

И.П. Лукин

СТАТИСТИКА СИГНАЛА СДВИГОВОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРА ПРИ РЕГИСТРАЦИИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, ПРОШЕДШЕГО СЛОЙ АТМОСФЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Проведено теоретическое исследование статистических характеристик сигнала сдвигового интерферометра при регистрации лазерного излучения, распространяющегося в турбулентной атмосфере. Для статистических моментов сигнала сдвигового интерферометра получены аналитические соотношения при различных условиях распространения оптического излучения в турбулентной атмосфере. Предложены новые методы обработки сигнала сдвигового интерферометра, позволяющие уменьшить искажающее влияние атмосферной турбулентности при восстановлении исходного распределения поля.

Проблема восстановления изображения объекта неизвестной формы, наблюдаемого через атмосферу, изучается в двух направлениях: исследуются закономерности формирования изображения объекта, освещенного некогерентным излучением, и анализируются особенности, возникающие при реставрации изображения когерентно освещенного объекта. Одним из специфических путей решения задачи получения информации о фазе волнового фронта когерентного источника является использование для этой цели такого инструмента, как сдвиговой интерферометр [1].

Сдвиговой интерферометр, или интерферометр сдвига, обеспечивает формирование интерференционной картины путем смещения принятой оптической волны с той же оптической волной, смещенной на некоторое небольшое расстояние в направлении, перпендикулярном к направлению распространения волны, и пропущенной через оптический клин. Обработка интерференционной картины позволяет получить информацию об амплитуде и фазе волнового фронта оптической волны в месте расположения интерферометра, а по ней восстановить исходные характеристики объекта, освещенного когерентным излучением. Однако искажения волнового фронта, обусловленные флуктуациями амплитуды и фазы оптической волны, затрудняют восстановление исходного распределения поля.

Для того чтобы устранить искажающее влияние случайных неоднородностей атмосферной турбулентности, обрабатывается серия короткоэкспозиционных интерферограмм поперечного сдвига, зарегистрированных за время <замороженности> среды, т.е. в течение $\sim 10^{-3}$ с. В настоящей статье проводится теоретическое исследование статистических моментов сигнала сдвигового интерферометра при регистрации лазерного излучения, прошедшего слой турбулентной атмосферы, и обсуждается вопрос об информативности первых двух моментов измеряемой величины для восстановления исходного распределения поля.

Пусть когерентное оптическое излучение с длиной волны λ , прошедшее в турбулентной атмосфере трассу длиной x , принимается сдвиговым интерферометром. Если комплексную амплитуду оптической волны в точке $\mathbf{r} = \{x, \rho\}$ обозначить как $U(x, \rho)$, то сигнал сдвигового интерферометра i будет пропорционален [1]

$$\{U(x, \rho) + U(x, \rho + \Delta\rho) \exp(i\mathbf{a}\rho)\} \{U^*(x, \rho) + U^*(x, \rho + \Delta\rho) \exp(-i\mathbf{a}\rho)\} = I(x, \rho) + I(x, \rho + \Delta\rho) + U(x, \rho) U^*(x, \rho + \Delta\rho) \exp(-i\mathbf{a}\rho) + U^*(x, \rho) U(x, \rho + \Delta\rho) \exp(i\mathbf{a}\rho),$$

где x – продольная, а ρ – поперечная координаты; $\Delta\rho$ – поперечное пространственное смещение в интерферометре сдвига; $\mathbf{a}\rho$ – линейный сдвиг фазы оптической волны в интерферометре; $I(x, \rho) = U(x, \rho)U^*(x, \rho)$ – интенсивность изображения оптического поля в точке \mathbf{r} ; звездочка обозначает комплексное сопряжение.

Так как интерферограммы поперечного сдвига регистрируются при коротких экспозициях ($\sim 10^{-3}$ с) [1], то практически можно считать, что каждая интерферограмма представляет собой

случайную реализацию. Следовательно, усреднение по серии короткоэкспозиционных интерферограмм позволит провести усреднение по ансамблю реализаций случайно-неоднородной среды. Таким образом, среднее значение сигнала сдвигового интерферометра оказывается равным

$$\langle i \rangle = \langle I(x, \rho) \rangle + \langle I(x, \rho + \Delta\rho) \rangle + \Gamma_2(x, \rho, \rho + \Delta\rho) \exp(-i\alpha\rho) + \Gamma_2(x, \rho + \Delta\rho, \rho) \exp(i\alpha\rho), \quad (1)$$

где $\Gamma_2(x, \rho_1, \rho_2) = \langle U(x, \rho_1)U^*(x, \rho_2) \rangle$ – функция взаимной когерентности второго порядка оптического поля в точках $\{x, \rho_1\}$ и $\{x, \rho_2\}$, а угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю реализаций.

