

П.А. Бакут, И.В. Бояркина, И.А. Рожков

### СИНТЕЗ ОПТИЧЕСКОЙ СХЕМЫ МНОГОАПЕРТУРНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Рассмотрены вопросы, связанные с синтезом оптической схемы многоапертурной оптической системы (МОС). Сделана попытка дать точное математическое описание синтеза оптической схемы МОС. Показано принципиальное ограничение на точность сложения отдельных субпучков в фокусе оптической системы.

В последнее время в связи с необходимостью получения изображений астрофизических объектов с высоким угловым разрешением существенно возрос интерес к разработке и созданию многоапертурных оптических систем (МОС) [1], реализующих на практике идеи апертурного синтеза. Это вызывается тем обстоятельством, что существующий на сегодняшний день уровень развития оптико-механической промышленности не позволяет создавать сплошные облегченные зеркала с диаметрами, большими 8 ... 10 м [2–3]. А для получения изображений с высоким разрешением требуются диаметры на уровне 20 ... 25 м [4]. Поэтому возможным выходом из данной ситуации является построение МОС, в которой небольшие по своему размеру отдельные субапертуры разнесены на расстояния, существенно превышающие их диаметры.

Простейшая схема оптического прибора, формирующего изображение некогерентных объектов (независимо от конфигурации апертурного окна) и поясняющего принцип действия МОС, приведена на рис. 1, а. Очевидно, что данная схема может быть эквивалентно представлена в виде схемы (рис. 1, б), где крупногабаритный оптический элемент заменен на субапертуры, являющиеся несимметричными (в общем случае) частями большой квадратичной линзы и эквивалентного ей зеркального элемента (устройства сложения световых пучков от отдельных субапертур в общем фокусе). Здесь  $u(\rho)$  — поле в плоскости объекта,  $v(\mathbf{r})$  — поле в фокальной плоскости. Данная схема практического значения не имеет, т.к. конструкции из несимметричных квадратичных линз (или зеркал) не обладают высокой точностью. Однако на ее основе можно представить, что каждая несимметричная квадратичная линза заменена на симметричную и устройство наклона волнового фронта (например, плоское зеркало). Таким образом, любая МОС может быть представлена в виде классических оптических схем формирования изображений, где изображения, формируемые отдельными классическими субапертурами, впоследствии просто сводятся в единое в заданной плоскости.

Приведем точное математическое описание. Поле в фокальной плоскости (рис. 2)  $v(\mathbf{r})$  с точностью до несущественных констант может быть представлено в виде

$$v(\mathbf{r}) \sim \int \int_A u(\rho) \exp\left(-ik \frac{|\mathbf{r}_A - \rho|^2}{2z}\right) \exp\left(ik \frac{\mathbf{r}_A^2}{2F}\right) \exp\left(-ik \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_A|^2}{2L}\right) d\mathbf{r}_A d\rho, \quad (1)$$

где  $k$  — волновое число;  $F$  — фокусное расстояние линзы;  $z$  — расстояние между плоскостью объекта и плоскостью апертур;  $L$  — расстояние между плоскостью апертур и фокальной плоскостью;  $\mathbf{r}_A$  и  $\rho$  — радиус-векторы в плоскости апертур и объекта соответственно.

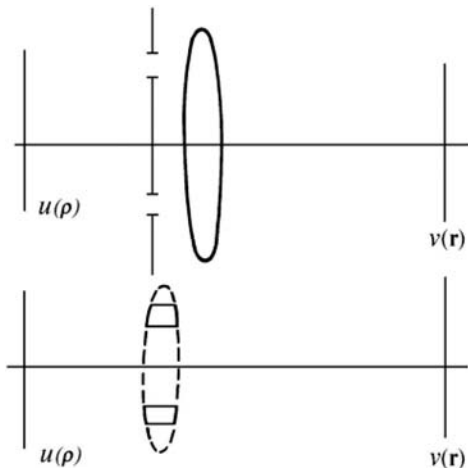


Рис. 1

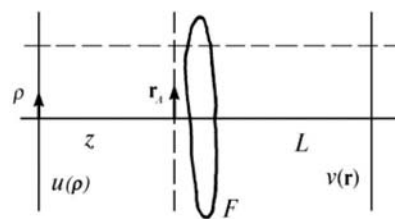


Рис. 2

В случае нескольких субапертур (наличие нескольких отверстий в экране) интегрирование по апертуре  $A$  заменяется на суммирование по  $i$  апертурам ( $i = 1, n$ )

$$v(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^n \int \int_{A_i} u(\boldsymbol{\rho}) \exp\left(-ik \frac{|\mathbf{r}_A - \boldsymbol{\rho}|^2}{2z}\right) \exp\left(ik \frac{\mathbf{r}_A^2}{2F}\right) \exp\left(-ik \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_A|^2}{2L}\right) d\mathbf{r}_A d\boldsymbol{\rho}. \quad (2)$$

Рассмотрим вклад каждой субапертуры в общее поле, для него в интеграле по субапертуре целесообразно перейти к векторам, отсчитываемым от оптической оси  $i$ -й субапертуры:

$$\boldsymbol{\rho}_i = \boldsymbol{\rho} - \mathbf{R}_i, \quad \mathbf{r}_{Ai} = \mathbf{r}_A - \mathbf{R}_i,$$

