

ИСТОЧНИКИ И ПРИЕМНИКИ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

УДК 535.8:621.37

**Влияние формы амплитудного профиля сфокусированного
лазерного излучения на эффективность генерации
второй гармоники**

В.О. Троицкий^{✉*}

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 30.06.2023 г.;
после доработки 1.08.2023 г.;
принята к печати 2.10.2023 г.

Одной из наиболее актуальных задач прикладной нелинейной оптики является увеличение эффективности генерации гармоник лазерного излучения в нелинейных кристаллах. В данной работе теоретически исследуется процесс генерации второй гармоники (ГВГ) в сходящемся (сфокусированном в кристалл) лазерном пучке; оценивается влияние формы амплитудного профиля (ФАП) основного излучения (до линзы) на эффективность ГВГ и оптимальные значения параметров фокусировки и волновой расстройки. Полученные результаты показывают, что в зависимости от ФАП оптимальные значения параметров фокусировки, и особенно волновой расстройки, изменяются в весьма широких пределах. Демонстрируется сильное влияние ФАП на величину эффективной апертурной длины – основного параметра, ограничивающего эффективность ГВГ. Показано, что оптимизация самой ФАП позволяет увеличить максимальную эффективность ГВГ не более чем на ~10%.

Ключевые слова: генерация второй гармоники, система нелинейных волновых уравнений, методы численного решения, оптимальная фокусировка, оптимальная форма амплитудного профиля лазерного пучка; second harmonic generation, nonlinear wave equation, numerical method, optimal focusing, optimal laser beam amplitude profile.

Введение

Непрерывное или импульсное (с частотами повторения импульсов в единицы – десятки килогерц) мощное (со средней мощностью в единицы Ватт) когерентное УФ-излучение является весьма перспективным инструментом для решения большого числа задач, связанных, например, с микрообработкой материалов, медициной, зондированием атмосферы, созданием систем лазерной связи [1–4]. На сегодняшний день наиболее распространенным способом получения такого излучения следует считать генерацию высших (3-, 4- или 5-й) гармоник (ГВГ) Nd:YAG-лазеров с оптической накачкой [5–7]. К сожалению, указанные лазеры генерируют в области ~1,06 мкм, и, следовательно, при их использовании УФ-излучение можно получить только после двух- или даже трехкаскадного преобразования частоты. Данное обстоятельство сильно усложняет конструкцию источника УФ-излучения, увеличивает его и без того немалую стоимость и, что самое главное, уменьшает эффективность ГВГ.

Отмеченный недостаток устраняется, если в качестве источника основного излучения использовать

отпаянные лазеры на парах бромида меди (ЛПБМ), которые генерируют одновременно две линии: 0,5106 и 0,5782 мкм, с суммарной средней мощностью вплоть до 100 Вт и более [8, 9]. Эти лазеры достаточно просты в изготовлении; доступны в финансовом смысле, если, разумеется, речь не идет об указанных рекордных значениях мощности; а частоту их излучения можно эффективно (с КПД до ~48%) удваивать [10, 11], используя, например, кристаллы β -BaV₂O₄ (ВВО). Дополнительное преимущество ЛПБМ (как, впрочем, и любых других модификаций «медных» лазеров) состоит в том, что с их помощью можно с одним нелинейным кристаллом получить три дискретно перестраиваемые УФ-линии: 255, 278 и 271 нм, приблизительно одинаковой мощности [12].

Основным недостатком ЛПБМ, с точки зрения обсуждаемых проблем, является их сравнительно невысокая импульсная плотность мощности. В силу этого для возникновения достаточной «нелинейности» лазерный пучок необходимо фокусировать в кристалле, причем тем жестче, чем меньше импульсная мощность основного излучения. В результате схема источника УФ-излучения заметно усложняется за счет появления в ее составе фокусирующей системы. Хорошо известно [13], что чем сильнее фокусировка, т.е. чем меньше поперечные размеры

* Владимир Олегович Троицкий (qel@iao.ru).

лазерного пучка в кристалле, тем сильнее проявляются механизмы, ограничивающие эффективность генерации гармоник лазерного излучения. Имеются в виду так называемые диафрагменный и угловой апертурные эффекты, за счет которых в отдельных практически значимых случаях КПД нелинейного преобразования может уменьшаться более чем в 20 раз. Понятно, что при наличии таких мощных ограничивающих факторов принципиальное значение приобретают вопросы максимально полной оптимизации выбранного нелинейного процесса, т.е. поиск и использование всех возможностей, приводящих к увеличению его эффективности.

Решение сформулированной многофакторной задачи чисто экспериментальными методами представляется делом весьма сложным, в связи с чем большое значение приобретает возможность предварительного теоретического моделирования выбранного нелинейного процесса. Теорию генерации гармоник лазерного излучения в условиях, когда дифракцией взаимодействующих полей можно пренебречь (слабая фокусировка пучка в кристалл), к настоящему времени можно считать вполне сложившейся. Подробную библиографию по этой теме можно найти, например, в [13]. Первое теоретическое описание процесса ГВГ в сильно сфокусированном пучке (когда учет дифракции становится принципиальным) было предложено в [14]. В [14] предполагалось, что лазерное излучение является гауссовым и фокусируется в кристалл сферической линзой, а его основным практическим результатом следует считать введение понятия «оптимальная фокусировка»: максимальная эффективность ГВГ реализуется только при единственном (оптимальном) значении фокусного расстояния линзы. В работе [15] было показано, что максимальную эффективность ГВГ можно увеличить на ~20%, если вместо сферической линзы использовать две скрещенных цилиндрических линзы с разными оптимально выбранными фокусными расстояниями. Авторы [16] показали, что результат оптимизации фокусирующей системы должен зависеть от мощности лазерного излучения. В [14] отмечалось, что максимальная эффективность ГВГ в сфокусированном пучке достигается не при точном выполнении условия синхронизма, а при наличии оптимальной волновой расстройки. В [17] приводятся количественные оценки влияния волновой расстройки на эффективность ГВГ, а в [18] показано, что величина этого оптимизируемого параметра также является функцией мощности основного излучения. Важной характеристикой любого нелинейного материала выступает предельно допустимая величина плотности мощности (см., например, [19]), создаваемая взаимодействующими полями. В [20] показано, что учет этого параметра значительно влияет на результаты решения задачи оптимизации.

Еще одним исходным параметром, величина которого должна, очевидно, оптимизироваться (по крайней мере, в теории), является форма амплитудного профиля (ФАП) основного излучения — вид функции распределения амплитуды лазерного

пучка в поперечном сечении. Цель настоящей работы — теоретическая оценка влияния ФАП на эффективность ГВГ и оптимальное значение фокусного расстояния линзы. В доступных источниках сведений об аналогичных исследованиях найти не удалось.

Основу существующей на сегодняшний день теории генерации гармоник составляет система нелинейных волновых укороченных уравнений, впервые предложенная в [21]. В общем случае, включая и обсуждаемую задачу (высокоэффективная ГВГ в сфокусированном пучке), аналитическое решение указанных уравнений не представляется возможным, поэтому развитие теории предполагало разработку подходящих численных методов. Первая попытка в этом направлении была предпринята в [22], где использовался метод разностных схем. Наиболее распространенная численная схема решения неоднородных волновых уравнений, в том числе и нелинейных, была предложена в [23, 24]. Основу метода составляет быстрое преобразование Фурье [25], что позволяет, по сравнению с [22], заметно уменьшить время проведения расчетов.

Исследования, основные результаты которых будут представлены в данной статье, проводились с использованием еще одной возможной методики численного решения системы нелинейных волновых уравнений, основные положения которой обсуждались в [26]. Основное преимущество данного подхода состоит в том, что с его помощью, правда, только в приближении заданного поля, решение для амплитуды второй гармоники можно представить в достаточно простом аналитическом виде. Важно заметить, что данное решение, в отличие от формулы Бойда—Клейнмана [14], остается справедливым и для ГВГ лазерного излучения с произвольной (не обязательно гауссовой) ФАП. В ходе выполнения настоящей работы эта возможность часто использовалась.

