

АДАПТИВНАЯ И ИНТЕГРАЛЬНАЯ ОПТИКА

УДК 621.035

Особенности наблюдения малоразмерных космических объектов наземными оптическими телескопами с использованием лазерных опорных звезд

В.В. Клеймёнов[✉], Е.В. Новикова^{*}

*Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского
197198, г. Санкт-Петербург, ул. Ждановская, 13*

Поступила в редакцию 09.08.2025;
после доработки 12.09.2025;
принята к печати 16.09.2025

Основная проблема при наблюдении малоразмерных (малозаметных) космических объектов наземными оптическими телескопами связана с влиянием атмосферы при прохождении через нее излучения от таких объектов. В работе рассмотрены особенности наблюдения при длинной экспозиции малоразмерных космических объектов путем регистрации короткоэкспозиционных изображений лазерной опорной звезды и последующего их суммирования в фокальной плоскости телескопа. На основе корреляционного анализа исследована связь между случайными смещениями изображения наблюдаемой лазерной опорной звезды и прогнозируемым положением малоразмерного космического объекта. Показано, что достаточным условием нахождения их взаимного положения является отношение модулей энергетических центров тяжести изображений как двух коррелированных гауссовых случайных величин, которое имеет распределение плотности вероятности Коши. Приведены результаты расчетов для моностатической и бистатической схем формирования лазерной опорной звезды.

Ключевые слова: адаптивная оптика, атмосферная турбулентность, лазерная опорная звезда, моностатическая и бистатическая схемы, дрожание изображения, коэффициент угловой корреляции; adaptive optics, atmospheric turbulence, laser guide star, monostatic and bistatic schemes, image jitter, cross-angle correlation coefficient.

Введение

В последние годы проблема наблюдения малоразмерных (малозаметных) космических объектов (МКО) приобрела особую актуальность не только в астрономии, но и в сфере экологической безопасности космического пространства в связи с его засорением нефункционирующими искусственными спутниками Земли и их фрагментами (так называемым космическим мусором). Для решения этой проблемы в состав наземных телескопов включают зеркала большого диаметра с устраненными в процессе их изготовления аберрациями. Использование таких зеркал усилило зависимость разрешающей способности и проникающей силы системы «телескоп–атмосфера» от статистических характеристик турбулентной атмосферы.

В настоящее время наиболее перспективными для устранения атмосферных искажений являются крупноапертурные телескопы с адаптивными оптическими системами (АОС) [1–9]. Для эффективной

работы АОС необходим яркий точечный опорный источник, при приеме излучения от которого будет обеспечено отношение сигнал/шум значительно больше единицы.

При достаточной яркости космического объекта (КО) с учетом того, что наибольший вклад в фазовые искажения принимаемого излучения вносят наклоны волнового фронта, за время короткой экспозиции сначала корректируется наклон изображения, а уже затем устраняются аберрации более высокого порядка с помощью деформируемого зеркала, управляемого АОС [6–8]. При слабой яркости МКО принимаемого от него излучения недостаточно для регистрации (наблюдения) его телескопом и обеспечения требуемого отношения сигнал/шум. В этом случае в направлении МКО формируют лазерную опорную звезду (ЛОЗ) – натриевую или рзеевскую. Задача осложняется тем, что при равных диаметрах апертур приемного телескопа и лазера, формирующего ЛОЗ, ее изображение в фокальной плоскости телескопа неподвижно. При разных диаметрах возникает значительная остаточная (нескомпенсированная) ошибка дрожания энергетического центра тяжести изображения (ЭЦТИ) МКО при его коррекции относительно ЭЦТИ ЛОЗ

^{*} Виктор Владимирович Клеймёнов (vka@mail.ru);
Елена Владимировна Новикова (vka@mail.ru).

как в моностатической, так и в бистатической схемах формирования искусственной звезды. Это было показано, в частности, в работах [1, 2] путем численного моделирования дисперсий дрожания углов наклона ЛОЗ и МКО относительно оптической оси телескопа в зависимости от структурной функции показателя преломления атмосферы $C_n^2(\xi)$ на различных высотах ξ . Для наблюдения МКО (его обнаружения и определения местоположения в выбранной системе координат) необходима длинная экспозиция, чтобы увеличить отношение сигнал/шум за счет накопления принимаемых от него фотонов при регистрации короткоэкспозиционных изображений ЛОЗ в фокальной плоскости телескопа.

