

ВОПРОСЫ ПОСТРОЕНИЯ АДАПТИВНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

УДК 535.317 : 681.7.062. 47

С.В. Буцев

**ТОЧНОСТЬ КОМПЕНСАЦИИ ФАЗОВЫХ ИСКАЖЕНИЙ ВОЛНОВОГО ФРОНТА АДАПТИВНЫМ ЗЕРКАЛОМ С РАЗЛИЧНЫМИ ВИДАМИ ФУНКЦИИ ОТКЛИКА**

Оценена точность компенсации фазовых искажений волнового фронта сплошным адаптивным зеркалом с тремя видами функций отклика. Даны рекомендации по выбору параметров рассмотренных функций отклика, позволяющие повысить эффективность функционирования адаптивных оптических систем.

Эффективность функционирования адаптивных оптических систем (АОС) зависит от целого ряда факторов, из которых, в первую очередь, следует выделить точность компенсации фазовых искажений исполнительным элементом системы — адаптивным зеркалом. При этом достижение требуемого качества оптической системы будет зависеть от пространственно-частотной структуры компенсируемых фазовых искажений и от ширины полосы реализуемых деформаций поверхности адаптивного зеркала. В связи с этим разработка теории адаптивных зеркал является в настоящее время актуальной научно-технической проблемой.

Различным аспектам создания адаптивных зеркал посвящено большое количество публикаций (например, [1–4]). Одним из главных среди них является выбор вида и параметров функции отклика сплошного адаптивного зеркала, поскольку с его решением тесно связана проблема точности аппроксимации волнового фронта и, как следствие, возможность выбора минимального количества независимых каналов управления зеркалом, необходимого для достижения требуемой точности коррекции.

Целью данной статьи является установление зависимости ошибки аппроксимации фазовых искажений сплошным адаптивным зеркалом от статистических характеристик флуктуаций волнового фронта и параметров различных видов функций отклика.

При расчетах в качестве ограничения полагалось, что ошибки аппроксимации волнового фронта преобладают над ошибками измерения и динамическими ошибками слежения и поэтому, по существу, являются ошибками компенсации искажений волнового фронта адаптивным зеркалом.

Предполагалось, что приводы адаптивного зеркала расположены в пределах апертуры диаметра  $D$  в узлах квадратной решетки, имеющей шаг  $\rho = D/10$ . Следует отметить, что выбор геометрии расположения приводов является отдельным важным вопросом и в рамках данной статьи рассмотрен не будет. В пользу предлагаемого расположения приводов можно сказать, что использование адаптивного зеркала с «квадратно-гнездовой» упаковкой приводов, в отличие, например, от гексагональной, требует более простых алгоритмов обработки данных и управления, и как следствие этого позволяет упростить конструкцию датчиков искажений волнового фронта и спецвычислителей АОС, а следовательно, и всей системы в целом.

Исследовались функции отклика адаптивного зеркала трех видов:

– пирамидальная

$$f_i(\mathbf{r}) = \begin{cases} \left(1 - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|}{\rho}\right) \left(1 - \frac{|y - y_i|}{\rho}\right), & |\mathbf{x} - \mathbf{x}_i| < \rho, |y - y_i| < \rho, \\ 0, & |\mathbf{x} - \mathbf{x}_i| \geq \rho, |y - y_i| \geq \rho \end{cases}$$

$\mathbf{r} = \{x, y\}$  — радиус-вектор в плоскости зеркала,  $x_i, y_i$  — координаты местоположения  $i$ -го привода по осям  $X$  и  $Y$ ;

– гауссовская

$$f_i(\mathbf{r}) = \exp \left[ - \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)^2 + (y - y_i)^2}{S_0^2} \right]$$

( $S_0$  — радиус деформации участка поверхности);

– и функция вида

$$f_i(\mathbf{r}) = \exp \left[ - \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)^2 + (y - y_i)^2}{f_0^2(\mathbf{x}, y)} \right],$$

где

$$f_0(x, y) = \begin{cases} S_0 / \cos \operatorname{arctg} \left| \frac{x - x_i}{y - y_i} \right|, & \left| \frac{x - x_i}{y - y_i} \right| \leq 1, \\ S_0 / \cos \operatorname{arctg} \left| \frac{x - x_i}{y - y_i} \right|, & \left| \frac{x - x_i}{y - y_i} \right| > 1, \end{cases}$$

которую в дальнейшем будем называть «анизотропной».

