,

A — матрица с элементами $a_{i,n} = E\Psi_{o,i} + F_\lambda \zeta e^{-\tau_0\left(\frac{1}{\eta_i}+\frac{1}{\zeta}\right)}[\pi\bar{\rho}_n(\boldsymbol{s}_i, \boldsymbol{s}_0) - 1]$. Решение системы (17) имеет вид

$$\bar{q}_n^0 = \sum_{i=1}^{N} b_i A_i^n / \det A, \tag{18}$$

где A_i^n — алгебраическое дополнение элемента $a_{i,n}$. Уточнить решение можно, вторично использовав (18), подставляя вместо A матрицу с элементами $a_{i,n} = E\Psi_{o,i}(1 - \bar{q}_\Sigma^0 c_0)^{-1} + F_\lambda \zeta e^{-\tau_0\left(\frac{1}{\eta_i}+\frac{1}{\zeta}\right)}[\pi\bar{\rho}_n(\boldsymbol{s}_i - \boldsymbol{s}_0) - 1]$.

Рассуждая аналогично, на основании(16) можно найти искомые функции $\tilde{q}_n(\boldsymbol{r})$:

$$\tilde{q}_n(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sum_{i=1}^{N} \Psi_{\rho,i}^n \cdot \hat{\tilde{I}}_i(0, \boldsymbol{p}, \boldsymbol{s})}{\det \Psi} e^{-i(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r})} d\boldsymbol{p}, \tag{19}$$

где Ψ — матрица с элементами $\Psi_{i,n} = \dfrac{\Psi_{\rho,0}^n(0, \boldsymbol{s}_i)}{\Psi_{\bar{q},0}^n(0, \mu_i)} \cdot \Psi_\rho^n(0, \boldsymbol{p}, \boldsymbol{s}_i)$, $\Psi_{\rho,i}^n$ — алгебраическое дополнение элемента $\Psi_{i,n}$, $1 \le n \le N$. Поскольку Ψ не обращается в нуль ни при каком $\boldsymbol{p}$, интегралы (19) существуют.

Заключение

В работе предложена методика моделирования аэрокосмического изображения при весьма общих предположениях о структуре коэффициентов яркости подстилающей поверхности. Методика основана на использовании решений краевых задач теории переноса. Получены приближенные формулы для расчета яркости изображения при различных предположениях о характере отражения от подстилающей поверхности. В настоящее время существуют необходимые алгоритмы вычисления величин, входящих в указанные формулы. Наименее вычислительно емкие расчеты по формулам (6), (11), (12) можно выполнить, используя расчетные алгоритмы радиационных характеристик атмосферы [13, 7]. Общее представление решения прямой задачи (7) является точным в отличие от выражений [14, 15], полученных с привлечением нестрогих физических соображений. Более подробное приближенное представление (10) получено из (7) с помощью операций, погрешность которых поддается численной оценке.

Получены решения обратной задачи о восстановлении альбедо подстилающей поверхности с учетом анизотропии отражения. Полученные решения обобщают известные соотношения при изотропном отражении от подстилающей поверхности и являются более эффективными с точки зрения численной реализации, чем предложенные в [16]. Реализация алгоритма решения обратной задачи в общем случае связана с трудностью получения объемного изображения зондируемого участка земной поверхности. В частном случае однородного альбедо земной поверхности специальных условий проведения аэрокосмической съемки не требуется. Чтобы уменьшить ошибки, связанные с неадекватностью используемой модели атмосферы, необходимо располагать данными о состоянии атмосферы в момент эксперимента.

1. Малкевич М.С. Оптические исследования атмосферы со спутников. М.: Наука. 1973. 303 с.
2. Соболев В.В. Рассеяние света в атмосфере планет. М.: Наука. 1972. 336 с.
3. Шифрин К.С., Коломийцев В.Ю. //Труды ГГО. 1968. № 221. С. 90—99.
4. Элементы теории светорассеяния и оптическая локация /Под ред. В.М. Орлова. М.: Наука. 1982. 225 с.
5. Зубов В.А., Минин И.В. //Изв. АН СССР. ФАО. 1985. Т. 21. № 9. С. 928— 933.
6. Козодеров В.В., Мишин И.В. //Труды ГосНИЦИПР. 1983. Вып. 15. С. 68— 73.
7. Булычев Е.В., Мишин И.В. Некоторые вопросы теории переноса оптического излучения в атмосфере над поверхностью с анизотропным отражением. М., 1986. 21 с. Деп. в ВИНИТИ. № 5169-В86.
8. Мишин И.В., Сушкевич Т.А. //Исслед. Земли из Космоса. 1980. № 4. С. 69—80.
9. Золотухин В.Г., Мишин И.В., Усиков Д.А. и др. //Исслед. Земли из Космоса. 1980. № 4. С. 69—80.
10. Численное решение задач атмосферной оптики/Под ред. М.В. Масленникова, Т.А. Сушкевич М.: ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР. 1984. 235 с.
11. Kaufman Y.J., Joseph J.H. //J. Geophys. Res. 1982. V. 87. P. 1287—1299
12. Martonchik J.V., Diner D.J. //J. Q. S. R. T. 1985. V. 34. № 2. P. 133—148.
13. Креков Г.М., Орлов В.М., Белов В.В. и др. Имитационное моделирование в задачах оптического дистанционного зондирования. М., Наука, 1988. 165 с.
14. Tanre D., Herman M., Deschamps P.Y., de Leffe A. //Appl. Opt. 1979. V. 18. № 21. P. 3581—3594.
15. Diner D.J., Martonchik J.V. //Appl. Opt. 1985. V. 24. № 21. P. 3503—3511.
16. Мишин И.В. //Изв. АН СССР. ФАО. 1987. Т. 23. № 6. С. 661—662.

Всесоюзный научно-технический
информационный центр, Москва

Поступила в редакцию
25 июля 1988 г.

I. V. Mishin. **Method of Calculation of Image Brightness Taking into Account Anisotropy and Inhomogeneity of the Underlying Surface.**

In this paper the model of radiative transfer in the atmosphere above the non-Lambertian Earth's surface with an inhomogeneous albedo is considered. The algorithms for calculating a brightness field are presented under different assumptions on properties of surface reflectivity. The corresponding solution of the inverse problem which consists in determination of surface albedo from an optical space image with the known anisotropic reflectivity factor has been obtained.