Цель настоящей работы — исследование корреляционных связей между случайными величинами, определяющими наблюдаемое смещение ЭЦТИ ЛОЗ и прогнозируемое смещение ЭЦТИ МКО относительно начала координат.

Корреляционный анализ случайных смещений изображений МКО и ЛОЗ в различных схемах формирования лазерной опорной звезды

В работах [9, 10] для моностатической и бистатической схем формирования ЛОЗ на основе корреляционной теории гауссовых случайных процессов были получены оценки остаточной (нескомпенсированной) ошибки дрожания наклона ЭЦТИ МКО путем вычисления коэффициента корреляции случайных угловых смещений изображений естественной звезды и ЛОЗ в зависимости от радиуса пространственной когерентности турбулентной атмосферы r_0 (радиуса Фрида). Алгоритмы, приведенные в [1, 2] и [9, 10], требуют знания параметров телескопа (длина волны, диаметры его зеркала и апертуры лазера, формирующего ЛОЗ) и статистических характеристик атмосферы (радиус пространственной когерентности Фрида) и предполагают нахождение ЛОЗ в пределах угла изопланатизма θ_{is} . Они показывают практически полное совпадение результатов при вычислении остаточной ошибки.

Будем полагать, что оптические оси зондирующего лазера с диаметром пучка d и телескопа с апертурой диаметром D (фокусное расстояние F) направлены на расчетное положение МКО. В результате на расстоянии z_s формируется ЛОЗ. (Без нарушения общности дальнейших рассуждений считаем $z_s = F$.)

В предположении, что лазерный пучок не выходит за пределы угла изопланатизма θ_{is} , выражение для дисперсии дрожания случайного угла наклона φ_m ЛОЗ относительно оптической оси телескопа в общем виде может быть представлено как

$$\begin{aligned}\sigma_m^2 &= \langle \varphi_m^2 \rangle = \langle \varphi_d^2 \rangle + \langle \varphi_D^2 \rangle + 2\langle \varphi_d \varphi_D \rangle = \\ &= \sigma_d^2 + \sigma_D^2 + 2r_{dD}\sigma_d\sigma_D,\end{aligned}\quad (1)$$

где $\langle \varphi_d^2 \rangle = \sigma_d^2$ — дисперсия дрожания угла наклона лазерного пучка, формирующего ЛОЗ; $\langle \varphi_D^2 \rangle = \sigma_D^2$ — дисперсия дрожания угла наклона волны при распространении излучения от ЛОЗ в обратном направлении; $\langle \varphi_d \varphi_D \rangle$ — корреляционная составляющая, описывающая корреляцию между фазовыми флуктуациями излучаемого пучка и принимаемой волны от ЛОЗ [7]; r_{dD} — их коэффициент корреляции.

Так как с позиции аналитического описания более общей является моностатическая схема, то рассмотрим сначала ее. При формировании ЛОЗ в моностатической схеме «широким» лазерным пучком с параметром Френеля

$$\Omega = (kd^2/z_s) \gg 1,$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, λ — длина волны, $\Omega^{-2}(0,5D_s(d)^{6/5}) \ll 1$, $D_s(d)$ — структурная функция флуктуации фазы, выражение (1) можно записать в виде [1–3, 9, 11]:

$$\begin{aligned}\sigma_m^2 &= 0,364(r_0)^{-5/3}\lambda^2 \times \\ &\times [d^{-1/3} + D^{-1/3} - 2^{7/6}(D^2 + d^2)^{-1/6}].\end{aligned}\quad (2)$$

Дисперсия дрожания случайного угла наклона МКО φ_{ko} относительно оптической оси телескопа

$$\sigma_{ko}^2 = 0,364D^{-1/3}(r_0)^{-5/3}\lambda^2.\quad (3)$$

Измеряемый в фокальной плоскости случайный вектор мгновенного ЭЦТИ ЛОЗ

$$\rho_m = \rho_d + \rho_D.$$

Модули этих векторов

$$|\rho_m| = \varphi_m z_s, \quad |\rho_d| = \varphi_d z_s, \quad |\rho_D| = \varphi_D z_s;\quad (4)$$