1. Исходные условия и методика расчетов

В данной работе будем считать, что слой, заключенный между плоскостями $z = 0$ и $z = L$, является однородной одноосной квадратично нелинейной непоглощающей средой (кристалл), а все остальное пространство — вакуум. Рассматривается ситуация, когда оптическая ось кристалла располагается в плоскости XZ системы координат. Предполагается, что на кристалл падает лазерное излучение (E_1), которое является монохроматическим (с частотой ω) параксиальным пучком, распространяющимся в положительном направлении оси Z . При такой постановке задачи и выполнении известных [13] дополнительных условий в кристалле может наблюдаться процесс ГВГ. Поле второй гармоники (E_2) (с частотой 2ω) будет обозначаться векторной функцией E_2 . Все исследования проводились для частного случая — процесс ГВГ осуществляется при скалярном «*ооe*»-взаимодействии. Это означает

[13], что основное излучение (\mathbf{E}_1) считается «о»-волной, а излучение ВГ (\mathbf{E}_2) – «е»-волной.

С учетом сделанных выше замечаний выражения для взаимодействующих полей на плоскости наблюдения $z = \text{const}$ внутри кристалла должны записываться следующим образом:

$$\mathbf{E}_1(x, y, z, t) = \mathbf{j}U_1(x, y, z) \exp[i(kn_1z - \omega t)], \quad (1)$$

$$\mathbf{E}_2(x, y, z, t) = \mathbf{i}U_2(x, y, z) \exp[2i(kn_2z - \omega t)], \quad (2)$$

где \mathbf{i} и \mathbf{j} – орты осей X и Y ; $n_1 = n_o(\omega)$;

$$n_2 = \frac{n_o(2\omega)n_e(2\omega)}{\sqrt{n_e^2(2\omega)\cos^2\theta + n_o^2(2\omega)\sin^2\theta}}, \quad n_o \text{ и } n_e - \text{главные}$$

показатели преломления одноосной среды, зависящие от частоты излучения, θ – угол между оптической осью кристалла и осью Z системы координат; $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$.

В (1)–(2) функции $U_{1,2}(x, y, z)$ для всех $0 \leq z \leq L$ должны [13, 21] являться решением системы укороченных нелинейных волновых уравнений

$$\frac{\partial U_1}{\partial z} + \frac{1}{2ikn_1} \left(\frac{\partial U_1}{\partial x^2} + \frac{\partial U_1}{\partial y^2} \right) = i\sigma U_1^* U_2 e^{i\Delta_k z}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial z} + \rho \frac{\partial U_2}{\partial x} + \frac{1}{4ikn_2} \left(\frac{\partial U_2}{\partial x^2} + \frac{\partial U_2}{\partial y^2} \right) = i\sigma U_1^2 e^{-i\Delta_k z} \quad (4)$$

и удовлетворять граничным условиям, заданным, например, на плоскости $z = 0$ внутри кристалла,

$$U_1(x, y, z = 0) = V(x, y), \quad (5)$$

$$U_2(x, y, z = 0) = 0, \quad (6)$$

где $\Delta_k = 2k(n_2 - n_1)$ – волновая расстройка; ρ и σ – угол двулучепреломления и коэффициент нелинейной связи [13]. Уравнение (6) определяет типичное для процессов ГВГ требование – поле ВГ на входе в кристалл отсутствует.

В дальнейшем будем предполагать, что обсуждаемая нелинейная задача состоит в определении функций \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 , но уже не внутри кристалла, а на плоскости $z = L_0$, расположенной на расстоянии z_0 позади кристалла:

$$z = L + z_0 = L_0. \quad (7)$$

При этом вместо (1)–(2) должны использоваться следующие представления:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(x, y, L_0, t) &= \\ &= \mathbf{j}U_1(x, y, L_0) \exp(i[k(n_1L + z_0) - \omega t]), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_2(x, y, L_0, t) &= \\ &= \mathbf{i}U_2(x, y, L_0) \exp(i2[k(n_2L + z_0) - \omega t]), \end{aligned} \quad (9)$$

где $U_1(x, y, L_0) = A_1(x, y, L_0) \exp[ik(x^2 + y^2)/2R]$, $R = R(L_0)$ – радиус волнового фронта; $U_2(x, y, L_0) = A_2(x, y, L_0) \exp[ik((x - \rho L)^2 + y^2)/R]$.

При использовании численной схемы [23, 24] комплексные амплитуды полей (8), (9) определя-

ются следующим образом. Сначала для плоскости $z = L$ внутри кристалла находится решение системы уравнений (3), (4) – функции $U_{1,2}(x, y, z = L)$. Затем решается задача преломления этих полей на выходной грани кристалла ($z = L$). При этом влияние отраженных волн на процесс ГВГ считается пренебрежимо малым. «Преломленные» поля используются в качестве новых граничных условий, с которыми решаются задачи распространения основного излучения и излучения ВГ в вакууме от плоскости $z = L$ до плоскости $z = L_0$.

Результат распространения поля от произвольной плоскости $z = t$, на которой определено граничное условие, до произвольной плоскости $z = L_0 > t$ – плоскости наблюдения, везде ниже будет обозначаться с помощью функций $U_{1,2}(x, y, L_0, t)$. Индексы «1» и «2» соответствуют основной волне и волне ВГ. Понятно, что конкретный вид этих функций находится из решений однородных уравнений (3), (4). Если распространение осуществляется в вакууме, то в (3), (4) должны, очевидно, выполняться равенства $n_1 = n_2 = 1$, $\rho = 0$.

Пусть граничные условия – функции $U_{1,2}(x, y, t)$ – считаются заданными внутри кристалла ($t \leq L$). Тогда, используя результаты [27], легко показать, что должны выполняться следующие равенства:

$$\begin{aligned} U_1(x, y, L_0, t) &= -\frac{ik}{2\pi t_L} T_2 \iint_{-\infty}^{+\infty} U_1(\xi, \eta, t) \times \\ &\times \exp\left[ik \frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{2t_L} \right] d\xi d\eta, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} U_2(x, y, L_0, t) &= -\frac{ik}{\pi t_L} T_2 \iint_{-\infty}^{+\infty} U_2(\xi, \eta, t) \times \\ &\times \exp\left[ik \frac{(x - \xi - \rho(L - t))^2 + (y - \eta)^2}{t_L} \right] d\xi d\eta, \end{aligned} \quad (11)$$

где $t_L = z_0 + (L - t)/n$; $T_2 = 2n/(n + 1)$ – коэффициент Френеля для преломления на выходной грани кристалла (плоскость $z = L$) в приближении нормального падения [28], предполагается выполненным условие

$$n_2 \approx n_1 \equiv n. \quad (12)$$

Решения (10)–(11) учитывают, что поля распространяются и в одноосной среде (дистанция $(L - t)$), и в вакууме (дистанция $(L_0 - L = z_0)$). Преломление на выходной грани кристалла (плоскость $z = L$) учитывается с помощью коэффициента T_2 .