Поскольку по определению функции взаимной когерентности второго порядка

$$\Gamma_2(x, \rho, \rho + \Delta\rho) = \Gamma_2^*(x, \rho + \Delta\rho, \rho),$$

то соотношение (1) можно записать следующим образом:

$$\langle i \rangle = \langle I(x, \rho) \rangle + \langle I(x, \rho + \Delta\rho) \rangle + 2 |\Gamma_2(x, \rho, \rho + \Delta\rho)| \cos \{ \alpha\rho - \arg [\Gamma_2(x, \rho, \rho + \Delta\rho)] \},$$

где $|\Gamma_2(x, \rho, \rho + \Delta\rho)|$ и $\arg [\Gamma_2(x, \rho, \rho + \Delta\rho)]$ – соответственно модуль и аргумент функции взаимной когерентности второго порядка оптического поля. Таким образом, интерферограмма сдвига будет представлять собой синусоидальную решетку, кривизна полос которой несет информацию о фазовой части функции взаимной когерентности оптического излучения. Видность интерференционной картины (v), определяемая как отношение разности максимальной и минимальной интенсивности к их сумме, при распространении оптической волны в однородной среде максимальна.

После прохождения оптической волны слоя случайно-неоднородной турбулентной атмосферы видность средней интерференционной картины v из-за возмущающего влияния атмосферной турбулентности меньше видности интерференционной картины в однородной среде и может быть оценена по следующей формуле:

$$v = K(x, \rho, \rho + \Delta\rho) \gamma_2(x, \rho, \rho + \Delta\rho), \quad (2)$$

где $\gamma_2(x, \rho, \rho + \Delta\rho) = |\Gamma_2(x, \rho, \rho + \Delta\rho)| / \sqrt{\langle I(x, \rho) \rangle \langle I(x, \rho + \Delta\rho) \rangle}$ – модуль комплексной степени когерентности (нормированное на единицу значение модуля функции взаимной когерентности второго порядка оптического поля);

$K(x, \rho, \rho + \Delta\rho) = 2 \sqrt{\langle I(x, \rho) \rangle \langle I(x, \rho + \Delta\rho) \rangle} / [\langle I(x, \rho) \rangle + \langle I(x, \rho + \Delta\rho) \rangle]$ – фактор, определяющий влияние неоднородности распределения интенсивности в поперечном сечении оптического излучения на видность средней интерференционной картины.

Для конкретности рассмотрим модельную ситуацию, когда оптическое излучение представляет собой частично когерентный пучок с начальной амплитудой U_0 , начальным радиусом a_0 , радиусом кривизны волнового фронта R_0 и исходным радиусом когерентности ρ_k . Тогда можно показать, что входящие в соотношение (2) величины будут соответственно равны [2]:

$$\gamma_2(x, \rho, \rho + \Delta\rho) = \exp \{ - [\Delta\rho / \rho_c(x)]^2 \} \quad (3)$$

и

$$K(x, \rho, \rho + \Delta\rho) = 2 \exp \left\{ \frac{(2\rho + \Delta\rho) \Delta\rho}{2 a^2(x)} \right\} \sqrt{1 + \exp \left\{ \frac{(2\rho + \Delta\rho) \Delta\rho}{2 a^2(x)} \right\}}, \quad (4)$$

где $a(x) = a_0 \{ (1 - \mu)^2 + \Omega^{-2}(1 + \theta^2 + 4/3\Omega q) \}^{1/2}$ – текущий средний радиус пучка оптического излучения; $\rho_c(x) = \rho_0 \{ \{ (1 - \mu)^2 + \Omega^{-2}(1 + \theta^2 + 4/3\Omega q) \} / \{ 1 - \mu + 1/3\mu^2 + \Omega^{-2}(1 + \theta^2 + 1/3\Omega q) + 1/4(\Omega q)^{-1}\theta \} \}^{-1/2}$ – текущий радиус когерентности пучка оптического излучения; $\mu = x/R_0$ – параметр фокусировки; $\theta = a_0/\rho_k$ – коэффициент когерентности источника; $\Omega = k a_0^2/x$ – число Френеля излучающей апертуры; $q = x/(k\rho_0^2)$ – параметр, характеризующий турбулентные условия распространения на трассе; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число оптического излучения; $\rho_0 = (1,45 k C_n^2 x)^{-3/5}$ – радиус когерентности плоской волны; C_n^2 – структурный параметр флуктуаций показателя преломления атмосферы.

