

ВОПРОСЫ ПОСТРОЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ АДАПТИВНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

УДК 621.373.826:535.3

Ш. Енгюхард, Б. Хатфилд

ДИФРАКЦИОННЫЕ ОШИБКИ И СЕГМЕНТИРОВАННАЯ ОПТИКА

Предлагаемый подход к управлению сегментированным зеркалом, используемым для фазовой коррекции, заключается в измерении фазовых наклонов с помощью датчика волнового фронта, приложении этих наклонов к сегментам и в последующей регулировке смещений сегментов таким образом, чтобы минимизировать несовпадение краев путем совмещения средних точек краев соседних сегментов. Подгонка высот средних точек краев смежных сегментов приводит к системе линейных уравнений для смещений сегментов U_i , которая включает наклоны сегментов t_i и выглядит как дискретизированное уравнение Пуассона $\nabla^2 U = -\nabla t$. Мы показываем, что эта дискретная линейная система является некорректной для двумерного случая. Кроме того, дифракционные эффекты, которые возникают при сегментировании, должны учитываться при управлении волновым фронтом [1*–5].

Введение

Основное назначение большого сегментированного первичного зеркала в мощной наземной лазерной излучающей системе, работающей в ближнем инфракрасном диапазоне длин волн, состоит в компенсации атмосферных искажений. Поскольку это первичное зеркало является сегментированным, дифракционные эффекты, которые появляются вследствие сегментирования, должны учитываться при восстановлении волнового фронта.

Ошибка коррекции волнового фронта является результатом неспособности адаптивной оптики точно воспроизвести опорный волновой фронт и обеспечить сопряженность мощного лазерного пучка. В идеале точное сопряжение фазы опорного излучения (бакена) вводится в излучаемый пучок активным зеркалом. Но даже если адаптивная оптическая система смогла бы выполнить точное измерение и коррекцию фазы мощного пучка, искажения, вызванные атмосферной турбулентностью, не были бы полностью устранены. Это связано с тем, что чисто фазовая компенсация является полной только в пределе геометрической оптики. Наконец, вследствие того, что первичное сегментированное зеркало не является непрерывным, возникают эффекты дифракционного рассеяния. Соседние сегменты с разными наклонами неизбежно будут иметь края и углы, которые будут <выпячиваться> наружу или внутрь из поверхности. До сих пор такие дифракционные эффекты игнорировались. Несовпадение краев соседних сегментов будет вносить разрывы фазы в излучаемый мощный пучок. Сначала мы показываем, что минимизация несовпадения краев путем совмещения центров краев соседних сегментов, на которой основан алгоритм управления, решающий уравнение Пуассона, является некорректно поставленной задачей. Нет достаточного количества степеней свободы сегментов, чтобы выполнить это условие. Разница между общим числом условий и общим числом степеней свободы растет вместе с увеличением сегментированного зеркала (как квадрат числа сегментов).

В разделе 1 мы показываем, что двумерная задача для сегментированной поверхности является некорректно поставленной, приводя к разбалтыванию приближенных решений (т.е. любое прямое линейное представление является сингулярным). И обсуждаем физические критерии работы систем. В разделе 2 мы описываем дифракцию, вызванную несовпадением краев сегментов.

1. Управление смещениями сегментированной поверхности является некорректно поставленной задачей

Для одномерного случая установка наклонов и выбор смещений сегментов является хорошо определенной задачей. Пусть U_i – высота смещения и t_i – наклон i -го сегмента (рис. 1).

* Заметим, что в этой работе рассчитаны точные решения для функции Грина.

Высота левого края i -го сегмента равна $U_i - (1/2) t_i$. Высота правого края $(i-1)$ -го сегмента равна $U_{i-1} + (1/2) t_{i-1}$. Совмещая края, получаем $U_i - (1/2) t_i = U_{i-1} + (1/2) t_{i-1}$. Теперь рассмотрим высоту правого края i -го сегмента, которая равна $U_i + (1/2) t_i$, и высоту левого края $(i+1)$ -го сегмента, $U_{i+1} - (1/2) t_{i+1}$. Совмещая их, получаем $U_i + (1/2) t_i = U_{i+1} - (1/2) t_{i+1}$. Комбинация этих уравнений $U_{i-1} + U_{i+1} - 2 U_i = (1/2)(t_{i+1} - t_{i-1})$, в пределе дает одномерное уравнение Пуассона:

$$(d^2/dx^2) U = (d/dx) t.$$

Последние два уравнения имеют хорошо определенные решения. Поскольку $t = -d\phi/dx$, мы приходим к заключению, что $U = -\phi$.

