

АЛГОРИТМЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ВОЛНОВОГО ФРОНТА

УДК 535.8

Е.Н. Мищенко, С.Е. Мищенко, Д.А. Безуглов

АЛГОРИТМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФАЗОВОГО ФРОНТА ВХОДНОГО ОПТИЧЕСКОГО ПУЧКА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗМЕРЕНИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ЕГО ФУРЬЕ ОБРАЗА

На основе анализа Фурье спектров многократно амплитудно-преобразованного оптического поля получен алгоритм восстановления фазового фронта для случая неравномерного по апертуре распределения интенсивности.

В последнее время возрос интерес к задачам восстановления фазовых характеристик оптических полей, в частности, к задачам восстановления фазы поля по модулю его Фурье спектра. В двумерном случае задача имеет широкое практическое приложение в системах адаптивной оптики с атмосферным каналом распространения.

Существующие итерационные алгоритмы восстановления [1, 2] обладают очень медленной сходимостью. Скорость сходимости, а иногда и сам факт сходимости этих алгоритмов существенно зависят от выбора начального приближения для фазы спектра изображения. Даже в случае использования алгоритма [3], учитывающего аналитическую связь между амплитудой и фазой при формировании начального приближения, необходимое количество итераций для удовлетворительного восстановления исходного поля составит несколько десятков итераций. Очевидно, что в этом случае реализация таких алгоритмов в реальном масштабе времени проблематична.

Практический интерес представляют алгоритмы восстановления фазовых характеристик по результатам измерений интенсивностей, относящихся к двум и более сечениям поля [1, 4]. Однако если результатами измерений являются значения частных производных фазового распределения в некоторых дискретных точках приемной апертуры, как например, в [4, 5], то вряд ли следует ожидать, что время, затрачиваемое на восстановление фазы поля, в этом случае может быть существенно меньшим, чем для итерационных алгоритмов.

В связи с этим возникает вопрос о поиске альтернативных вариантов обработки результатов измерений интенсивностей, приводящих к непосредственному вычислению дискретных значений фазы поля. Один из таких подходов предлагается в данной статье.

Введем обозначения для распределения комплексной амплитуды по апертуре входного оптического пучка:

$$F(x, y) = A(x, y) \exp(-j\varphi(x, y)), \tag{1}$$

где $A(*)$ и $\varphi(*)$ – соответственно распределение амплитуды и фазы, и его образа в фокальной плоскости линзы

$$G(u, v) = B(u, v) \exp(-j\xi(u, v)), \tag{2}$$

где $B(*)$ и $\xi(*)$ – соответственно распределение амплитуды и фазы.

Используя известную функциональную связь между $F(x, y)$ и $G(u, v)$, можно записать

$$B(u, v) = \int_S \int A(x, y) \exp[-j\{\varphi(x, y) + (ux + vy) + \xi(u, v)\}] dx dy, \tag{3}$$

где S – площадь входной апертуры.

Проведем формальное дифференцирование правой и левой части выражения (3) по параметру S . В результате получим

$$\frac{\partial B(u, v, x_i, y_i)}{\partial S} = A(x_i, y_i) \exp[-j\{\varphi(x_i, y_i) + (ux_i + vy_i) + \xi(u, v)\}], \tag{4}$$

где x_i, y_i – координаты элементарной площадки. Представив левую часть выражения (4) в виде разностной схемы и отбросив мнимые члены, будем иметь

$$\frac{B(u, v) - B(u, v, x_i, \Delta x_i, y_i, \Delta y_i)}{\Delta S} = A(x_i, y_i) \cos [\varphi(x_i, y_i) + (ux_i + v y_i) + \xi(u, v)], \quad (5)$$

где $\Delta S = \Delta x_i \Delta y_i$; $\Delta x_i, \Delta y_i$ – размеры элементарной площадки в точке с координатами x_i, y_i ; $B(u, v, x_i, \Delta x_i, y_i, \Delta y_i)$ – распределение амплитуды в фокальной плоскости линзы, при условии, что в апертуре линзы в точке x_i, y_i установлена непрозрачная маска с размерами $\Delta x_i, \Delta y_i$. Чтобы перейти от амплитуд к интенсивностям, умножим обе части выражения (5) на $\{B(u, v) + B(u, v, x_i, \Delta x_i, y_i, \Delta y_i)\}$ и введем обозначения:

$$[B(u, v)]^2 = I(u, v); \quad (6)$$

$$[B(u, v, x_i, \Delta x_i, y_i, \Delta y_i)]^2 = I(u, v, x_i, \Delta x_i, y_i, \Delta y_i);$$

$$[A(x_i, y_i)]^2 = I(x_i, y_i), \quad (7)$$

а также будем полагать, что

$$B(u, v) + B(u, v, x_i, \Delta x_i, y_i, \Delta y_i) \approx 2 B(u, v)$$

из-за близости этих амплитуд при выполнении условия малости ΔS .