модуль случайного вектора мгновенного ЭЦТИ МКО

$$|\rho_{ko}| = \varphi_{ko} z_{ko}.$$

Для неоднородной трассы расчеты [1] радиусов пространственной когерентности плоской и сферической волн $r_0^{пл}$ и $r_0^{сф}$ (в нашем случае от МКО и ЛОЗ соответственно) по моделям атмосферы NV-5/7, NV-Mod (обсерватория AMOS) NV-Bond (обсерватория г. Мауна-Кеа) и модели Гринвуда для натриевой ЛОЗ показали, что $r_0^{сф} \approx r_0^{пл}$. Также примем, что влияние фокусного анизопланатизма учтено и скомпенсировано с помощью известных методов [2, 8, 12, 13]. Вследствие этого положим, без нарушения общности полученных в дальнейшем результатов, $|\rho_{ko}| \approx |\rho_D|$ и $r_{koD} \approx 1$, где r_{koD} — коэффициент корреляции между волнами, рассеянными КО и ЛОЗ.

Считаем, что мгновенные значения углов φ_{ko} , φ_m , φ_d , φ_D являются гауссовыми величинами с дисперсиями σ_{ko}^2 , σ_m^2 , σ_d^2 , σ_D^2 и нулевыми математическими ожиданиями. Тогда вследствие линейной зависимости (4) модули мгновенных случайных векторов являются также гауссовыми с соответствующими дисперсиями.

Минимальная ошибка предсказанного значения одной случайной величины от другой (в нашем случае $\hat{p}_{ko}$ от p_m) в виде линейной функции с коэффициентом линейной регрессии $r\sigma_{ko}/\sigma_m$ по критерию минимума среднеквадратической ошибки [14, 15]:

$$\langle e_{\min}^2 \rangle = \sigma_{ko}^2 (1 - r^2), \quad (5)$$

где $r = \frac{\langle p_m p_{ko} \rangle}{|p_m| |p_{ko}|}$ — коэффициент корреляции между

векторами p_m и p_{ko} ; он имеет простую геометрическую интерпретацию [10]. Числитель (корреляционный момент) — это скалярное произведение двух случайных векторов, норма (длина вектора) есть среднеквадратическое отклонение случайных величин p_m и p_{ko} , квадрат нормы (длины) вектора совпадает с дисперсией. С учетом равенств (4) можно полагать, что

$$|p_{ko}| = \sigma_{ko}, \quad |p_m| = \sigma_m, \quad |p_d| = \sigma_d, \quad |p_D| = \sigma_D.$$

Тогда $r = \cos \varphi$, где φ — угол между векторами p_m и p_{ko} . Как следует из формулы (5), дисперсия минимального значения ошибки зависит от дисперсии дрожания ЭЦТИ МКО, т.е. от $|p_{ko}|^2 = \sigma_{ko}^2$, и угла φ .

Однако при наблюдении МКО посредством регистрации короткоэкспозиционных изображений ЛОЗ и последующего суммирования ЭЦТИ в фокальной плоскости на фотоприемном устройстве (ФПУ) нет необходимости совмещать их ракурсы, как при решении задачи получения изображения протяженного КО, например искусственного спутника Земли. Определяющим фактором в этом случае становится не оценка и коррекция угла φ между векторами p_m и p_{ko} , а определение условий, при которых, во-первых, изображения МКО и ЛОЗ при их дрожании не выходят за пределы угла изопланатизма θ_{is} , а во-вторых, их ЭЦТИ находятся в пределах эффективной поверхности ФПУ, т.е. должны выполняться условия

$$\{|p_m|, |p_{ko}|\} < dp/2,$$

где dp — размер ФПУ.

При выполнении первого условия можно считать, что случайные величины p_{ko} и p_m являются коррелированными. Отношение двух коррелированных гауссовых величин $g = p_{ko}/p_m$ с нулевыми математическими ожиданиями [14, 15] имеет плотность вероятности Коши

$$P_g(y) = \frac{(\sigma_{ko}\sigma_m\sqrt{(1-r^2)}/\pi)}{\sigma_{ko}^2(y - r\sigma_m/\sigma_{ko})^2 + \sigma_m^2(1-r^2)}$$

и максимум в точке $y = r\sigma_{ko}/\sigma_m$ [15].