Из соотношений (3), (4) и (2) следует, что если линейный масштаб поля интерференционной картины ($\sim a(x)$) велик по сравнению с величиной поперечного сдвига в интерферометре ($a(x) \gg \Delta\rho$) (что обычно всегда выполняется), то

$$K(x, \rho, \rho + \Delta\rho) \simeq 1$$

и

$$v \simeq \exp \{ - [\Delta\rho/\rho_c(x)]^2 \}.$$

Таким образом, видность осредненной интерференционной картины будет удовлетворительной ($v \sim 1$) до тех пор, пока радиус когерентности регистрируемого поля превышает величину поперечного смещения в интерферометре сдвига

$$\Delta\rho < \rho_c(x). \quad (5)$$

При выполнении условия (5) зарегистрированные интерферограммы сдвига представляют собой либо единое поле непрерывных интерференционных полос, либо небольшое число достаточно крупных хорошо коррелированных спеклов (линейный масштаб спекла $l \sim \rho_c(x)$). В этом случае осредненная интерферограмма (поскольку $v \sim 1$) позволяет восстановить из нее информацию о фазовой части функции взаимной когерентности оптического излучения с достаточной точностью. Соответственно при обработке отдельных интерферограмм легко удается найти продолжение интерференционных полос в соседних спеклах, т.е. как бы реконструировать полную интерферограмму сдвига. Когда же выполняется обратное соотношение

$$\Delta\rho \geq \rho_c(x), \quad (6)$$

то число спеклов в интерферограмме значительно увеличивается, интерференционные полосы в них испытывают значительные смещения при разрывах, и соответственно, видность осредненной интерферограммы близка к нулю, т.е. восстановление фазы производится с недопустимо большой погрешностью. Данная ситуация аналогична по своему физическому содержанию рассмотренному в [3] случаю регистрации изображения объекта, освещенного некогерентным излучением при очень длинных экспозициях.

Опираясь на эту аналогию, можно предположить, что при восстановлении когерентных изображений (так же как и некогерентных [4, 5]) плодотворным окажется переход к измерению более высоких статистических моментов регистрируемой величины. Известно, что при наблюдении через турбулентную атмосферу путем обработки большого числа короткоэкспозиционных изображений некогерентного источника методами Лайбери [4] и Нокса-Томсона [5], основанными соответственно на измерении дисперсии и корреляционной функции флуктуаций интенсивности оптического изображения, удается получить более высокое разрешение, чем при регистрации осредненного изображения. В связи с этим предлагается регистрировать какой-либо второй момент сигнала сдвигового интерферометра, например, в простейшем варианте – измерять дисперсию сигнала интерферометра, которая определяется следующим соотношением:

$$\begin{aligned} \langle I^2 \rangle = & \langle I^2(x, \rho) \rangle + \langle I^2(x, \rho + \Delta\rho) \rangle + 4 \langle I(x, \rho) I(x, \rho + \Delta\rho) \rangle + \\ & + 4 \left| \Gamma_4(x, \rho, \rho, \rho + \Delta\rho, \rho) \right| \cos(\alpha\rho - \arg[\Gamma_4(x, \rho, \rho, \rho + \Delta\rho, \rho)]) + \\ & + 4 \left| \Gamma_4(x, \rho + \Delta\rho, \rho + \Delta\rho, \rho, \rho + \Delta\rho) \right| \cos(\alpha\rho - \arg[\Gamma_4(x, \rho + \Delta\rho, \rho + \Delta\rho, \rho, \rho + \Delta\rho)]) + \\ & + 2 \left| \Gamma_4(x, \rho, \rho + \Delta\rho, \rho, \rho + \Delta\rho) \right| \cos(\alpha\rho - \arg[\Gamma_4(x, \rho, \rho + \Delta\rho, \rho, \rho + \Delta\rho)]), \end{aligned} \quad (7)$$

