

Г.Б. Итигилов, В.И. Сажин, Д.Ш. Ширапов

Решения дисперсионных уравнений эллиптического волновода с ферритовым заполнением при продольном подмагничивании

Восточно-Сибирский государственный технологический университет, г. Улан-Удэ

Поступила в редакцию 29.08.2007 г.

В аналитическом виде получены дисперсионные уравнения для *EH*- и *HE*-волн в эллиптическом волноводе с ферритовым заполнением при продольном подмагничивании. С помощью этих выражений можно определить критическую длину волны, построить графики зависимостей постоянной распространения от геометрических параметров и определить одномодовый режим работы эллиптических волноводов СВЧ и оптического диапазонов. Также показан предельный переход к изотропному заполнению.

Гладкие и гофрированные эллиптические волноводы в силу их известных свойств достаточно широко используются в современных устройствах СВЧ-диапазона (см., например, [1, 2]). В настоящее время является актуальным исследование свойств анизотропных оптических волноводов и устройств на их основе для обработки и передачи информации [3]. Оптические волноводы вследствие не идеальной круглой формы поперечного сечения могут быть отнесены к эллиптическим.

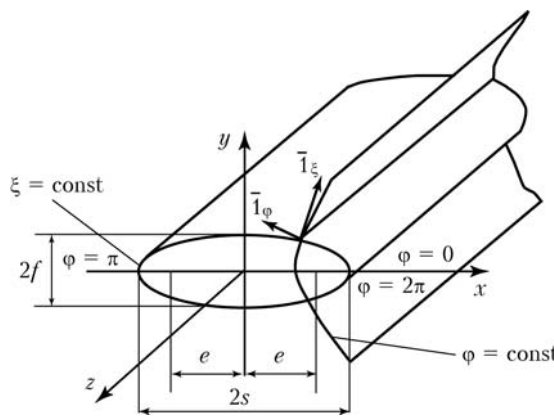
Важным параметром работы любого волновода является критическая частота (критическая длина волны), при которой прекращается распространение электромагнитной волны (ЭМВ). Значение критической частоты зависит от конкретной моды, геометрических размеров волновода, характеристик заполняющей волновод среды.

Настоящая статья посвящена составлению дисперсионного уравнения для *EH*- и *HE*-волн в регулярном эллиптическом волноводе с ферритовым заполнением при продольном подмагничивании. При анализе потерь на стенках волновода и в феррите пренебрегаем.

Форма поперечного сечения волновода определяет выбор системы координат (рисунок). Тензор магнитной проницаемости феррита при продольном подмагничивании имеет вид [4]:

$$\|\mu\| = \begin{bmatrix} \mu & jk & 0 \\ -jk & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{\parallel} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где μ , k — составляющие тензора, являющиеся функциями частоты ω , намагниченности M_0 и приложенного магнитного поля H_0 ; компонента тензора μ_{\parallel} не зависит от напряженности магнитного поля.



Система координат эллиптического цилиндра: e — фокусное расстояние; $2s$ — большая полуось; $2f$ — малая полуось; $\bar{i}_{\xi}, \bar{i}_{\phi}$ — орты

Разложив уравнения Максвелла относительно операторов $\text{rot}\bar{E}, \text{rot}\bar{H}$ на продольную и поперечную части, ранее в [5] получили два волновых уравнения для *EH*- и *HE*-волн, которые имеют вид

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} + \frac{g_+^2 g_-^2}{a^2} e^2 (\text{ch}2\xi - \cos2\phi) E_z = 0, \\ \frac{\partial^2 H_z}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial \phi^2} = 0; \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial \phi^2} + \frac{\mu_{\parallel}}{\mu} \frac{g_+^2 g_-^2}{c^2} e^2 (\text{ch}2\xi - \cos2\phi) H_z = 0, \\ \frac{\partial^2 E_z}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где ξ , ϕ — поперечные, z — продольная координатные линии эллиптической системы координат (см. рисунок);

$$g_{\pm}^2 = \omega^2 \varepsilon (\mu \pm k) - \gamma^2; \quad a^2 = \omega^2 \varepsilon \mu - \gamma^2;$$

$$c^2 = \omega^2 \varepsilon \frac{\mu^2 - k^2}{\mu} - \gamma^2, \quad \gamma = \beta + j\alpha$$

— постоянная распространения; β — коэффициент фазы; α — коэффициент затухания; ω — частота; e — фокусное расстояние; E_z и H_z — продольные компоненты электрического и магнитного полей соответственно.