Пусть распределение фазы световой волны, падающей на адаптивное зеркало, равно  $\Phi(\mathbf{r})$ . Тогда при подаче единичного управляющего воздействия на  $i$ -й привод будет произведена коррекция фазы в плоскости координат  $\mathbf{r}$ , определяемая функцией отклика данного  $i$ -го привода  $f_i(\mathbf{r})$ . В случае линейного зеркала при подаче на все приводы управляющего воздействия полная функция фазовой коррекции будет равна

$$\tilde{\Phi}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N a_i f_i(\mathbf{r}), \quad (1)$$

где  $a_i$  — амплитуда сигнала управления  $i$ -м приводом.

Тогда распределение фазы в отраженной волне, т. е. ошибка компенсации, может быть определена как

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = \Phi(\mathbf{r}) - \tilde{\Phi}(\mathbf{r}). \quad (2)$$

Для наилучшей системы функций отклика среднеквадратическая ошибка аппроксимации фазы  $\Phi(\mathbf{r})$  по площади апертуры  $S$  является минимальной, т. е. необходимо выполнение условия

$$\varepsilon = \left\{ \frac{1}{S} \int_S [\Phi(\mathbf{r}) - \sum_{i=1}^N a_i f_i(\mathbf{r})]^2 d^2\mathbf{r} \right\}^{1/2} \rightarrow \min.$$

Так как, искажения волнового фронта довольно часто описываются совокупностью известных фазовых распределений, в частности полиномами Цернике [5], то сначала проводилось исследование качества функционирования адаптивного зеркала для различных функций отклика по статической коррекции фазовых искажений, представляющих собой полиномы Цернике. С этой целью решалась задача наилучшей в среднеквадратическом смысле аппроксимации первых четырех полиномов Цернике  $Z_j(\mathbf{r})$ . Ошибка аппроксимации вычислялась с использованием численных методов на ЭВМ по формуле

$$\varepsilon_j = \left( \frac{1}{S} \int_S (Z_j(\mathbf{r}) - \sum_{i=1}^N a_i f_i(\mathbf{r}))^2 d^2\mathbf{r} \right)^{1/2}. \quad (3)$$

Результаты расчета ошибки коррекции первых четырех полиномов Цернике  $\varepsilon_j$  адаптивным зеркалом с рассматриваемыми функциями отклика приведены в табл. 1 (для гауссовской и «анизотропной» функции отклика  $\varepsilon_j$  рассчитывались в зависимости от отношения радиуса деформации участка поверхности  $S_0$  к расстоянию между приводами  $\rho$ ).

Таблица 1

Тип полинома Цернике	пирамидальная функция отклика	Ошибка коррекции $\varepsilon_j$							
		гауссовская функция отклика				анизотропная функция отклика			
		$S_0/\rho$				$S_0/\rho$			
		0,4	0,5	0,6	0,7	0,4	0,5	0,6	0,7
Наклон	0,15	0,45	0,24	0,10	0,38	0,25	0,13	0,42	0,80
Дефокусировка	0,32	1,0	0,50	0,25	0,70	0,51	0,28	0,81	1,31
Астигматизм	0,25	0,64	0,36	0,15	0,48	0,38	0,20	0,55	0,83
Кома	0,29	0,8	0,44	0,19	0,56	0,48	0,24	0,67	0,96

С использованием соотношения (3) было проведено также исследование качества аппроксимации нескольких видов волновых фронтов (плоского, наклонного, сферического) гауссовской и «анизотропной» функциями отклика в зависимости от отношения  $S_0/\rho$ . Графики зависимостей ошибок аппроксимации  $\varepsilon$  данных волновых фронтов гауссовской (сплошные линии) и «анизотропной» (штриховые линии) функциями отклика от отношения  $S_0/\rho$  приведены на рис. 1.

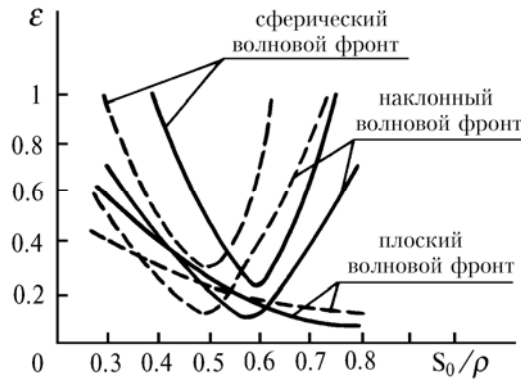


Рис. 1

Анализ графиков показывает, что ошибки аппроксимации при  $S_0/\rho < 0,6$  меньше для «анизотропной» функции отклика, а при  $S_0/\rho > 0,6$  — для гауссовской. Кроме того, можно сделать вывод о том, что минимум ошибки аппроксимации наклонного и сферического волновых фронтов для гауссовской функции отклика будет при  $S_0/\rho = 0,6$  а для «анизотропной» — при  $S_0/\rho = 0,5$ , и в общем случае гауссовская функция отклика позволяет получить наименьшую ошибку аппроксимации.