Нормальная плотность вероятности постоянна на эллипсах постоянной плотности, или эллипсах рассеяния. Центр этого эллипса находится в точке начала координат (при ранее принятых допущениях нулевых математических ожиданий углов наклона лазерного пучка (ЛП), ЛОЗ и МКО относительно оптической оси телескопа).

Ориентация эллипса относительно координатных осей находится в прямой зависимости от коэффициента корреляции r . Полуоси эллипса пропорциональны среднеквадратическим отклонениям σ_m , σ_{ko} . Таким образом, оба подхода — изложенные в работах [1, 2] и [9, 10] — дают одинаковый результат для случая коррелированных гауссовых случайных величин (в виде линейной регрессии или через их отношение) для достижения наилучшей оценки.

Результаты и обсуждение

Расчет корреляционных характеристик в моностатической схеме формирования ЛОЗ

Как будет показано ниже, при решении задачи наблюдения МКО более удобен подход с учетом (4) с использованием нормированных значений p_{ko} и p_m , а не их абсолютных значений, которые включают сомножитель, зависящий от r_0 .

Обозначим $n = D/d$, а коэффициент корреляции случайных смещений ЭЦТИ МКО и проекции ЛП на фокальную плоскость — как r_{kod} . Так как $r_{kod} \approx 1$ и, как следует из (1) и (2) [9],

$$r_{dD} = -2^{1/6}(1+n^{-2})^{-1/6}n^{-1/6}, \quad (6)$$

выражение для коэффициента корреляции между случайными векторами мгновенных ЭЦТИ ЛОЗ и МКО в фокальной плоскости телескопа имеет вид [9]:

$$r = \frac{r_{kod}\sigma_d + r_{kodD}\sigma_D}{\sigma_m} = \frac{1 - [2/(1+n^{-2})]^{1/6}}{[1 + n^{1/3} - [2^{7/6}/(1+n^{-2})^{1/6}]]^{1/2}}, \quad (7)$$

а нормированные отношения СКО случайных смещений ЭЦТИ ЛОЗ относительно ЭЦТИ МКО и ЭЦТИ проекции ЛОЗ

$$\sigma_m/\sigma_{ko} = [1 + n^{1/3} - (2^{7/6}/(1+n^{-2})^{1/6})]^{1/2}, \quad (8)$$

$$\sigma_m/\sigma_d = (\sigma_m/\sigma_{ko})/n^{1/6} \quad (9)$$

соответственно. Коэффициенты корреляции r , функции σ_m/σ_{ko} и σ_m/σ_d являются определяющими характеристиками для дальнейшего анализа особенностей формирования изображения МКО при его длительной экспозиции в фокальной плоскости телескопа. Результаты расчетов представлены в табл. 1.

Таблица 1

Коэффициенты корреляции r и функции σ_m/σ_{ko} и σ_m/σ_d в зависимости от параметра $n = D/d$ для широкого пучка

n	r	σ_m/σ_{ko}	σ_m/σ_d
1,5	-0,3077	0,182	0,1701
2	-0,2690	0,303	0,2701
4	-0,1850	0,601	0,4769
8	-0,0970	0,872	0,5092

При увеличении n отношение σ_m/σ_{ko} стремится к единице, т.е. эллипс постоянной плотности вероятности (эллипс рассеяния) становится близким к кругу. При росте n от 1,5 до 8 σ_m/σ_d возрастает от 0,17 до 0,51 и при большем n стремится к значению $n^{-1/6}$.

Для «широкого» пучка ($\Omega = (kd^2/z_s) \gg 1$) и натриевой ЛОЗ ($\lambda = 0,589$ мкм и $z_s = 100$ км) диаметр апертуры лазера должен удовлетворять условию $d \gg 8,3$ см, а для рэлеевской ЛОЗ ($\lambda = 0,532$ мкм и $z_s = 5$ км) — условию $d \gg 15$ см.