Применив метод разделения переменных к первому уравнению системы (2), получаем обыкновенное (относительно E_φ) и модифицированное (относительно E_ξ) уравнения Маттье в канонической форме с действительными b и q :

$$\begin{cases} \frac{d^2 E_\varphi}{d\varphi^2} + (b - 2q \cos 2\varphi) E_\varphi = 0, \\ \frac{d^2 E_\xi}{d\xi^2} - (b - 2q \operatorname{ch} 2\xi) E_\xi = 0, \end{cases} \quad (4)$$

где b — постоянная разделения; $q = \frac{g_+^2 g_-^2}{4a^2} e^2$ — корень модифицированного уравнения Маттье целого порядка.

Из выражений (2) и (4), используя методику получения дисперсионного уравнения для изотропного волновода [4] на случай гиротропного, получаем

$$K_\xi^2 + K_\varphi^2 = \frac{e^2 d^2}{a^2} g_+^2 g_-^2, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} K_\xi^2 &= -b + 2q \operatorname{ch} 2\xi, \quad K_\varphi^2 = b - 2q \cos 2\varphi; \\ a^2 &= \omega^2 \varepsilon \mu - \gamma^2; \quad d^2 = \frac{1}{2} (\operatorname{ch} 2\xi - \cos 2\varphi). \end{aligned}$$

Из уравнений (4), (5) получим выражение постоянной распространения EH -волны при продольном подмагничивании:

$$\gamma_{1,2} = \sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu - \frac{K_\xi^2 + K_\varphi^2}{2e^2 d^2} \pm \sqrt{\omega^4 e^2 k^2 + \frac{(K_\xi^2 + K_\varphi^2)^2}{4e^4 d^4}}}. \quad (6)$$

В частности, для изотропного случая ($k = 0$):

$$\begin{cases} \gamma_1 = \omega \sqrt{\varepsilon \mu}, \\ \gamma_2 = \sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu - \frac{K_\xi^2 + K_\varphi^2}{e^2 d^2}} = \sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu - K^2}, \end{cases} \quad (7)$$

где $K^2 = \frac{K_\xi^2 + K_\varphi^2}{e^2 d^2}$ — поперечное волновое число.

$$\gamma_{1,2} = \sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu - \frac{\mu (K_\xi^2 + K_\varphi^2)}{2\mu_\parallel e^2 d^2} \pm \sqrt{\omega^4 \varepsilon^2 k^2 + \frac{\mu^2 (K_\xi^2 + K_\varphi^2)^2}{4\mu_\parallel^2 e^4 d^4} - \frac{\omega^2 \varepsilon k^2}{\mu_\parallel e^2 d^2} (K_\xi^2 + K_\varphi^2)}}. \quad (13)$$

Коэффициент фазы β связан с поперечным волновым числом K^2 следующим соотношением [4]:

$$\beta^2 = \omega^2 \varepsilon \mu - K^2, \quad (8)$$

где $\omega^2 \varepsilon \mu = K_0^2$ — постоянная распространения в неограниченном пространстве.

Волна существует в волноводе, если β — действительное число, т.е.

$$\omega^2 \varepsilon \mu > K^2. \quad (9)$$

Из первого уравнения системы (7) следует, что поперечное волновое число $K^2 = 0$, следовательно, при $\gamma_1 = \omega \sqrt{\varepsilon \mu}$ ЭМВ в волноводе не распространяется. Подставив во второе уравнение системы (7) ранее определенные выражения для $K^2, K_\xi^2, K_\varphi^2, d^2$ с учетом формулы (8), получим следующее дисперсионное уравнение (в отсутствие затухания):

$$\begin{aligned} \gamma_2 = \beta_2 &= \sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu - K^2} = \\ &= \sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu - \frac{K_\xi^2 + K_\varphi^2}{e^2 d^2}} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \frac{4q}{e^2}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Из выражения (10) определим критическую длину волны (при $\beta = 0$):

$$\lambda_{KP} = \frac{\pi e}{\sqrt{q}} = \frac{\pi s l}{\sqrt{q}}, \quad (11)$$

где s — большая полуось эллипса; l — эксцентриситет.