$\mathbf{R}_i$  — радиус-вектор  $i$ -й субапертуры, отсчитываемой от ее центра. Тогда выражение (2) может быть преобразовано к виду

$$v_i(\mathbf{r}) = \int \int_{A_i} u(\boldsymbol{\rho}_i + \mathbf{R}_i) \exp\left(-ik \frac{|\mathbf{r}_{Ai} - \boldsymbol{\rho}_i|^2}{2z} + ik \frac{|\mathbf{r}_{Ai} - \mathbf{R}_i|^2}{2F} - ik \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{R}_i - \mathbf{r}_{Ai}|^2}{2L}\right) d\boldsymbol{\rho}_i d\mathbf{r}_{Ai}. \quad (3)$$

Интеграл по субапертуре весьма напоминает поле, сформированное субапертурой с симметричной линзой в плоскости, находящейся на расстоянии  $L$  от субапертуры, за исключением лишнего в таком случае множителя  $\exp(ik(\mathbf{r}_{Ai}\mathbf{R}_i/F))$ . Рассмотрим подробнее множитель  $\exp(ik(|\mathbf{r}_{Ai} + \mathbf{R}_i|^2 / (2F)))$ .

Введем обозначение  $\mathbf{r} - \mathbf{R}_i = \mathbf{r}_i$ . Тогда этот множитель можно записать как

$$\exp\left(ik \frac{\mathbf{r}_{Ai}^2}{2F}\right) + \exp\left(ik \frac{\mathbf{r}_{Ai}\mathbf{R}_i}{F}\right) + \exp\left(ik \frac{\mathbf{R}_i^2}{2F}\right).$$

Третий член в этом множителе при подстановке в выражение (3) не интегрируется, поэтому легко может быть вынесен за знак интеграла. Для оставшихся экспонент в выражении (3) сделаем следующее преобразование:

$$A = \frac{\mathbf{r}_{Ai}\mathbf{R}_i}{F} - \frac{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{Ai}|^2}{2L} = \frac{\mathbf{r}_{Ai}\mathbf{R}_i}{F} - \frac{\mathbf{r}_i^2}{2L} - \frac{\mathbf{r}_{Ai}^2}{2L} + \frac{2\mathbf{r}_i\mathbf{r}_{Ai}}{2L}.$$

После несложных превращений нетрудно окончательно получить:

$$A = \frac{1}{2L} \left( \frac{L}{F} \mathbf{R}_i + 2\mathbf{r}_i \right) \frac{L}{F} \mathbf{R}_i - \frac{1}{2L} \left| \frac{L}{F} \mathbf{R}_i + \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{Ai} \right|^2.$$

Подставляя это выражение в (2) с учетом выноса за знак интеграла неинтегрируемого члена, получаем следующее выражение:

$$v(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^n v_i(\mathbf{r}) \sim \exp\left[ ik \left( \frac{1 + \frac{L}{F}}{2F} \mathbf{R}_i^2 + \frac{\mathbf{r}_i\mathbf{R}_i}{F} \right) \right] \int \int_{A_i} u(\boldsymbol{\rho}_i + \mathbf{R}_i) \exp\left[ -ik \frac{|\mathbf{r}_{Ai} - \boldsymbol{\rho}_i|^2}{2z} + ik \frac{\mathbf{r}_{Ai}^2}{2F} - \right. \\ \left. - ik \frac{|\mathbf{r}_i + \frac{L\mathbf{R}_i}{F} - \mathbf{r}_{Ai}|^2}{2L} \right] d\boldsymbol{\rho}_i d\mathbf{r}_{Ai} = \exp\left[ ik \left( \frac{1 + \frac{L}{F}}{2F} \mathbf{R}_i^2 + \frac{\mathbf{r}_i\mathbf{R}_i}{F} \right) \right] B. \quad (4)$$

Выражение  $B = v_i(\mathbf{r}_i)$  представляет собой поле, сформированное одной субапертурой с симметричной квадратичной линзой с фокусным расстоянием  $F$ . Следовательно,

$$v(\mathbf{r}) \sim \sum_{i=1}^n \exp\left[ ik \left( \frac{1 + \frac{L}{F}}{2F} \mathbf{R}_i^2 + \frac{\mathbf{r}_i\mathbf{R}_i}{F} \right) \right] v_i\left(\mathbf{r}_i + \frac{L}{F} \mathbf{R}_i\right)$$

Полагая  $\mathbf{r}_i = \mathbf{r} - \mathbf{R}_i$  и учитывая условие  $\frac{1}{F} = \frac{1}{z} + \frac{1}{L}$  получаем

$$v(\mathbf{r}) \sim \sum_{i=1}^n \exp\left[ ik \left( \frac{1 + \frac{L}{F}}{2F} \mathbf{R}_i^2 \right) + ik \frac{(\mathbf{r}_i\mathbf{R}_i)}{F} \right] v_i\left(\mathbf{r} + \frac{L}{F} \mathbf{R}_i\right) = \sum_{i=1}^n \exp\left[ ik \left( \frac{L\mathbf{R}_i^2}{2zF} + \frac{\mathbf{r}\mathbf{R}_i}{F} \right) \right] v_i\left(\mathbf{r} - \frac{L}{z} \mathbf{R}_i\right). \quad (5)$$