С учетом сделанных замечаний получается, что цель настоящей работы сводится к поиску численных представлений функций

$$\begin{aligned} U_{1,2}(x, y, L_0) &= U_{1,2}(x, y, L_0, L) = \\ &= U_{1,2}(x, y, L_0, z \rightarrow L). \end{aligned} \quad (13)$$

В [26] было показано, что функции (13) можно определить с помощью рекуррентных формул

$$\begin{aligned}
A_2(x_0, y_0, L_0, z_{m+1}) &= A_2(x_0, y_0, L_0, z_m) + \\
&+ \frac{i\sigma}{T_2} \left[\frac{ik}{\pi z_0} \right] \int_0^{\Delta} \exp[-iQ_0(z_m + t)] \times \\
&\times \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_1(x - x_0, y - y_0, L_0, z_m) \times \right. \\
&\times A_1(x + x_0, y + y_0, L_0, z_m) e^{-i\Psi(z_m + t)} dx dy \left. \right\} dt, \quad (14) \\
A_1(x_0, y_0, L_0, z_{m+1}) &= A_1(x_0, y_0, L_0, z_m) + \\
&+ \frac{i\sigma}{T_2} \left[-\frac{ik}{\pi z_0} \right] \int_0^{\Delta} \exp[iQ_0(z_m + t)] \times \\
&\times \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_1^*(2x + x_0, 2y + y_0, L_0, z_m) \times \right. \\
&\times A_2(x + x_0, y + y_0, L_0, z_m + t) e^{i\Phi(z_m + t)} e^{i\Psi(z_m + t)} dx dy \left. \right\} dt, \quad (15)
\end{aligned}$$

где

$$z_m = (m - 1)\Delta, \quad m = 1, 2, \dots, N, \quad \Delta = L/N; \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
\Psi(t) &= k(x^2 + y^2) \left(\frac{1}{t_L} - \frac{1}{R} \right) = k(x^2 + y^2) \times \\
&\times \frac{(z_0 + L/(2n) - z_0 - (L - t)/n)}{t_L R} \approx k(x^2 + y^2) \frac{(t - L/2)}{nz_0^2}, \\
R &= z_0 + L/(2n); \quad \Phi(t) = -2k \frac{xp t}{R} \approx -2k \frac{xp t}{z_0}; \\
Q_0 &= \Delta_k - 2k \frac{x_0 p}{R} \approx \Delta_k - 2k \frac{x_0 p}{z_0}.
\end{aligned}$$

Формулы (14), (15) представлены для комплексных амплитуд $A_{1,2}$, которые были определены в (8), (9) и которые, в отличие от амплитуд $U_{1,2}$, являются менее осциллирующими по переменным x и y . Предполагается, что плоскость наблюдения располагается настолько далеко от кристалла (в (7) $z_0 \rightarrow \infty$), что уверенно выполняются приближения, использованные в комментариях к (14), (15). Данное условие не является обязательным, но оно несколько упрощает расчеты.

Рекуррентный процесс (14), (15) должен, очевидно, начинаться с задания стартовых условий — в рассматриваемой ситуации с задания функций $A_{1,2}(x, y, L_0, z_1 = 0)$. Что касается поля ВГ, то в силу (6) должно выполняться

$$A_2(x, y, L_0, z_1 = 0) = 0. \quad (17)$$

Выражение для $A_1(x, y, L_0, z_1 = 0)$ легко получить с помощью (10), где $t = 0$, а вместо $U_1(x, y, t = 0)$ используется функция (5), которую, правда, необходимо сначала конкретизировать с учетом особенностей обсуждаемой задачи.

Все исследования проводятся для случая, когда лазерное излучение фокусируется в кристалл тонкой сферической линзой с фокусным расстоянием f . Линза располагается на таком расстоянии z_c перед кристаллом, чтобы плоскость перетяжки совпадала с плоскостью $z = L/2$. Считается, что лазерный пучок, падающий на линзу, имеет плоский фазовый фронт и ФАП (см. введение), которая определяется функцией

$$\begin{aligned}
V_1(x, y, z = -z_c) &\equiv V_1(x, y) = \\
&= A_0 \exp\left[-(x^2/a_0^2)^g - (y^2/a_0^2)^g\right], \quad (18)
\end{aligned}$$

$$\text{где } A_0 = \sqrt{\frac{8\pi P_0}{cI}}, \quad I = \iint_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-2\left(\frac{x^2}{a_0^2}\right)^g - 2\left(\frac{y^2}{a_0^2}\right)^g\right] dx dy,$$

c — скорость света, P_0 — импульсная мощность лазерного излучения до линзы, потери на линзе не учитываются; показатель степени g может принимать любые значения (как целые, так и дробные) в интервале от нуля до бесконечности; a_0 — радиус пучка на линзе. Предполагается, что лазер генерирует импульсы прямоугольной формы с длительностью, достаточно большой для уверенного использования квазистатического приближения [13].

Учитывая эти дополнительные условия и привлекая (10), функцию $A_1(x, y, L_0, z_1 = 0)$ можно представить в виде

$$\begin{aligned}
A_1(x, y, L_0, z_1 = 0) &\equiv A_{1Л}(x, y, L_0) = \\
&= -\frac{ikT_1T_2}{2\pi z_D} \exp\left(-ik \frac{x^2 + y^2}{2R}\right) \times \\
&\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} V_1(\xi, \eta) \exp\left(-ik \frac{\xi^2 + \eta^2}{2f}\right) \times \\
&\times \exp\left[ik \frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{2z_D}\right] d\xi d\eta, \quad (19)
\end{aligned}$$

где $z_D = z_c + L/n + z_0$; $T_1 = n/(n + 1)$ — коэффициент Френеля для преломления на входной грани кристалла (плоскость $z = 0$) в приближении нормального падения [28]; величина n определена в (12); R определен в (14), (15).

Детальное обсуждение численной схемы, реализующей рекуррентный процесс (14), (15) (включая многочисленные проверки), было проведено в [29], но только для случая, когда лазерное излучение является гауссовым пучком — в (18) $g = 1$. В связи с этим становятся понятными и основные задачи настоящей работы. Во-первых, необходимо проверить, появляются ли какие-нибудь проблемы при использовании решения (14), (15) в тех случаях, когда в (18) $g \neq 1$. Во-вторых, нужно

оценить влияние ФАП основного излучения на эффективность ГВГ.

Предполагается, что основным излучением является «зеленая линия» лазера на парах меди ($\lambda = 0,5106 \cdot 10^{-4}$ см), а нелинейным элементом – кристалл ВВО, основные сведения о котором взяты из [30]. Использовались следующие значения параметров, присутствующих в выражениях (14), (15):

$$\begin{aligned} n &= 1,67625; \rho = -0,08483; \sigma = 0,00159 \text{ 1/В}; \\ T_1 &= 0,74731; T_2 = 1,25629; L = 1 \text{ см}; \\ z_0 &= 10^8 \text{ см}; a_0 = 1 \text{ см}. \end{aligned} \quad (20)$$

2. Приближение заданного поля

Если мощность основного излучения достаточно мала, то в (15) для всех $0 \leq z \leq L$ должно иметь место приближенное равенство

$$A_1(x, y, L_0, z) \approx A_1(x, y, L_0, z_1 = 0) \equiv A_{1л}(x, y, L_0), \quad (21)$$

которое означает, что основное излучение в процессе ГВГ остается невозмущенным (заданным). По этой причине приближение, обеспечивающее выполнение (21), называется приближением заданного поля (ПЗП) [13].

Чтобы в ПЗП найти вид функции $A_2(x, y, L_0, z) \equiv A_{2п}(x, y, L_0, z)$, необходимо подставить (21) в (14) и вычислить интеграл по t , который в этом случае берется точно [17]. В результате получаем

$$\begin{aligned} A_{2п}(x_0, y_0, L_0, z) &= \frac{i\sigma}{T_2} \left[\frac{ik}{\pi z_0} \right] \int_0^z \exp[-iQ_0 t] \times \\ &\times \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_{1л}(x - x_0, y - y_0, L_0) \times \right. \\ &\times \left. A_{1л}(x + x_0, y + y_0, L_0) e^{-i\varphi(t)} dx dy \right\} dt = \\ &= \left[-\frac{ik\sigma z}{\pi z_0 T_2} \right] e^{-\frac{iQ_0 z}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_{1л}(x - x_0, y - y_0, L_0) \times \\ &\times A_{1л}(x + x_0, y + y_0, L_0) \text{sinc}\left(\frac{Qz}{2}\right) \exp(i\varphi) dx dy, \quad (22) \end{aligned}$$

где параметр Q_0 определен в (14), (15); $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$; $Q = Q_0 + \frac{k(x^2 + y^2)}{nz_0^2}$; $\varphi = \varphi(x, y, z) = k(x^2 + y^2) \frac{(L - z)}{2nz_0^2}$.

В задачах о ГВГ в сфокусированных пучках, как отмечалось во введении, принципиальное значение приобретают вопросы, связанные с оптимальным выбором фокусного расстояния линзы и волновой расстройки. Для количественного описания степени фокусировки и точности выполнения усло-

вия синхронизма в теории ГВГ обычно используются безразмерные параметры фокусировки (ξ) и приведенной волновой расстройки (Δ_{k_0}) [13], которые определяются следующим образом:

$$\xi = L/(kn\omega^2), \quad \Delta_{k_0} = \Delta_k L/2, \quad (23)$$

где ω – радиус перетяжки основного излучения, которая (см. выше) располагается в середине кристалла.