где $|\Gamma_4(x, \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4)|$ и $\arg(\Gamma_4(x, \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4))$ – модуль и аргумент функции когерентности четвертого порядка поля оптического излучения [6–8];

$$\Gamma_4(x, \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4) = \langle U(x, \rho_1) U^*(x, \rho_2) U(x, \rho_3) U^*(x, \rho_4) \rangle; \quad \langle I^2(x, \rho) \rangle = \Gamma_4(x, \rho, \rho, \rho, \rho);$$

$\langle I(x, \rho) I(x, \rho + \Delta\rho) \rangle = \Gamma_4(x, \rho, \rho, \rho + \Delta\rho, \rho + \Delta\rho)$. Для области сильных флуктуаций интенсивности распространяющегося в турбулентной атмосфере оптического излучения, когда радиус когерент-

ности плоской волны меньше радиуса первой зоны Френеля

$$\rho_0 < \sqrt{x/k},$$

функции когерентности четвертого порядка поля $U(x, \rho)$, входящие в осциллирующую часть дисперсии сигнала интерферометра сдвига, имеют один характерный масштаб по разностной координате, пропорциональный $\rho_c(x)$. Величина этого масштаба совпадает с поперечным размером спекла. При выполнении условия (5) функции когерентности (являющиеся коэффициентами перед первой и второй гармониками) приближенно выражаются через функции когерентности второго порядка:

$$\Gamma_4(x, \rho, \rho, \rho + \Delta\rho, \rho) \approx 2 \langle I(x, \rho) \rangle \Gamma_2^*(x, \rho, \rho + \Delta\rho),$$

$$\Gamma_4(x, \rho + \Delta\rho, \rho + \Delta\rho, \rho, \rho + \Delta\rho) \approx 2 \langle I(x, \rho + \Delta\rho) \rangle \Gamma_2(x, \rho, \rho + \Delta\rho),$$

$$\Gamma_4(x, \rho, \rho + \Delta\rho, \rho, \rho + \Delta\rho) \approx 2 \Gamma_2^2(x, \rho, \rho + \Delta\rho). \quad (8)$$

Подставив (8) в (7), можно показать, что при $\Delta\rho \ll \rho_c(x)$ (когда смещение в интерферометре сдвига меньше линейного размера спекла) выделение первой гармоники в выражении для $\langle i^2 \rangle$ позволяет получить информацию о фазовой части функции взаимной когерентности второго порядка поля оптического излучения примерно в том же объеме, что и измерения ν по $\langle i \rangle$. Причем необходимо отметить, что с уменьшением $\rho_c(x)$ амплитуда первой гармоники $\langle i^2 \rangle$ уменьшается медленнее ($\sim \exp\{-1/2[\Delta\rho/\rho_c(x)]^2\}$), чем видность средней интерференционной картины. Когда выполняется условие (6), дисперсия сигнала сдвигового интерферометра, так же как и средняя интерферограмма, становятся практически одинаково не информативны. Одним словом, переход к измерению простейшего второго момента – дисперсии – не позволяет снять ограничение (6) или решить проблему <сшивания> разорванных интерференционных полос. Достоинство его состоит в том, что при восстановлении исходного распределения поля из измерений $\langle i^2 \rangle$ искажения амплитуды сигнала пропорциональны $\exp\{-1/2[\Delta\rho/\rho_c(x)]^2\}$, а не $\exp\{-[\Delta\rho/\rho_c(x)]^2\}$, как при измерении видности ν , т.е. точность реставрации исходного поля может быть увеличена.