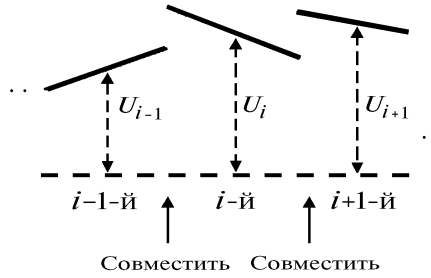


Рис. 1

Теперь мы можем показать, что в двумерном случае дискретизированная задача является некорректно поставленной. Начнем с определения системы. Мы должны сначала определить критерий для <совмещения краев>. Если два соседних сегмента имеют разные компоненты наклона вдоль данного края, то эти края не могут быть выровнены. В лучшем случае, мы можем только совместить одну точку этих краев.

Для простоты рассмотрим квадратные сегменты. То же самое можно сделать и для гексагональных сегментов. Пусть U_{ij} равно высоте или смещению (i, j) -го сегмента $\mathbf{t}_{ij} = (t_{ij}^{(1)}, t_{ij}^{(2)})$ равно вектору наклона этого сегмента. Выравниваем высоты согласуемых сегментов в средних точках соседних краев (т.е. в точках, отмеченных \times на рис. 2).

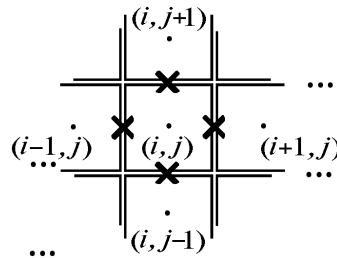


Рис. 2

Если мы теперь выравниваем правый край сегмента (i, j) , то получим

$$U_{ij} + (1/2)t_{ij}^{(1)} = U_{i+1j} - (1/2)t_{i+1j}^{(1)},$$

верхний край сегмента (i, j) –

$$U_{ij} + (1/2)t_{ij}^{(2)} = U_{ij+1} - (1/2)t_{ij+1}^{(2)},$$

левый край сегмента (i, j) –

$$U_{ij} - (1/2)t_{ij}^{(1)} = U_{i-1j} + (1/2)t_{i-1j}^{(1)},$$

и наконец, нижний край сегмента (i, j) :

$$U_{ij} - (1/2)t_{ij}^{(2)} = U_{ij-1} + (1/2)t_{ij-1}^{(2)}.$$

Если мы теперь скомбинируем все четыре уравнения и перенесем U в одну сторону, а t в другую, то получим уравнение

$$U_{i+1j} + U_{ij+1} + U_{i-1j} + U_{ij-1} - 4U_{ij} = (1/2)(t_{i+1j}^{(1)} - t_{i-1j}^{(1)} + t_{ij+1}^{(2)} - t_{ij-1}^{(2)}),$$

которое выглядит как дискретизированная версия уравнения Пуассона

$$\nabla^2 U(x, y) = \nabla t.$$

Но уравнение Пуассона не является континуальным пределом этой дискретизированной системы. А причина в том, что дискретизированная система является некорректной и не имеет точного решения. В этой системе уравнений больше, чем имеется степеней свободы смещений сегментов. Другими словами, <наилучшая> подгонка с <минимальным> несоответствием краев отсутствует в конфигурационном пространстве (пространстве состояний) сегментированной поверхности.

Вот простой пример, который иллюстрирует, что двумерная задача является некорректно поставленной. Рассмотрим сегментированное зеркало, сделанное всего из четырех квадратных сегментов: u_1 представляет смещение для квадрата 1, u_2 для квадрата 2 и т.д., а t_1 представляет собой наклон для квадрата 1 и т.д. Мы выравниваем края в точках a, b, c, d (рис. 3).

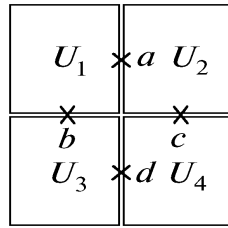


Рис. 3

Для точки a имеем

$$u_1 + (1/2) t_1^{(1)} = u_2 - (1/2) t_2^{(1)} \Rightarrow u_1 - u_2 = (-) (1/2) (t_1^{(1)} + t_2^{(1)});$$

для точки b

$$u_1 - (1/2) t_1^{(2)} = u_3 + (1/2) t_3^{(2)} \Rightarrow u_1 - u_3 = (1/2) (t_1^{(2)} + t_3^{(2)});$$

для точки c

$$u_2 - (1/2) t_2^{(2)} = u_4 - (1/2) t_4^{(2)} \Rightarrow u_2 - u_4 = (1/2) (t_2^{(2)} + t_4^{(2)});$$

для точки d

$$u_3 + (1/2) t_3^{(1)} = u_4 - (1/2) t_4^{(1)} \Rightarrow u_3 - u_4 = (-)(1/2) (t_4^{(1)} + t_3^{(1)}).$$

Переписывая последние четыре уравнения в матричной форме $M\mathbf{u} = \mathbf{T}$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -(t_1^{(1)} + t_2^{(1)}) \\ (t_1^{(2)} + t_3^{(2)}) \\ (t_2^{(2)} + t_4^{(2)}) \\ -(t_4^{(1)} + t_3^{(1)}) \end{pmatrix}$$

и вычисляя определитель матрицы M через миноры, находим

$$\det M = 1 \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -1 + 1 = 0.$$

Следовательно, матрица M является сингулярной и не может быть обращена. Задача является некорректной, и ее точное решение не существует.