На рис. 1 представлены зависимости оптимальных значений параметров (23) от показателя степени g из (18), который в дальнейшем будем называть форм-фактором. Для большей наглядности на рис. 1 приведен график $\Delta_m(g) = -[\Delta_{k_0}(g)]_{\text{opt}}$. Расчеты проводились, разумеется, с использованием решения (22). Эффективность (КПД) ГВГ, для обозначения которой будем использовать символ η , определялась стандартным образом (см., например, [26]). Оптимальными считались такие значения $\xi = \xi_{\text{opt}}$ и $\Delta_{k_0} = (\Delta_{k_0})_{\text{opt}}$, при которых функция $\eta = \eta(\xi, \Delta_{k_0})$ достигала максимального значения.

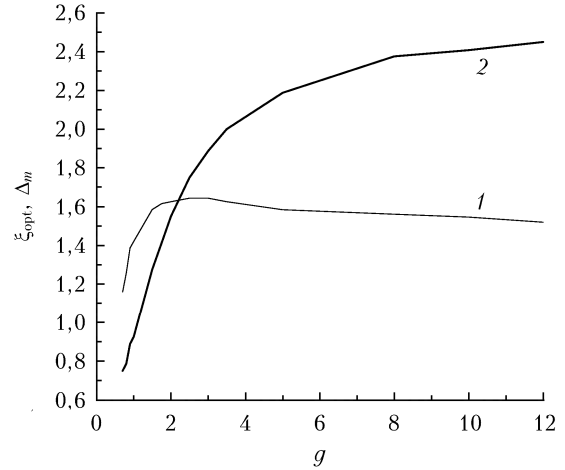


Рис. 1. Оптимальные значения параметров ξ (кривая 1) и $\Delta_m = -(\Delta_{k_0})_{\text{opt}}$ (кривая 2) как функции форм-фактора

Проведенные исследования, по результатам которых были построены кривые на рис. 1, показали, что для каждого значения форм-фактора зависимости эффективности ГВГ от величин параметров (23) оказываются достаточно слабыми (здесь эти результаты не приводятся). В связи с этим возникает закономерный вопрос: какая ошибка в определении эффективности ГВГ будет возникать, если зависимости, представленные на рис. 1, вообще не принимать во внимание? Например, для всех g в качестве ξ_{opt} и $(\Delta_{k_0})_{\text{opt}} \equiv \Delta_{\text{opt}}$ использовать значения $\xi_G = 1,42$ и $\Delta_G = -0,95$, которые являются (см. рис. 1) оптимальными для гауссовых пучков (в (18) $g = 1$). Для ответа на этот вопрос необходимо определить три зависящих от g функции ошибок:

$$\begin{aligned} O_\xi(g) &= 100\% \cdot \frac{\eta(\xi_{\text{opt}}, \Delta_{\text{opt}}) - \eta(\xi_G, \Delta_{\text{opt}})}{\eta(\xi_{\text{opt}}, \Delta_{\text{opt}})}, \\ O_\Delta(g) &= 100\% \cdot \frac{\eta(\xi_{\text{opt}}, \Delta_{\text{opt}}) - \eta(\xi_{\text{opt}}, \Delta_G)}{\eta(\xi_{\text{opt}}, \Delta_{\text{opt}})}, \end{aligned}$$

$$O_{\text{sum}}(g) = 100\% \cdot \frac{\eta(\xi_{\text{opt}}, \Delta_{\text{opt}}) - \eta(\xi_G, \Delta_G)}{\eta(\xi_{\text{opt}}, \Delta_{\text{opt}})}, \quad (24)$$

где значения ξ_{opt} и Δ_{opt} , зависящие от форм-фактора, определяются с помощью кривых на рис. 1.

Графики функций (24) приведены на рис. 2. Из представленных результатов следует, что в тех случаях, когда точность определения эффективности ГВГ не хуже 1% считается удовлетворительной, зависимости ξ_{opt} и Δ_{opt} от величины форм-фактора можно не учитывать.

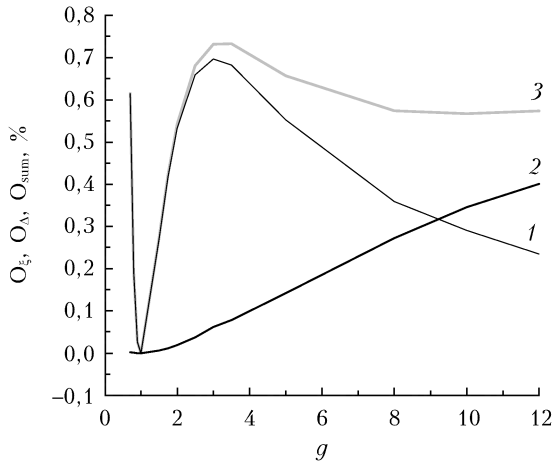


Рис. 2. Зависимости ошибок O_ξ (кривая 1), O_Δ (кривая 2) и O_{sum} (кривая 3) от форм-фактора

На рис. 3 представлены зависимости эффективности ГВГ от величины форм-фактора. Кривая 1 построена для случая, когда для каждого значения g параметры (23) выбирались оптимальными с использованием рис. 1. Остальные графики получены для постоянной волновой расстройки $-\Delta_{k_0} = \Delta_G = -0,95$, и трех фиксированных значений параметра фокусировки: $\xi = 2$ (кривая 2), 1 (кривая 3) и $0,8$ (кривая 4).

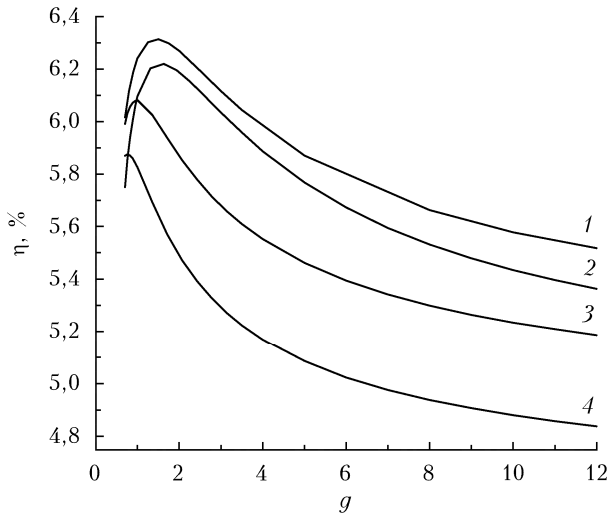


Рис. 3. Эффективность ГВГ как функция от форм-фактора и параметра фокусировки: 1 — $\xi = \xi_{\text{opt}}$, 2 — $\xi = 2$, 3 — $\xi = 1$, 4 — $\xi = 0,8$

Результаты, представленные на рис. 3, показывают, что эффективность ГВГ зависит от ФАП основного излучения, хотя и не слишком сильно: максимальные и минимальные значения η , например на кривой 1, отличаются приблизительно на 10%. Оптимальное значение форм-фактора $g_{\text{opt}} \approx 1,5$. Однако это справедливо в случае, если $\xi \geq \xi_{\text{opt}}$. Для всех $\xi < \xi_{\text{opt}}$ значение g_{opt} уменьшается.

3. Эффективная апертурная длина

Выражение (22), полученное в ПЗП, определяет максимальное возмущение поля ВГ, заданного на входе в кристалл (в рассматриваемом случае это поле отсутствует), обусловленное нелинейными процессами на дистанции от входной грани кристалла до произвольной плоскости $z = \text{const} \leq L$.