Что касается пространственной корреляционной функции флуктуаций сигнала сдвигового интерферометра $\langle i(x, \rho_1) i(x, \rho_2) \rangle$, то, проведя асимптотический анализ, аналогичный описанному в [6–8], можно показать, что при $\Delta\rho < \rho_c(x)$ осциллирующая часть функции $\langle i(x, \rho_1) i(x, \rho_2) \rangle \sim \langle I(x, \rho_1) I(x, \rho_2) \rangle$, где $\langle I(x, \rho_1) I(x, \rho_2) \rangle = \Gamma_4(x, \rho_1, \rho_1, \rho_2, \rho_2)$ – пространственная корреляционная функция флуктуаций интенсивности оптической волны, падающей на интерферометр поперечного сдвига. Отсюда можно сделать вывод о двухмасштабном характере функции $\langle i(x, \rho_1) i(x, \rho_2) \rangle$ в области сильных флуктуаций интенсивности оптического излучения. Первый масштаб определяется размером областей с высокой корреляцией флуктуаций интенсивности оптического поля, а следовательно, и интерферограмм поперечного сдвига $\sim \rho_c(x)$. Вторым характерным масштаб $r_0 \approx x/(k\rho_c(x))$ пропорционален пространственному размеру области слабой корреляции флуктуаций интенсивности поля оптического излучения (т.к. $r_0 \gg \rho_c(x)$, то эта область включает большое число одиночных слабо коррелированных между собой спеклов). Следовательно, измерение пространственной корреляционной функции i позволит провести восстановление интерферограммы сдвига не только внутри спеклов, но и установить корреляцию интерференционных полос в различных спеклах. В результате этого удастся расширить размер восстановленных областей с $\sim \rho_c(x)$ до $\sim r_0$ ($r_0 \gg \rho_c(x)$), осуществив статистическое <сшивание> интерференционных полос, находящихся в соседних спеклах. В случае $\Delta\rho \geq \rho_c(x)$ корреляция $\langle i(x, \rho_1) i(x, \rho_2) \rangle$ имеет только один масштаб, пропорциональный $\rho_c(x)$, и, следовательно, измерение пространственной корреляционной функции не дает преимуществ перед регистрацией $\langle i^2 \rangle$ или $\langle i \rangle$.

Таким образом, в результате проведенного анализа напрашиваются два следующих вывода: 1) для восстановления исходного распределения поля когерентного источника (или освещенности)

щенного когерентным излучением объекта) по интерферограммам поперечного сдвига при регистрации любых моментов сигнала сдвигового интерферометра необходимо выполнение условия (5); 2) второй момент сигнала интерферометра поперечного сдвига позволяет получить информацию о фазовой части функции когерентности второго порядка в большей пространственной области и с большей точностью, чем первый.

Несмотря на то, что в статье рассматривался гауссовский профиль распределения поля оптического излучения, аналогичный характер поведения статистических моментов регистрируемой величины можно ожидать, по-видимому, и для более реалистичных профилей (например, для объекта произвольной формы с резкими краями). В заключение следует отметить, что предложенные методы обработки серии коротко-экспозиционных интерферограмм поперечного сдвига (регистрируемых за время заморозки атмосферной турбулентности), основанные на измерении дисперсии или пространственной корреляционной функции сигнала интерферометра сдвига, позволяют, в принципе, восстановить изображение протяженного объекта неизвестной формы, освещенного когерентным излучением, в более широком диапазоне изменения условий распространения в случайно-неоднородной среде, чем методы, основанные на регистрации видности средней интерференционной картины поперечного сдвига.

1. Вольпов А. Л., Зимин Ю. А., Толмачев А. И. // Квантовая электроника. 1990. Т. 17. N 1. С. 99.
2. Беленький М. С., Лукин В. П., Мионов В. Л., Покасов В. В. Когерентность лазерного излучения в атмосфере. Новосибирск: Наука, 1985. 176 с.
3. Freid D. L. // J. Opt. Soc. Amer. 1966. V. 10. P. 1372.
4. Labeugie A. // Astron. Astrophys. 1970. V. 6. P. 85.
5. Knox K. T., Thompson B. J. // Astrophys. J. (Letters). 1974. V. 193. P. L 45.
6. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Часть II. М.: Наука, 1978. 464 с.
7. Кляцкин В. И. Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах. М.: Наука, 1980. 336 с.
8. Мионов В. Л. Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере. Новосибирск: Наука, 1981. 248 с.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
27 сентября 1993 г.

I. P. Lukin. Statistics of a Signal from a Shear Interferometer for the Case of Recording a Laser Radiation Passed through a Layer of Turbulent Atmosphere.

A theoretical study of statistical properties of a signal from shear interferometer used to detect laser radiation propagating through turbulent atmosphere is carried out. Analytical relationships are derived in this paper for statistical moments of a signal from the shear interferometer for different conditions of optical radiation propagation through turbulent atmosphere. New techniques of processing the signal from the shear interferometer that enable to decrease distortions due to atmospheric turbulence when recovering the initial field distribution are proposed.