В реальных условиях волновой фронт проходящей световой волны является случайным полем, так как подвержен влиянию различных случайных факторов, например, атмосферной турбулентности, поэтому аппроксимация такого поля с помощью ограниченного числа полиномов Цернике или какой-либо иной системы ортогональных функций не дает адекватного профиля адаптивного зеркала. Поэтому дополнительно целесообразно выяснить, насколько хорошо рассматриваемые функции отклика корректора способны компенсировать случайные фазовые искажения. Так как в этом случае приходится иметь дело с бесконечным множеством случайных функций и требуется скомпенсировать искажения различных типов, то при анализе необходимо использовать статистический подход.

Основой для исследований будем считать предположение о том, что адаптивное зеркало является фильтром пространственных частот [2, 4]. В этом случае остаточная фазовая ошибка коррекции обусловлена ограниченной шириной полосы пропускания данного фильтра и имеет вид

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = \Phi(\mathbf{r}) - \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\mathbf{r}') f(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d^2\mathbf{r}'}{\int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{r}) d^2\mathbf{r}}. \quad (8)$$

Тогда дисперсия остаточной фазовой ошибки может быть найдена путем интегрирования по пространственным частотам

$$d = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\mathbf{x}) \left| 1 - \frac{(2\pi)^2 f_x(\mathbf{x})}{\int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{r}) d^2\mathbf{r}} \right|^2 d^2\mathbf{x}, \quad (5)$$

где  $\Phi(\mathbf{x})$  — спектральная плотность фазовых флуктуаций;  $f_x(\mathbf{x})$  — Фурье образ функции отклика;  $\mathbf{x}$  — вектор пространственных частот.

Интегрирование выражения (5) проводилось с использованием численных методов на ЭВМ для случая плоской волны, когда спектральная плотность фазовых флуктуаций, обусловленных распространением волны в турбулентной атмосфере, равна [6]

$$\Phi(\mathbf{x}) \approx 0,123 r_0^{-5/3} \mathbf{x}^{-11/3},$$

где  $r_0$  — радиус когерентности Фрида.

По результатам интегрирования были получены следующие соотношения для дисперсии остаточной фазовой ошибки:

— при пирамидальной функции отклика

$$d = 2\pi \int_0^{\infty} \Phi(\mathbf{x}) [1 - J_0(x\rho) - 3J_2(x\rho)]^2 \mathbf{x} d\mathbf{x} = 0,31 (\rho/r_0)^{5/3},$$

где  $J_0(x\rho)$ ,  $J_2(x\rho)$  – функции Бесселя соответствующего порядка;  
 – при гауссовской функции отклика

$$d = 2\pi \int_0^{\infty} \Phi(x) \left(1 - \exp\left(\frac{x^2 S_0^2}{4}\right)\right)^2 x dx = \alpha (S_0/r_0)^{5,3};$$

– при «анизотропной» функции отклика

$$d = 2\pi \int_0^{\infty} \Phi(x) \left(1 - \exp\left(\frac{x^2 f_0^2(x)}{4}\right)\right)^2 x dx = \beta (S_0/r_0)^{5,3}.$$

Значения коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  для различных отношений  $S_0/\rho$  приведены в табл. 2.

Таблица 2

$S_0/\rho$	0,4	0,5	0,6	0,7
$\alpha$	1,78	1,11	0,54	0,70
$\beta$	2,01	0,86	0,96	1,06

Характерное семейство зависимостей дисперсий остаточной фазовой ошибки от соотношения  $(\rho/r_0)^{5/3}$  приведено на рис. 2. Сплошные линии соответствуют гауссовской функции отклика адаптивного зеркала, штриховые – «анизотропной», а штрихпунктирная – пирамидальной. Видно, что при  $S_0/\rho = 0,5$  «анизотропная» функция отклика и при  $S_0/\rho = 0,6$  – гауссовская позволяют более точно аппроксимировать случайный волновой фронт, чем пирамидальная функция отклика.