Пусть теперь функция $A_{1\Pi}(x, y, L_0, z)$ определяет максимальное возмущение поля на основной частоте. Тогда, используя (15), (21) и (22), легко показать, что, например, для случая $z = L$ данная функция должна иметь вид

$$A_{1\Pi}(x, y, L_0, L) = \frac{i\sigma}{T_2} \left[-\frac{ik}{\pi z_0} \right] \int_0^L \exp[iQ_0 t] \times \\ \times \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_{1Л}^*(2\xi + x, 2\alpha + y, L_0) \times \right. \\ \left. \times A_{2\Pi}(\xi + x, \alpha + y, L_0, t) e^{i\Phi(t)} e^{i\Psi(t)} d\xi d\alpha \right\} dt, \quad (25)$$

где функции $\Phi(t)$ и $\Psi(t)$ определены в (14), (15).

Основной недостаток выражения (25) состоит в том, что во многих интересных для практики случаях стоящая под интегралом в (25) функция $A_2(x, y, L_0, z)$ (или $A_{2\Pi}(x, y, L_0, z)$, если решение проводится в ПЗП) становится быстро осциллирующей по переменной x [26]. Причем чем больше величина t , тем сильнее эти осцилляции, тем больше узлов (N_x) на оси X нужно использовать для осуществления численного интегрирования по x с удовлетворительной точностью, тем больше времени потребуется для выполнения вычислений. Чтобы обойти эту проблему, в [26] было предложено поступать следующим образом.

На первом шаге вводится функция

$$A_{2A}(z_A, x, y, L_0, z) = \frac{i\sigma}{T_2} \left[\frac{ik}{\pi z_0} \right] \int_{z-z_A}^z \exp[-iQ_0 t] \times \\ \times \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_1(x - \xi, y - \alpha, L_0, t) \times \right. \\ \left. \times A_1(x + \xi, y + \alpha, L_0, t) e^{-i\Psi(t)} d\xi d\alpha \right\} dt, \quad (26)$$

где новая переменная z_A может принимать значения от 0 до L , причем для всех $z \leq z_A$ формально считается, что $z_A = z$.

Таким образом, в случае $z_A = 0$ должно выполняться равенство $A_{2A}(z_A = 0, x, y, L_0, z) \equiv 0$, а в случае $z \leq z_A$ — $A_{2A}(z_A, x, y, L_0, z) \equiv A_2(x, y, L_0, z)$. Определение (26) остается в силе и в том случае, если решение задачи осуществляется с использованием ПЗП. При этом под интегралом в (26) необходимо вместо $A_1(x, y, L_0, z)$ использовать, согласно (21), функцию $A_{1л}(x, y, L_0)$, определенную в (19), что позволяет, как и при выводе (22), интеграл по x вычислить точно. Для экономии места этот результат здесь не приводится.

Второй шаг состоит в замене функции $A_2(x, y, L_0, t)$, стоящей под интегралом в (15), функцией (26). При правильном выборе значения параметра z_A , который в этом случае называют эффективной апертурной длиной [13], функция $A_{2A}(z_A, x, y, L_0, t)$ не успевает стать быстро осциллирующей [26]. Благодаря этому для численного расчета интеграла по x в (15) можно использовать сравнительно небольшое количество узлов (N_x) на оси X . В данных исследованиях $N_x < 50$ для всех рассмотренных случаев.

Из сказанного выше становится понятным, что для использования решения (14), (15) необходимо прежде всего определить параметр z_A , величина которого должна зависеть от параметра фокусировки (ξ), мощности основного излучения (P_0) и форм-фактора (g). Проще всего это сделать, если оставаться в рамках ПЗП. В этом случае максимально возмущенное поле на основной частоте должно записываться в виде

$$A_1(z_A, x, y, L_0, L) = A_{1л}(x, y, L_0) + A_{1п}(x, y, L_0, L), \quad (27)$$

где $A_{1п}$ определяется с помощью (25), в котором вместо $A_{2п}(x, y, L_0, t)$ используется выражение (26), записанное для случая ПЗП.

Понятно, что амплитуда (27), определяемая с помощью (26), должна зависеть от величины параметра z_A , равно как и мощность — $P_1 = P_1(z_A, L)$ поля (27). Сказанное позволяет определить ошибку

$$O_1(z_A) = 100\% \cdot \frac{P_1(z_A, L) - P_1(z_A + D_z, L)}{P_1(z_A, L)}, \quad (28)$$

где (в данных исследованиях) величина $D_z = 0,01$ см.

Можно показать, что по мере увеличения параметра z_A (от начального значения $z_A = 0$) ошибка (28) монотонно уменьшается, всегда оставаясь положительной. Это означает, очевидно, что мощность $P_1 = P_1(z_A, L)$ выходит на некоторый постоянный уровень и дальнейшее увеличение z_A существенного влияния на точность расчетов оказывать не будет. Именно это обстоятельство, справедливость которого будет продемонстрирована в следующем разделе, и позволяет в (15) использовать сравнительно «медленную» функцию (26) вместо быстро осциллирующей амплитуды $A_2(x, y, L_0, t)$.

Пусть точность вычисления мощности $P_1 = P_1(z_A, L)$ — ошибка (28), равная 0,01%, считается (как, например, в данных исследованиях) удовлетворительным результатом. Тогда корень уравнения

$$O_1(z_A) = 0,01\% \quad (29)$$

можно рассматривать в качестве искомого значения эффективной апертурной длины, определенного с точностью $\pm D_z$ (см. (28)). Численное решение (29) никаких проблем не представляет, и здесь этот вопрос не обсуждается.

4. Существенно нелинейный режим ГВГ

Если эффективность ГВГ, определенная с помощью решения (22), оказывается больше $\sim 1\%$, то это означает, что ПЗП является слишком грубым и решение нелинейной задачи следует проводить, учитывая возмущение основного излучения. В таких случаях говорят [13] о существенно нелинейном режиме ГВГ, и рассмотрение данного режима предполагает использование рекуррентных формул (14), (15). Первое, что необходимо сделать в этой связи, — это проверить возможность замены в (15) функции $A_2(x, y, L_0, z)$ функцией $A_{2A}(z_A, x, y, L_0, z)$ из (26). Проще всего это сделать с помощью функции

$$O_2(z_A) = 100\% \cdot \frac{P_2((z_A)_{\max}, L) - P_2(z_A, L)}{P_2((z_A)_{\max}, L)}, \quad (30)$$

где $P_2(z_A, L)$ — мощность ВГ на выходе из кристалла, которая в силу (26) должна зависеть от выбранного значения $0 \leq z_A \leq (z_A)_{\max}$, величина $0 \leq (z_A)_{\max} \leq L$ подбирается эмпирически. Понятно, что в случае $z_A = (z_A)_{\max}$ ошибка (30) становится равной нулю.

Графики функции (30) представлены на рис. 4 для нескольких различных комбинаций исходных

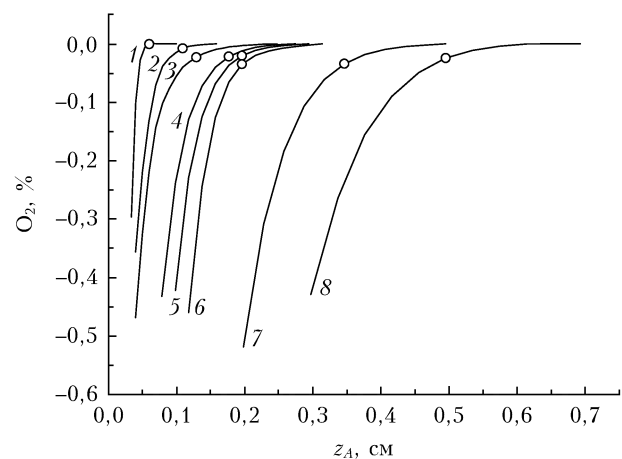


Рис. 4. Зависимость ошибки O_2 от параметра z_A для нескольких комбинаций значений g , ξ и P_0 : I — $P_0 = 2,5$ кВт; $\xi = 1,4$; $g = 1$ (кривая 1), 4 (кривая 2) и 12 (кривая 3); II — $\xi = 1,4$; $g = 8$; $P_0 = 12,5$ (кривая 4), 25 (кривая 5) и 50 кВт (кривая 6); III — $P_0 = 50$ кВт; $g = 8$; $\xi = 0,5$ (кривая 7), 0,1 (кривая 8)

параметров. На рис. 4 кружками обозначены ошибки (30), которые получаются, если значение z_A равно корню уравнения (29). Хорошо видно, что во всех рассмотренных случаях использование (29) приводит к ошибкам в определении мощности ВГ на вполне удовлетворительном уровне — заметно меньше 0,1%. В силу этого везде ниже (при необходимости) для определения эффективной апертурной длины будет использоваться именно (29).