Следует отметить, что формула (11) полностью совпадает с известным выражением [1] для эллиптического волновода с изотропным заполнением (воздушным).

Как для необыкновенной HE -, так и для случая обыкновенной EH -волн применим метод разделения переменных. Тогда из первого уравнения системы (3) также получим обыкновенное и модифицированное уравнения Маттье:

$$\begin{cases} \frac{d^2 H_\varphi}{d\varphi^2} + (b - 2q \cos 2\varphi) H_\varphi = 0, \\ \frac{d^2 H_\xi}{d\xi^2} - (b - 2q \operatorname{ch} 2\xi) H_\xi = 0, \end{cases} \quad (12)$$

где $q = \frac{\mu_\parallel g_+^2 g_-^2}{\mu 4c^2} e^2$.

Как и в предыдущем случае, из уравнений (3) и (12), используя метод разделения переменных, получим выражение постоянной распространения HE -волны при продольном подмагничивании:

В частности, для изотропного случая ($k = 0$, $\mu = \mu_{\parallel}$) имеем

$$\begin{cases} \gamma_1 = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}, \\ \gamma_2 = \sqrt{\omega^2\varepsilon\mu - \frac{K_{\xi}^2 + K_{\phi}^2}{e^2d^2}} = \sqrt{\omega^2\varepsilon\mu - K^2}, \end{cases} \quad (14)$$

что совпадает с выражением (7), а следовательно, и с выражением (11).

Из формул (6) и (13) следует, что фазовые скорости EH - и HE -волн различны и зависят от напряженности внешнего магнитного поля, намагниченности феррита и частоты, так как компоненты тензора магнитной проницаемости феррита зависят от этих параметров. Из этих выражений для конкретных случаев определяются критическая длина волны, зависимости постоянной распространения γ от геометрических параметров волновода, а также одномодовый режим работы эллиптических волно-

водов СВЧ и оптического диапазонов. Важно также, что полученные выражения справедливы и для изотропного случая.

1. Головченко Г.С. Гибкие эллиптические волноводы. М.: Связь, 1979. 48 с.
2. Shan-jie Zhang, Yao-chun Shen. Eigenmode sequence for an elliptical waveguide with arbitrary ellipticity // IEEE Trans. Microwave Theory and Techn. 1995. V. 43. N 1. P. 227–230.
3. Гончаренко А.М., Карпенко В.А. Основы теории оптических волноводов. Изд. 2-е, испр. М.: Едиториал УРСС, 2004. 240 с.
4. Неганов В.А., Нефедов Е.И., Яровой Г.П. Современные методы проектирования линий передач и резонаторов сверх- и крайневых частот. М.: Педагогика-Пресс, 1998. 328 с.
5. Базаров Б.Б., Итигилов Г.Б., Ким Ю.А. Анализ эллиптического волновода с гиротропным заполнением при продольном подмагничивании // Электродинамика и техника СВЧ, КВЧ и оптических частот. 2001. Т. 9. № 2(30). С. 29–33.

G.B. Itigilov, V.I. Sazhin, D.Sh. Shirapov. Solution of dispersion equations of elliptic ferrite-filled waveguide at longitudinal magnetization.

Dispersion equations are derived in analytical form for ordinary and unusual waves in an elliptic ferrite-filled waveguide at longitudinal magnetization. The obtained expressions allow one to determine the critical wavelength, to plot the dependences of the propagation constant on the geometrical parameters of ferrite-filled waveguide and to define a single-mode operation of elliptic waveguides of the microwave and optical ranges. Limiting transition to isotropic filling is shown.