Рассмотрим «узкий» лазерный пучок. Так как для него $n = D/d \gg 1$ и $\Omega = (kd^2/z_s) < 1$ [7], то при формировании обеих ЛОЗ размер апертуры лазера должен быть намного меньше приведенных выше значений для «широкого» лазерного пучка. Коэффициент корреляции между «узким» гауссовым пучком и сферической волной [7]:

$$r_{dD} = -\frac{0,76}{n^{1/3} 2^{1/6} \Omega^{1/6}}. \quad (10)$$

Положив $\Omega = 1/4$, получим $r_{dD} = -0,85/n^{1/3}$. Тогда коэффициент корреляции случайных величин ρ_{ko} и ρ_m и значения σ_m/σ_{ko} и σ_m/σ_d с учетом (7)–(9) равны

$$r = \frac{1 - 0,85n^{-1/6}}{\sqrt{(1 + n^{1/3} - 1,7n^{-1/6})}}, \quad (11)$$

$$\sigma_m/\sigma_{ko} = [1 + n^{1/3} - 1,7n^{-1/6}]^{1/2}, \quad (12)$$

$$\sigma_m/\sigma_d = (\sigma_m/\sigma_{ko})n^{1/6}. \quad (13)$$

Результаты расчетов представлены в табл. 2.

Таблица 2
Коэффициенты корреляции r и функции σ_m/σ_{ko} и σ_m/σ_d в зависимости от параметра $n = D/d$ для «узкого» пучка

n	r	σ_m/σ_{ko}	σ_m/σ_d
3,5	0,290	1,067	0,865
5	0,295	1,187	0,908
11	0,298	1,468	0,968
16	0,297	1,561	0,986
23	0,294	1,683	0,999

Для «узкого» лазерного пучка и сформулированных выше условий наблюдается умеренная корреляция между ЭЦТИ МКО и ЛОЗ ($r \approx 0,29$). При увеличении n отношение σ_m/σ_d стремится к единице, в то время как σ_m/σ_{ko} — к значению $n^{1/6}$.

Таким образом, в моностатической схеме формирования ЛОЗ (как «широким» так и «узким» лазерным пучком) при условии, что ЛП находится в пределах угла изопланатизма ($\varphi_d < \theta_{is}$), ЛОЗ и МКО будут также находиться в пределах изопланарной области.

Расчет корреляционных характеристик в бистатической схеме формирования ЛОЗ

Иная картина будет наблюдаться в фокальной плоскости бистатической схемы формирования ЛОЗ, в которой ЛП проходит в направлении МКО через

другую область пространственной когерентности атмосферы, чем оптические пучки от МКО и ЛОЗ. Вследствие этого можно считать, что в бистатической схеме отсутствует корреляция случайных угловых смещений ЛП и МКО и ЛОЗ, т.е. $\langle \varphi_d \varphi_{ko} \rangle \approx \langle \varphi_d \varphi_D \rangle \approx 0$, и дисперсия дрожания случайного смещения изображения ЛОЗ

$$\sigma_m^2 \approx \langle \varphi_m^2 \rangle \approx \langle \varphi_d^2 \rangle + \langle \varphi_D^2 \rangle.$$

Следовательно [9],

$$r_{kom} = (1 + n^{1/3})^{-1/2}, \quad (14)$$

$$(\sigma_m/\sigma_{ko}) = (1 + n^{1/3})^{1/2}, \quad (15)$$

$$\sigma_m/\sigma_d = (1 + n^{1/3})^{1/2} n^{-1/6}. \quad (16)$$

Из выражений (14)–(16) следует, что при фиксированном значении апертуры лазера d и при $n = 1$:

— наблюдается высокая угловая корреляция между изображениями ЛОЗ и МКО ($r_{kom} = 0,71$), но с увеличением n коэффициент корреляции приближается к значению $n^{-1/6}$;

— $\sigma_m/\sigma_{ko} = 2^{1/2}$ и стремится к $n^{1/6}$ при увеличении n ;

— $\sigma_m/\sigma_d = 2$ и с увеличением n стремится к единице.

Таким образом, в бистатической схеме, даже если ЛП при его дрожании будет находиться в пределах θ_{is} , с высокой степенью вероятности мгновенное изображение ЛОЗ в фокальной плоскости телескопа будет находиться вне круга радиуса $|\rho_{is}| = \theta_{is} z_s$.