На рис. 5 представлены типичные зависимости эффективности ГВГ от величины параметра z_A — $\eta(z_A)$. Рассматривался случай $g = 1,5$; $\xi = 1,58$; $\Delta_{k_0} = -1,275$, который в ПЗП обеспечивает максимальную эффективность ГВГ (см. рис. 3). Мощность лазерного излучения $P_0 = 12,5$ кВт. Расчеты выполнены для трех значений N_x (количество узлов на оси X , по которым вычисляется интеграл в (15)). Максимальное значение КПД достигается при $z_A = 0$ и совпадает с результатом, который получается в ПЗП. По мере увеличения z_A эффективность ГВГ монотонно уменьшается и постепенно выходит на практически стационарный уровень. Это стационарное значение эффективности ГВГ и рассматривается в данных исследованиях в качестве основного результата решения нелинейной задачи.

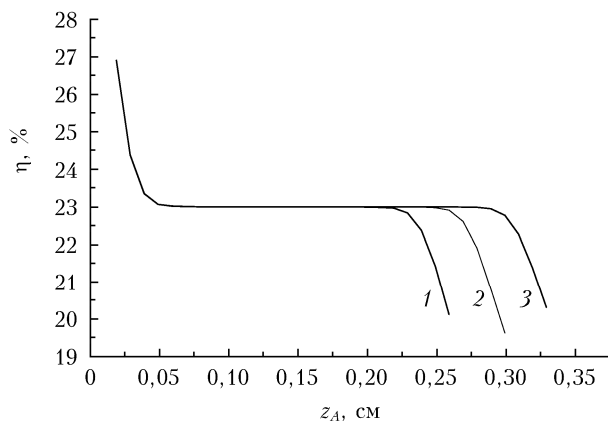


Рис. 5. Эффективность ГВГ как функция параметра z_A : $N_x = 30$ (кривая 1), 34 (кривая 2) и 38 (кривая 3)

При строгом решении задачи (число N_x не ограничено) горизонтальный участок функции $\eta(z_A)$ должен продолжаться вплоть до значения $z_A = L$. Это и подтверждается графиками, приведенными на рис. 5. Уменьшение КПД, наблюдаемое при больших значениях z_A , является ошибкой расчетов, которая обусловлена недостаточным количеством узлов на оси X . Чем больше z_A , тем сильнее становятся осцилляции функции (26), тем соответственно больше должно быть значение N_x для того, чтобы указанная ошибка не возникала.

Результаты, представленные на рис. 4 и 5, позволяют утверждать, что вариант использования решения (14), (15) с заменой в (15) функции $A_2(x, y, L_0, z)$ функцией (26) не приводит (при правильном выборе значений z_A и N_x) к сколько-

нибудь существенной ошибке в определении эффективности ГВГ и при этом существенно уменьшает время работы программы. Время расчетов можно еще дополнительно сократить, если для оценки значения эффективной апертурной длины привлекать уравнение (29), при решении которого используются результаты, полученные в ПЗП.

Если параметр z_A выбран равным эффективной апертурной длине (функция $\eta(z_A)$ на рис. 5 вышла на горизонтальный участок), то точность решения обсуждаемой нелинейной задачи будет теперь в первую очередь зависеть от величины N из (16) [29]. Для количественного описания этой зависимости в настоящей работе используется ошибка

$$O_2(N) = 100\% \cdot \frac{\eta_{\min} - \eta(N)}{\eta_{\min}}, \quad (31)$$

где мощность излучения ВГ после кристалла — $P_2(N)$, а затем и эффективность ГВГ — $\eta(N) = 100\%P_2(N)/P_0$, находятся в результате использования решения (14), (15) с выбранным числом шагов N , мощность P_0 определена в (18), смысл параметра η_{\min} будет прокомментирован ниже.

Понятно, что чем меньше N , тем меньше будут отличаться результаты, полученные в ПЗП и с помощью (14), (15), т.е. в существенно нелинейном режиме ГВГ. Другими словами, чем точнее проводится решение нелинейной задачи — чем больше число N , тем меньше должна быть эффективность ГВГ. Именно по этой причине в (31) значения функции $\eta(N)$ должны сравниваться с минимальным значением эффективности ГВГ $\eta(N_{\max}) \equiv \eta_{\min}$, где, в идеале, $N_{\max} \rightarrow \infty$. Из сказанного следует, что по мере увеличения N ($N \rightarrow N_{\max}$) ошибка (31) должна стремиться к нулю, всегда оставаясь отрицательной.

В [29] было показано, что в тех случаях, когда конечным результатом решения нелинейной задачи является определение эффективности ГВГ (конкретный вид функций $A_{1,2}(x, y, L_0, L)$ значения не имеет), время расчетов можно существенно (приблизительно на порядок) уменьшить, используя аппроксимацию по двум точкам. Суть этого приема состоит в том, что решение (14), (15) находится для двух значений N : $N = N_1$ и $N = N_2 > N_1$ (в данном исследовании $N_2 = 2N_1$). Имея решения задачи для $N = N_1$ и $N = N_2$, т.е. значения мощностей $P_{1,2}(N_1)$ и $P_{1,2}(N_2)$, можно достаточно просто [29] оценить результат использования (14), (15) (провести аппроксимацию) для случая $N \rightarrow \infty$. Результат указанной аппроксимации будет, разумеется, зависеть от выбора значения $N_s = N_1 + N_2$ (в настоящей работе $N_s = 3N_1$). Эффективность ГВГ, определенная с использованием аппроксимации, везде ниже, чтобы не возникало путаницы, будет обозначаться функцией $\eta_d(N_s)$, а ошибка (30), где вместо $\eta(N)$ используется функция $\eta_d(N_s)$, — $O_{2d}(N_s)$.

Для случая (см. рис. 5) $g = 1,5$; $\xi = 1,58$; $\Delta_{k_0} = -1,275$; $P_0 = 12,5$ кВт, $z_A = 0,14$ см на рис. 6 приведены графики функций $O_2(N)$ (кривые I) и $O_{2a}(N_s)$ (кривые II). В каждом случае расчеты проводились для трех значений параметра N_x — кривые 1, 2 и 3. Для каждого значения N_x величина η_{\min} , входящая в (31), определялась следующим образом: $\eta_{\min}(N_x) = \eta_a(N_s = 210, N_x)$. В принципе, этого можно было не делать, поскольку зависимость эффективности ГВГ от выбранного количества узлов на оси X оказалась очень слабой: графики 1–3 практически совпадают.

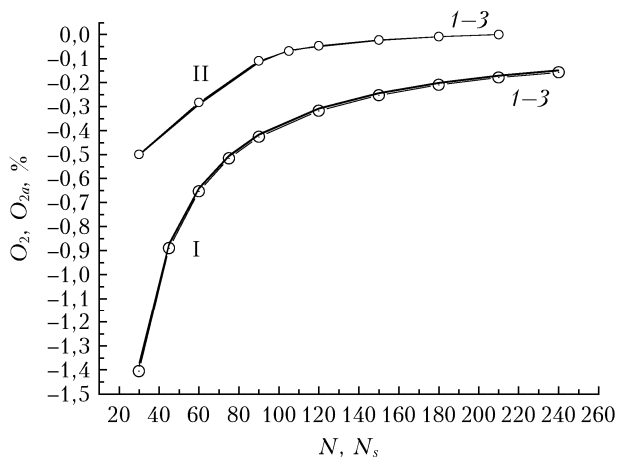


Рис. 6. Зависимость ошибок O_2 (I) и O_{2a} (II) от количества узлов: $N_x = 30$ (кривые 1), 34 (2), 38 (3)

Зависимости, представленные на рис. 6, приводят к точно такому же выводу, который был сформулирован в [29] по результатам исследований процесса ГВГ в гауссовых пучках. Функция $\eta_a(N_s)$ при $N_s \approx 90$ выходит на приблизительно стационарный уровень (в рассмотренном случае $\eta_a(N_s = 90) \approx 22,4\%$), и дальнейшее увеличение N_s в практическом плане можно считать нецелесообразным. Функция $\eta(N)$ так же асимптотически стремится к этому стационарному значению эффективности ГВГ, но заметно медленнее: $\eta_a(N_s \sim 90) \approx \eta(N \sim 900)$.