Условие совмещения средних точек краев приводит к системе уравнений, которая в пределе переходит в уравнение Пуассона с правой частью ∇t . Поскольку t есть $-\nabla\phi$, мы опять приходим к требованию $U = -\nabla\phi$, которое является подходящим. Когда наклоны на каждом

сегменте обновляются, а смещения еще не пересчитаны, сегментированная мембрана попадает в некоторую точку конфигурационного пространства. Затем устройство, решающее уравнение Пуассона, корректирует смещения сегментов таким образом, чтобы переместить конфигурацию сегментированной мембраны по направлению к точке конфигурационного пространства, которая является решением уравнения Пуассона. Но куда сходятся итерации, если решение, соответствующее <наилучшей> подгонке, находится вне конфигурационного пространства сегментированной мембраны?!

Для уравнений совмещения есть много приближенных решений, когда различные соседние сегменты совмещаются не в середине края, а вблизи нее. Если только конфигурация мембраны попадает в область приближенных решений, то последующие итерации только переводят конфигурацию из одного приближенного решения в другое. Устройство, решающее уравнение Пуассона, продолжает пытаться найти точное решение, но поскольку оно находится вне данного пространства, итерации только блуждают вокруг группы приближенных решений.

2. Минимизация рассогласования сегментов и задача транспортировки мощного пучка

Поскольку мы интересуемся не только задачей формирования изображения, но и задачей транспортировки пучка, критерием для определения <наилучшей> поверхности корректора является энергия на мишени в круге некоторого данного радиуса. Поскольку не все из приближенных решений дают хорошую концентрацию энергии на мишени, желательно найти дополнительные ограничения, либо характеристики <наилучших> приближенных решений так, чтобы демпфировать флуктуации. Критерием того, насколько хорошо приближенное решение, должно быть не только среднеквадратическое значение ошибки волнового фронта, но и искажение углового спектра излучения (связанное с дифракцией).

Из-за дифракции, возникающей при распространении, среднеквадратическая ошибка поверхности корректора не является достаточно чувствительным критерием работы управляющей системы. Чем сильнее проявляется дифракция, тем спектр остаточной ошибки становится более значимым. Высокие пространственные частоты искажений фазы будут рассеивать энергию пучка, по мере того как он дифрагирует (независимо от турбулентности) [1,2,3].

Рассмотрим систему, в которой наклоны, измеренные датчиком волнового фронта, прикладываются к сегментам и блокируются до тех пор, пока датчик волнового фронта не выполнит следующее измерение. Смещения сегментов выбираются таким образом, чтобы минимизировать рассогласование их краев. Однако этот метод неявным образом предполагает, что ошибки компенсации наклонов гораздо более значимы, чем дифракция на краях сегментов. Зазоры между краями сегментов вносят разрыв фазы в излучаемый пучок и, таким образом, являются источником высокочастотных искажений фазы. Ошибки локальных наклонов дают низкочастотные искажения фазы волнового фронта. Высокие пространственные частоты искажений будут некорректируемыми из-за ограничений технической реализации. Низкие пространственные частоты могут быть минимизированы, поскольку они находятся в пределах частотной области компенсации.

1. Enguehard S., Hatfield B. // J. Opt. Soc. Am. 1991. A8. P. 637–646.
2. Enguehard S., Hatfield B. // Proc. SPIE. 1991. V. 1408. P. 178–185.
3. Enguehard S., Hatfield B., Peterson W. // Proc. SPIE. 1992. V. 1628.
4. Enguehard S., Caltech preprint, 1985; AMP-91–18, 1991.
5. Enguehard S., Hatfield B. // NASA Wavefront Sensing and Control Workshop Proceedings, February 6, 1992.

Лексингтон, США

Поступила в редакцию
20 сентября 1993 г.

S. Enguehard, B. Hatfield. **Diffraction Errors and Segmented Optics.**

The present approach to segmented mirror control used for phase compensation is to measure phase tilts with a wavefront sensor, apply these tilts to the segments, and then adjust the pistons to minimize the edge mismatch by bringing adjacent segment edge midpoints together. Matching the heights of adjacent segment edge midpoints leads to a linear system of equations for the segment pistons, U_p in terms of the segment tilts, t_p which looks like a discretized Poisson's equation, $\nabla^2 U = -\nabla t$. We demonstrate that the discrete linear system is ill-posed in 2 dimensions. Moreover, diffractive effects that arise from the segmentation must be accounted for in the wavefront control [1–5].