Заключение

Рассмотрены особенности наблюдения мало-размерного (малозаметного) космического объекта при помощи формируемой лазерной опорной звезды для разных отношений диаметров апертур телескопа и лазера. В процессе анализа наиболее важных корреляционных связей между случайными смещениями изображений ЛОЗ и МКО показано, что для моностатической и бистатической схем формирования ЛОЗ при длительной экспозиции нет необходимости совмещать на фотоприемном устройстве ракурсы короткоэкспозиционных изображений при условии нахождения лазерного пучка в пределах угла изопланатизма θ_{is} .

Результаты корреляционного анализа случайных смещений изображений МКО и ЛОЗ в моностатической и бистатической схемах формирования лазерной опорной звезды справедливы для натриевой и рэлеевской ЛОЗ в предположении устранения фокусного анизопланатизма. Результаты работы могут быть использованы при синтезе многоапертурных адаптивных оптических систем.

Список литературы

1. Больбасова Л.А., Лукин В.П. Адаптивная коррекция атмосферных искажений оптических изображений на основе искусственного опорного источника. М.: Физматлит, 2012. 128 с.

2. *Лукин В.П., Фортес Б.В.* Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 314 с.
3. *Большасова Л.А., Лукин В.П.* Возможности адаптивной оптической коррекции наклонов волнового фронта при использовании сигналов от традиционной и полихроматической лазерных опорных звезд // *Оптика атмосф. и океана*. 2022. Т. 35, № 10. С. 871–877; *Bolbasova L.A., Lukin V.P.* Possibilities of adaptive optical correction of the global wavefront tilt using signals from traditional and polychromatic laser guide stars // *Atmos. Ocean. Opt.* 2022. V. 35, N S1. P. S165–S170. DOI: 10.1134/S1024856023010037.
4. *Hippler S.* Adaptive optics for extremely large telescopes // *J. Astron. Instrument.* 2019. V. 8, N 2. P. 1950001.
5. *Xuezhong Yang, Ondrej Kitzler, Spence D.J., Zhenxu Bai, Yan Feng, Mildren R.P.* Diamond sodium guide star laser // *Op. Lett.* 2020. V. 45, iss. 7. P. 1898–1901.
6. *Hardy J.W.* Adaptive Optics for Astronomical Telescopes. N.-V.: Oxford University press, 1998. 437 p.
7. *Лукин В.П.* Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 250 с.
8. *Свиридов К.Н.* Технологии достижения высокого углового разрешения оптических систем атмосферного видения. М.: Знание, 2005. 452 с.
9. *Клейменов В.В., Новикова Е.В.* Анализ эффективности моностатической и бистатической схем формирования ЛОЗ на основе корреляционной теории // *Оптика атмосф. и океана*. 2023. Т. 36, № 4. С. 331–336.
10. *Клейменов В.В., Новикова Е.В.* Алгоритм коррекции дрожания изображения звезды в наземном оптическом телескопе с помощью искусственного опорного источника // *Опт. журнал*. 2024. Т. 91, № 1. С. 25–32.
11. *Fried D.L.* Statistics of a geometric representation of wavefront distortion // *J. Opt. Soc. Am.* 1965. V. 55, N 11. P. 1427–1435.
12. *Rigaut F.* On practical aspects of laser guide star // *C.R. Phys.* 2005. V. 6, N 10. P. 1089–1098.
13. *Foy R., Foy F.C.* Laser guide star: Principle, cone effect and tilt measurement // *Optics in Astrophysics*. Dordrecht: Springer, 2006. P. 249–273.
14. *Вентцель Е.С.* Теория вероятности. М.: Высш. школа, 2006. 575 с.
15. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1982.

V.V. Kleymionov, E.V. Novikova. Features of observing small space objects in ground-based optical telescopes using laser guide stars.

The primary challenge in observing small (inconspicuous) space objects with ground-based optical telescopes is the effect of the atmosphere on the passage of radiation from a small (inconspicuous) space object. This paper examines the specifics of long-exposure observations of small space objects by recording short-exposure images of a laser guide star and then summing them in the telescope's focal plane. Correlation analysis is used to investigate the relationship between random displacements of the observed laser guide star image and the predicted position of the small space object. It is shown that a sufficient condition for determining their relative positions is the ratio of the absolute values of the energy centers of gravity of the images as two jointly correlated Gaussian random variables with a Cauchy probability density distribution. Calculation results for monostatic and bistatic laser guide star formation schemes are presented.