На рис. 7 представлены графики функции $\eta_a(P_0, g, N_s)$ для трех значений форм-фактора. Во всех случаях количество узлов $N_s = 150$, что обеспечивает величину ошибки $O_{2a}(N_s) < 0,1\%$ (см. рис. 6). Использовалась следующая методика расчетов. Сначала для каждой пары значений (P_0, g) определялось оптимальное значение параметра фокусировки ξ_{opt} . Затем с привлечением уравнения (29) оценивалась эффективная апертурная длина z_A . После этого простым перебором находилось оптимальное значение приведенной волновой расстройке $(\Delta_{k_0})_{\text{opt}}$. Количество узлов N_x и N_y , с помощью которых в (14), (15) вычислялись интегралы по x и y , подбирались эмпирически. Максимальные значения $N_x = N_y = 50$ использовались в случае $g = 12$.

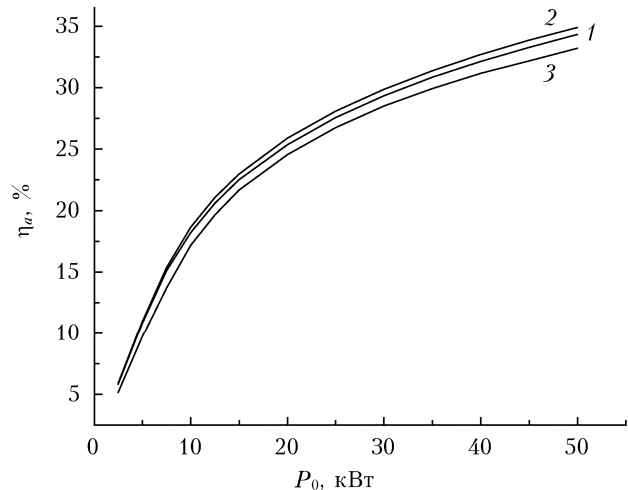


Рис. 7. Эффективность ГВГ в зависимости от мощности P_0 лазерного излучения: $g = 1$ (кривая 1), 1,5 (кривая 2), 12 (кривая 3)

Из сказанного следует, что результаты, представленные на рис. 7, должны определять (для каждой выбранной пары параметров P_0, g) максимально возможные значения эффективности ГВГ. На самом деле это справедливо с точностью до еще одного дополнительного условия, используемого в данных исследованиях главным образом для уменьшения объема вычислений. Плотность мощности $S(P_0, \xi, g)$ невозмущенного лазерного излучения в плоскости перетяжки (т.е. в плоскости $z = L/2$) не может быть больше $S_{\max} = 1$ ГВт/см², что приблизительно соответствует максимально допустимой плотности мощности для кристаллов ВВО [30]. Благодаря этому условию [20] для каждой пары значений (P_0, g) оптимальное значение параметра фокусировки будет равно либо $\xi_{\text{пзп}}$ (зависимость $\xi_{\text{пзп}}(g)$ — это кривая 1 на рис. 1), если $S(P_0, \xi_{\text{пзп}}, g) \leq S_{\max}$, либо ξ_m , если $S(P_0, \xi_{\text{пзп}}, g) > S_{\max}$. Параметр $\xi_m = \xi_m(P_0, g)$ является корнем уравнения $S(P_0, \xi_m, g) = S_{\max} = 1$ ГВт/см², решение которого для всех $g \neq 1$ можно получить только численно.

Результаты решения нелинейной задачи, полученные с учетом возмущений основного излучения и представленные на рис. 7, показывают, что, как и в ПЗП (см. рис. 3, кривая 1), максимальная эффективность ГВГ должна наблюдаться при $g \approx 1,5$ (кривая 2 на рис. 7). Минимальные значения $\eta_a(P_0, g)$ реализуются при $g = 12$ (кривая 3 на рис. 7), что тоже совпадает с результатом, полученным в ПЗП. Амплитудные профили лазерного пучка, характеризуемые значениями $g > 12$ и $g < 0,7$, в данных исследованиях не рассматривались. Кривые, соответствующие значениям $0,7 \leq g < 1$, будут на рис. 7 располагаться между кривыми 1 и 3. Чтобы не ухудшать наглядность рисунка, здесь эти результаты не приводятся.

Заключение

Результаты проведенных исследований позволяют сформулировать два основных вывода в соответствии с двумя задачами, определенными в разд. 2.

1. Ранее предложенная методика решения системы нелинейных волновых уравнений (имеются в виду рекуррентные формулы (14)–(15)) представляется вполне подходящей и в тех случаях, когда лазерное излучение не является гауссовым пучком. Правда, при этом объем необходимых вычислений несколько увеличивается. Это, во-первых, связано с тем, что для использования решения (14)–(15) требуется априорная информация о величине эффективной апертурной длины, которая зависит от формы амплитудного профиля основного излучения. Во-вторых, чем сильнее форм-фактор отличается от единицы в ту или другую сторону, тем больше должны быть минимальные количества узлов на осях X и Y (т.е. величины параметров N_x и N_y), необходимые для адекватного представления функции (19). Из-за ограничений объема статьи этот момент не обсуждался.

2. Зависимость эффективности ГВГ от ФАП лазерного пучка, фокусируемого в нелинейный кристалл сферической линзой, имеет место, но оказывается достаточно слабой: максимальное (реализуется, когда в (18) $g = 1,5$) и минимальное ($g = 12$) значения эффективности ГВГ отличаются на $\sim 10\%$.

В данной работе более или менее детальный анализ проводился только для одного «семейства» функций (имеется в виду (18)), которые характеризуются отсутствием центральной симметрии. В качестве дополнения были рассмотрены еще два случая. Это, во-первых, лазерные пучки с центрально-симметричной ФАП, для представления которых (в плоскости перед линзой) использовалось выражение (18), но с другим показателем экспоненты: $-\left[(x^2 + y^2)/a_0^2\right]^g$. Такие пучки часто встречаются на практике; к этой категории, в частности, относится излучение лазеров на парах меди. «Центрально-симметричные пучки» преобразуются во ВГ чуть эффективнее (на $\sim 0,1$ – $0,2\%$). Никаких других отличий от результатов, представленных в данной статье, замечено не было. Второй дополнительный случай, также представляющий практический интерес, — это лазерные пучки с условным названием «кольцевые». Для описания такого излучения показатель экспоненты в (18) записывался как $-\left[(\sqrt{x^2 + y^2} - W)^2/a_0^2\right]^g$. Константы a_0 и W при этом определяли, соответственно, ширину и радиус кольца. С точки зрения обсуждаемой задачи «кольцевые» пучки представляются менее интересными: эффективность ГВГ оказывается заметно ниже по сравнению с двумя выше рассмотренными случаями. Можно предположить (строгое доказательство не представляется возможным), что вряд ли можно подобрать такую ФАП, которая обеспечит заметно более эффективную ГВГ, чем центрально-симметричный пучок с $g = 1,5$.