В результате получим

$$\frac{I(u, v) - I(u, v, x_i, \Delta x_i, y_i, \Delta y_i)}{\Delta S} = 2 [I(x_i, y_i) I(u, v)]^{1/2} \cos [\varphi(x_i, y_i) + (ux_i + v y_i) + \xi(u, v)]. \quad (8)$$

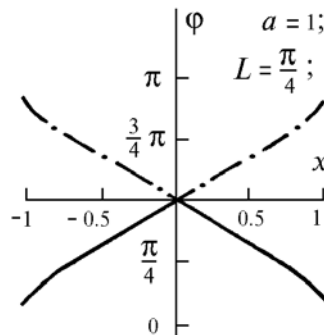
Из (8) нетрудно получить выражение для значения фазы поля в точке с координатами x_i, y_i :

$$\varphi(x_i, y_i) = \arccos \left\{ \frac{I(u, v) - I(u, v, x_i, \Delta x_i, y_i, \Delta y_i)}{2 \Delta S [I(x_i, y_i) I(u, v)]^{1/2}} \right\} - (ux_i + v y_i) - \xi(u, v). \quad (9)$$

Ввиду неоднозначности, вносимой вторым и третьим членами этого выражения, оно не может использоваться как расчетное. Чтобы разрешить проблему, проинтегрируем обе части выражения (9) по переменным u и v с учетом симметрии измерительной схемы. Очевидно, что интеграл от второго члена правой части выражения (9) будет равен нулю, а интегрирование последнего члена даст константу.

Заметим, что при измерении фазы выбор точки отсчета может быть произведен произвольно, т.к. в данном случае имеет смысл только относительное состояние фаз. Отсюда расчетное соотношение в непрерывной форме будет иметь вид

$$\varphi(x_i, y_i) = \frac{1}{4 u_1 v_1} \int_{-u_1}^{u_1} \int_{-v_1}^{v_1} \arccos \left\{ \frac{I(u, v) - I(u, v, x_i, \Delta x_i, y_i, \Delta y_i)}{2 \Delta S [I(x_i, y_i) I(u, v)]^{1/2}} \right\} du dv. \quad (10)$$



Восстановленное распределение фазы

Следовательно, процесс измерения фазы поля выглядит следующим образом:

- регистрируется распределение интенсивности спектра исходного поля $I(u, v)$;
- площадь входной апертуры разбивается на N элементарных площадок ΔS , центры которых заданы координатами $x_i, y_i, i = \overline{1, N}$, и измеряется интенсивность поля, падающего на каждую из площадок $I(x_i, y_i)$;

– последовательно на каждую из элементарных площадок укладываются непрозрачные маски и регистрируются интенсивности $I(u, v, x_i, \Delta x_i, y_i, \Delta y_i)$ в фокальной плоскости линзы;
 – расчет искоемых значений фаз производится по формуле (8).

Перечисленные действия могут выполняться как последовательно во времени, так и одновременно при условии распараллеливания оптических пучков.

Пример. Рассмотрим простейший случай, когда амплитудное распределение входного пучка равномерно, а фазовое задано наклоном $L = (2\pi/\lambda)(\Delta\lambda/a)$, т. е.:

$$F(x) = A \exp(-jLx). \quad (11)$$

Изображение в фокальной плоскости линзы будет иметь следующий вид:

$$I(u) = \frac{4A^2}{(u+L)^2} \left| \sin \frac{(u+L)a}{2} \right|^2, \quad (12)$$

где a – размер апертуры.

Так как интенсивность $I(u)$ задана аналитически, то нет смысла в переходе в данном случае к разностной схеме. Достаточно выражение (10) продифференцировать по параметру a , сделав его переменным, т.е.

$$\frac{dI(u, x)}{dx} \Big|_{x=x_i} = \frac{4A^2}{(u+L)} \left| \sin \frac{(u+L)x_i}{2} \cos \frac{(u+L)x_i}{2} \right|. \quad (13)$$

Подставив полученное выражение в (8) и проделав несложные преобразования, получим

$$\varphi(x_i) = \frac{1}{2u_1} \int_{-u_1}^{u_1} \arccos \left\{ \frac{\left| \sin \frac{(u+L)x_i}{2} \cos \frac{(u+L)x_i}{2} \right|}{\sin \frac{(u+L)a}{2}} \right\} du. \quad (14)$$

Очевидно, что при $x_i = a$ после проведения операций сокращения и интегрирования будем иметь

$$\varphi(a) = \pm \frac{aL}{2}. \quad (15)$$

Зависимость $\varphi(x_i)$ при других значениях x_i приведена на рисунке.

Выводы

Таким образом, предложенный алгоритм, в отличие от известных, не критичен к неравномерному распределению интенсивности пучка по входной апертуре. Его практическая реализация может быть осуществлена в реальном масштабе времени с помощью оптических транспарантов. Очевидно, что пример, рассмотренный в статье, довольно прост. Однако он позволяет в достаточно полной мере показать последовательность операций при реализации разработанного алгоритма. Приведенные результаты получены авторами без учета влияния размеров маски, налагаемой на входную апертуру, и в отсутствие шумов регистрации. Эти вопросы являются темой дальнейших исследований.

1. Василенко Г.И., Тараторин А.М. Восстановление изображений. М.: Радио и связь, 1986. 304 с.
2. Кузнецова Т.И. //Успехи физ. наук. 1988. Т. 154. Вып. 4. С. 677.
3. Акимов Г.А., Сырых Ю.П., Фролов А.В. //Автометрия. 1988. № 1. С. 85.
4. А. с. № 1443012. В.З. Гуревич, Э.И. Круницкий, Г.А. Кудрина и др. Способ анализа волновых фронтов светового поля.
5. Безуглов Д.А., Мищенко Е.Н., Серпенинов О.В. //Оптика атмосферы. 1991. Т. 4. № 2. С. 161–165.

Поступила в редакцию
13 июля 1992 г.

E.N. Mishchenko, S.E. Mishchenko, D.A. Bezuglov. **An Algorithm of Reconstructing the Phase Front of an Input Beam from Measured Intensity of its Fourier Transform.**

An algorithm of reconstructing the phase front of an input beam with nonuniform intensity distribution over the beam aperture based on analysis of Fourier spectra of a multiply amplitude-transformed optical field is derived.