Из выражения (5) видно, что поля в фокальных плоскостях субапертур сводятся и накладываются друг на друга таким образом, что следы оптических осей субапертур оказываются в точках  $\mathbf{r} = L\mathbf{R}_i/z$ . При этом поле каждой субапертуры умножается на фазу вида  $\exp(ikr\mathbf{R}_i/F)$ . Это можно трактовать следующим образом: при сведении оптические оси субапертур пересекают главную фокальную плоскость системы под таким углом, что проекция единичного вектора направления оптической оси на фокальную плоскость равна  $\mathbf{R}_i/F$ . Естественно,  $|\mathbf{R}_i|/F < 1$ .

Рассмотрим рис. 3, где 1 — главная фокальная плоскость системы (плоскость расположения, например, фотоприемного устройства), 2 — фокальная плоскость  $i$ -й субапертуры. В фокальной плоскости  $i$ -й субапертуры поле с точностью до фазового множителя равно  $v_i(r - R_iL/z)$ . Пространственное распределение поля в небольшой окрестности фокальной плоскости субапертуры 2 равно

$$v \left[ \left( \mathbf{r} - \mathbf{R}_i \frac{L}{z} \right)_{\perp} \right] \exp(-ik \mathbf{n}_i \mathbf{r}),$$

где  $\left( \mathbf{r} - \mathbf{R}_i \frac{L}{z} \right)_{\perp}$  — ортогональная составляющая вектора  $\mathbf{r} - \mathbf{R}_i \frac{L}{z}$  (остающаяся в плоскости 2). Если угол между сводимыми оптическими осями достаточно мал, то данная ортогональная составляющая почти не отличается от самого вектора, и поле в главной фокальной плоскости примет вид

$$v \left( \mathbf{r} - \mathbf{R}_i \frac{L}{z} \right) \exp(-ik \mathbf{n}_i \mathbf{r}).$$

Сравнивая данное выражение с (5), несложно убедиться, что проекция вектора  $\mathbf{n}_i$  на главную фокальную плоскость должна быть равна  $|\mathbf{R}_i|/F$ . Отсюда получаем схему сведения оптических осей субапертур, представленную на рис. 4. Разумеется, все приведенные выше результаты справедливы в предположении  $R_i/F \ll 1$ .

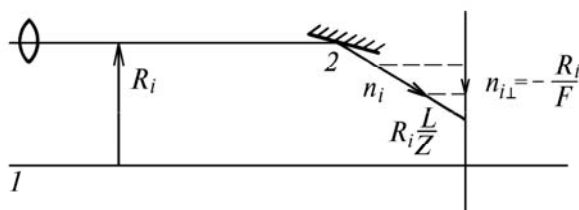


Рис. 3

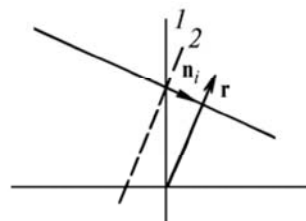


Рис. 4

В заключение необходимо отметить существенность наличия в (5) фазового множителя  $\exp(ik(LR_i^2 / (2zF)))$ , который свидетельствует о необходимости определенного выравнивания длин оптических путей. Но эта проблема для МОС является хорошо известной, ей посвящен ряд материалов [5, 6], поэтому он выходит за пределы интереса настоящей публикации. В частном случае  $R_i^2 = \text{const}$  длины оптических путей должны быть просто равны между собой.

Проведенный выше синтез оптической схемы МОС позволяет со строго математической точки зрения рассмотреть особенности формирования изображений в МОС.

1. Бакут П.А., Рожков И.А., Ряхин А.Д. // Зарубежная радиоэлектроника. 1990. № 10. С. 31–45.
2. Angel R. // Sky Telescope. 1985. V. 70. № 1. P. 3–8.
3. Meinel A.V., Meinel M.P. // Optics News. 1986. V. 12. № 3. P. 9–14.
4. Бакут П.А., Рожков И.А., Ряхин А.Д. // Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. № 4. С. 394–397.
5. Бакут П.А., Рожков И.А., Ряхин А.Д. и др. // Оптико-механическая промышленность. 1989. № 3. С. 2–4.
6. Proc of SPIE. 1991. V. 1236. 1042 p.

Научно-производственное объединение «Астрофизика»,  
Москва

Поступила в редакцию  
23 июня 1992 г.

P. A. Bakut, I. V. Boyarkina, I. A. Rozhkov. **Synthesis of a Multi-Aperture Optical Arrangement.**

This paper deals with the problems on synthesizing optical arrangements of multiaperture optical systems (MOS). An attempt to construct the exact mathematical description of synthesizing a MOS optical arrangement is undertaken. It is shown that there is a principle circumstance that improves restrictions on the accuracy, with which the individual subbeams can be summed at the MOS focus.