Список литературы

1. *Gattass R., Mazur E.* Femtosecond laser micromachining in transparent materials // *Nat. Photon.* 2008. V. 2. P. 219–225. DOI: 10.1038/nphoton.2008.47.
2. *Esserman L., Conradson S.* Potential medical applications of UV free-electron lasers. FC6. 1988 // *Proc. Free-Electron Laser Applications in the Ultraviolet, 2–5 March 1988*, Cloudcroft, New Mexico, United States. P. 175–176.
3. *Bolanos J., Morris K., Sanchez E., Arevalo I., Yamamoto V., Kateb B., Kumar L.* UV Imaging for intraoperative Tumor delineation // *20th Annual World Congress of SBMT*, February 2023. DOI: 10.13140/RG.2.2.25245.18405.
4. *Белов В.В., Гриднев Ю.В., Кудрявцев А.Н., Тарасенков М.В., Федосов А.В.* Оптико-электронная связь в УФ-диапазоне на рассеянном лазерном излучении // *Оптика атмосф. и океана*. 2018. Т. 31, № 7. С. 559–562; *Belov V.V., Gridnev Yu.V., Kudryavtsev A.N., Tarasenkov M.V., Fedosov A.V.* Optoelectronic UV communication on scattered laser radiation // *Atmos. Ocean. Opt.* 2018. V. 31, N 6. P. 698–701.
5. *Gregor E., Sorce J., Palombo K.V., Mordaunt D.W., Ehriz M.* UV laser source for remote spectroscopy by multiple nonlinear conversion of a Nd:YAG laser. 1994. P. 367–369. DOI: 10.1109/NLO.1994.470777.
6. *Kimmelma O., Tittonen I., Buchter S.* Passively Q-switched Nd:YAG pumped UV lasers at 280 and 374 nm // *Opt. Commun.* 2009. V. 282. P. 2930–2933. DOI: 10.1016/j.optcom.2009.04.004.
7. *Prasad N.S., Armstrong D.J., Edwards W.C., Singh U.N.* Single-mode, all-solid-state Nd:YAG laser pumped UV converter // *Proc. of the 24th International Laser Radar Conference*, June 23–27, 2008, Boulder, USA. DI 20080023790.
8. *Елаев В.Ф., Лях Г.Д., Пеленков В.П.* CuBr-лазер со средней мощностью генерации свыше 100 Вт // *Оптика атмосф. и океана*. 1989. Т. 2, № 11. С. 1228–1230.
9. *Kostadinov I.K., Temelkov K.A., Astadjov D.N., Slaveeva S.I., Yankov G.P., Sabotinov N.V.* High-power copper bromide vapor laser // *Opt. Commun.* 2021. V. 501. P. 127363.
10. *Brown D., Withford M.* High-average-power (15-W) 255 nm source based on second harmonic generation of a copper laser master oscillator power amplifier system in cesium lithium borate // *Opt. Lett.* 2001. V. 26, N 3. P. 1885–1887.
11. *Coutts D.W.* Optimization of line-focusing geometry for efficient nonlinear frequency conversion from copper vapor laser // *IEEE J. Quantum. Electron.* 1995. V. 31, N 12. P. 2208–2214.
12. *Evtushenko G.S., Troitskii V.O.* X Effective conversion of copper vapor laser emission in a β -BaB₂O₄ crystal // *J. Russ. Laser Res.* 1994. V. 15, N 1. P. 28–33.
13. *Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В.* Прикладная нелинейная оптика. 2-е изд. М.: Физматлит, 2004. 512 с.
14. *Boyd G.D., Kleinman D.A.* Parametric interaction of focused Gaussian light beams // *J. Appl. Phys.* 1968. V. 39, N 8. P. 3597–3639.
15. *Колосов В.В., Троицкий В.О.* Оптимальная фокусировка пучка при генерации второй гармоники в одноосном кристалле. Приближение заданного поля // *Оптика атмосф. и океана*. 2007. Т. 20, № 2. С. 106–112.
16. *Троицкий В.О.* Некоторые вопросы оптимальной фокусировки при генерации второй гармоники в нелинейных кристаллах. Часть 2. Результаты численных расчетов // *Оптика атмосф. и океана*. 2015. Т. 28, № 10. С. 941–949; *Troitskii V.O.* Some problems of

- optimum focusing in the process of second harmonic generation in nonlinear crystals. Part 2. Results of numerical calculations // *Atmos. Ocean. Opt.* 2016. V. 29, N 2. P. 199–207.
17. *Троицкий В.О.* Особенности генерации второй гармоники лазерного излучения при углах синхронизма, близких к 90° // *Оптика атмосфер. и океана.* 2010. Т. 23, № 7. С. 601–607; *Troitskii V.O.* Generation peculiarities of the second harmonics laser radiation at synchronism angles close to 90° // *Atmos. Ocean. Opt.* 2011. V. 24, N 1. P. 102–108.
 18. *Троицкий В.О.* Оптимизация волновой расстройки при эффективной генерации второй гармоники // *Оптика атмосфер. и океана.* 2020. Т. 33, № 1. С. 25–31; *Troitskii V.O.* Optimization of wave detuning during effective second harmonic generation // *Atmos. Ocean. Opt.* 2020. V. 33, N 3. P. 238–244.
 19. *Никогосян Д.Н.* Материалы для нелинейной оптики // *Квант. электрон.* 1997. № 1. С. 5–25.
 20. *Троицкий В.О.* Оптимизация процесса генерации второй гармоники при ограниченной плотности мощности основного излучения. Часть 2 // *Оптика атмосфер. и океана.* 2022. Т. 35, № 4. С. 271–278; *Troitskii V.O.* Second harmonic generation optimization under limited power density of fundamental radiation: Part 2 // *Atmos. Ocean. Opt.* 2022. V. 35, N 5. P. 594–600.
 21. *Ахманов С.А., Сухоруков А.П., Хохлов Р.В.* К теории генерации оптических гармоник в сходящихся пучках // *ЖЭТФ.* 1966. № 2. С. 474–486.
 22. *Карамзин Ю.Н.* О разностных схемах для расчетов трехчастотных взаимодействий электромагнитных волн в нелинейной среде с квадратичной поляризацией // *ЖВМ и МФ.* 1974. № 4. С. 1058–1062.
 23. *Fleck J.A., Morris J.R., Feit M.D.* Time-dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere // *Appl. Phys. A.* 1976. V. 10, N 2. P. 129–160.
 24. *Коняев П.А., Лукин В.П.* Тепловые искажения фокусированных лазерных пучков в атмосфере // *Изв. вузов. Физ.* 1983. № 2. С. 79–89.
 25. *Блейхут Р.* Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1989. 448 с.
 26. *Колосов В.В., Троицкий В.О.* Приближенная методика решения задачи о генерации второй гармоники в нелинейных кристаллах. Часть 1 // *Оптика атмосфер. и океана.* 2019. Т. 32, № 12. С. 1001–1011; *Kolosov V.V., Troitskii V.O.* Approximate technique for solution of the problem of second harmonic generation in nonlinear crystals: Part 1 // *Atmos. Ocean. Opt.* 2020. V. 33, N 3. P. 302–311.
 27. *Колосов В.В., Троицкий В.О.* Параксиальное приближение для задачи распространения пучков в плоско-слоистой среде // *Оптика атмосфер. и океана.* 2005. Т. 18, № 9. С. 754–759.
 28. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973. 719 с.
 29. *Колосов В.В., Троицкий В.О.* Приближенная методика решения задачи о генерации второй гармоники в нелинейных кристаллах. Часть 2 // *Оптика атмосфер. и океана.* 2019. Т. 32, № 12. С. 1012–1019; *Kolosov V.V., Troitskii V.O.* Approximate technique for solving the problem of second harmonic generation in nonlinear crystals: Part 2 // *Atmos. Ocean. Opt.* 2020. V. 33, N 3. P. 312–319.
 30. *Kato K.* Second Harmonic Generation to 2048 Å in β -BaB₂O₄ // *IEEE J. Quantum Electron.* 1986. V. QE-22, N 7. P. 1013–1014.

V.O. Troitskii. Effect of laser beam amplitude profile on second harmonic generation efficiency.

Efficiency of laser radiation harmonic generation in nonlinear crystals is among topical issues in applied nonlinear optics. This work theoretically studies the second harmonic generation (SHG) in a converging (focused into a crystal) laser beam. The influence of the amplitude profile (AP) of fundamental laser radiation beam (before a lens) on the SHG efficiency and on optimal focusing and wave detuning parameters is estimated for the first time. It is ascertained that the optimal values of focusing and especially wave detuning parameters vary in very wide ranges depending on the AP. Strong influence of the AP on the effective aperture length, which mainly limits the SHG efficiency, is shown. Optimization of the AP enables increasing the SHG efficiency by no more than ~10%.