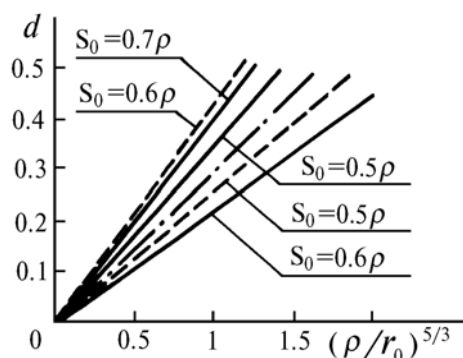


Рис. 2

Следует также отметить, что организация управления адаптивным зеркалом, а следовательно, и качество коррекции искажений волнового фронта существенно зависят от того, насколько велико взаимное влияние приводов на различных участках корректора. Если взаимное влияние приводов значительно, то система оказывается с сильными перекрестными связями и нарушение сходимости итерационного процесса в одном канале неизбежно повлияет на другие, что, естественно, приведет к ухудшению пространственного разрешения адаптивного зеркала. В случае малого взаимного влияния приводов система коррекции будет более устойчива, поэтому существует реальная возможность организации параллельного управления всеми приводами и достижения требуемого качества коррекции искажений волнового фронта. Следуя [7], определим коэффициент связи между каналами адаптивного зеркала  $C_p$  как отношение сигнала ошибки в заданном канале, обусловленного смещением одиночного соседнего привода, к сигналу ошибки, создаваемому сравнимым по величине смещением привода в рассматриваемом канале

$$C_p = \exp\left[\frac{1}{2} (\rho/S_0)^2\right]. \quad (6)$$

Тогда для гауссовской функции отклика при  $S_0/\rho = 0,6$  коэффициент перекрестной связи составит  $C_p = 0,24$ , а для «анизотропной» при  $S_0/\rho = 0,5$  значение  $C_p = 0,14$ .

Итак, при конструировании адаптивных зеркал нужно учитывать, что наибольшую точность аппроксимации различных видов искажений волнового фронта дает гауссовская функция отклика кор-

ректора с отношением радиуса деформации участка поверхности  $S_0$  к расстоянию между приводами  $\rho$  равным 0,6. Однако «анизотропная» функция отклика с отношением  $S_0/\rho = 0,5$  при незначительном ухудшении (в среднем на 25%) точности аппроксимации различных видов волновых фронтов по сравнению с гауссовской с отношением  $S_0/\rho = 0,6$  позволяет получить систему с меньшими перекрестными связями (перекрытие действия отдельных приводов друг на друга уменьшается приблизительно на 40%) и повысить устойчивость функционирования системы коррекции.

В заключение следует отметить, что несмотря на то, что основные результаты данной работы были получены на основании математического моделирования процесса функционирования сплошного адаптивного зеркала с различными видами функций отклика, которому, естественно, присущи определенные ограничения и упрощения, и осознавая сложности, которые могут возникнуть при технической реализации адаптивных зеркал с требуемыми (заданными) видами функций отклика, автор, однако, считает, что полученные результаты могут быть полезны разработчикам адаптивных зеркал и специалистам в области создания адаптивных оптических систем.

1. Hudgin R. //J. Opt. Soc. Amer. 1977. V. 67. № 4. P. 393–397.
2. Тараненко В. Г. //Радиотехника и электроника. 1984. Т. 29. № 8. С. 1510–1519.
3. Буцев С. В. //Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. № 2. С. 207–208.
4. Тараненко В. Г., Горохов Ю. Г., Романюк Н. С. //Зарубежная радиоэлектроника. 1982. № 8. С. 19–43.
5. Буцев С. В., Хисматуллин В. Ш. //Оптика атмосферы. 1989. Т. 2 № 2. С. 222–224.
6. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.
7. O’Meera T. R. //J. Opt. Soc. Amer. 1977. V. 67. № 4. P. 318–324.

Поступила в редакцию  
13 апреля 1992 г.

**S. V. Butsev. Accuracy of Compensation for the Wave Front Phase Distortions Using an Adaptive Mirror with Different Response Functions.**

Accuracy of compensation for the wave front distortions using a solid adaptive mirror with three response functions is estimated. Some recommendations of the choice of parameters of the considered response functions are given what allows one to improve the efficiency of an adaptive optical system functioning.