

Д.Н. Ромашов

ОТРАЖАТЕЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ГЕКСАГОНАЛЬНЫХ ЛЕДЯНЫХ КРИСТАЛЛОВ

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 15.07.99 г.

Исследуется влияние ориентации гексагональных ледяных кристаллов на интенсивность обратнорассеянного неполяризованного излучения. Проводится детальный физический анализ процессов образования пучков, дающих наибольший вклад в обратное рассеяние.

В работе [1] были представлены вычисленные с использованием метода деления пучков (МДП) элементы матрицы обратного рассеяния (МОР) для ледяных гексагональных кристаллов и показано, что наибольшая интенсивность обратного рассеяния наблюдается, когда излучение падает вдоль оси кристалла или перпендикулярно одной из боковых четырехугольных граней. Эти пики являются очень узкими из-за больших размеров кристаллов, поэтому зависимость интенсивности обратного рассеяния от других ориентаций будет играть существенную роль при вычислении интенсивности, усредненной по ансамблю частиц. В данной статье сделан детальный физический анализ зависимости интенсивности обратнорассеянного неполяризованного излучения от ориентации кристаллов.

Размеры гексагонального кристалла определяются следующими параметрами: L – длина вдоль оси симметрии, a – радиус окружности, описанной вокруг гексагонального основания. Ориентация кристалла относительно падающего излучения задается посредством трех углов Эйлера α , β и γ (рис. 1): β – угол между направлением падающего излучения и осью кристалла, α – между плоскостью референции и плоскостью, содержащей направление падающего излучения и ось кристалла, γ – угол поворота вокруг оси кристалла, по которому всегда в дальнейшем будет подразумеваться усреднение с плотностью вероятности $3/\pi$:

$$M(\alpha, \beta) = \frac{3}{\pi} \int_0^{\pi/3} M'(\alpha, \beta, \gamma) d\gamma,$$

где $M'(\alpha, \beta, \gamma)$ – МОР произвольно ориентированного гексагонального кристалла. При $\gamma = 0$ одна из боковых граней кристалла перпендикулярна плоскости, содержащей направление падающего излучения и ось кристалла. В [1] было показано, что в случае обратного рассеяния, без потери полноты информации, можно ограничиться ориентациями $\alpha = 0$. В [1] также было установлено, что поведение $M_{11}(0, \beta)$ от угла β будет определяться в основном гексагональными кристаллами с ориентацией $\gamma = 0$ ($\beta \neq 0$).

На рис. 2 приведена рассчитанная без учета интерференции по МДП [1] зависимость $M_{11}(0, \beta)$ для тонких гексагональных пластинок ($\beta \neq 0; 90^\circ$).

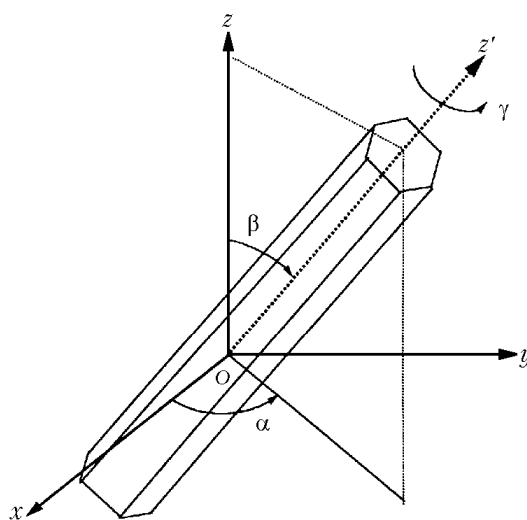


Рис. 1. Геометрия рассеяния на произвольно ориентированном гексагональном кристалле

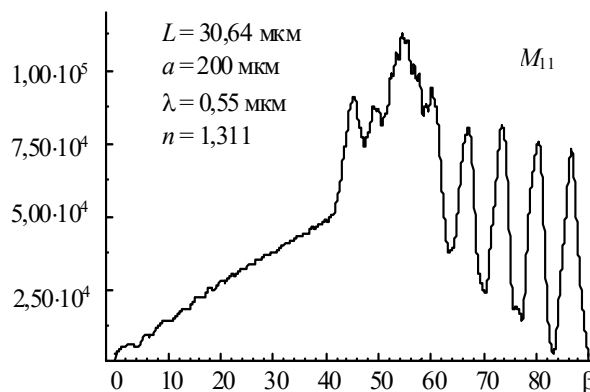


Рис. 2. Зависимость $M_{11}(0, \beta)$ от угла β для ансамбля гексагональных пластинок, равномерно ориентированных вокруг оси

Для объяснения такого сложного поведения $M_{11}(0, \beta)$ от β проведем подробный анализ процессов образования пучков на примере гексагональных пластинок с $\gamma = 0$. На рис. 3–5 изображены сечения пластинки, проходящие через ее ось и нормали двух противоположных боковых четырехугольных граней Γ_1 и Γ_2 . Сплошными стрелками изображены гранич-

ные лучи образующихся пучков. Для того чтобы представить процесс образования пучков на рис. 3–5, достаточно проследить ход произвольного луча, лежащего между граничными лучами (штриховые стрелки рис. 3). Пучки, выходящие в обратном направлении, бывают двух типов: а) пучок выходит из шестиугольного основания O_1 (см. рис. 3); б) пучок выходит из боковой грани Γ_1 (см. рис. 4).

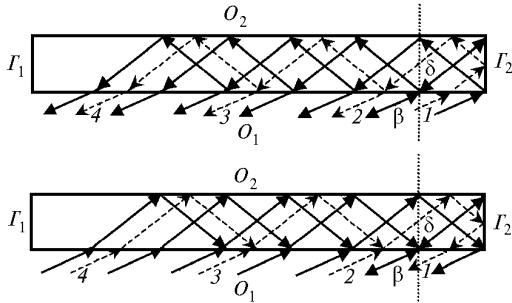


Рис. 3. Схемы образования пучков на гексагональных пластинах с $\gamma = 0^\circ$, выходящих из основания и дающих наибольший вклад в обратное рассеяние при наклонном падающем излучении

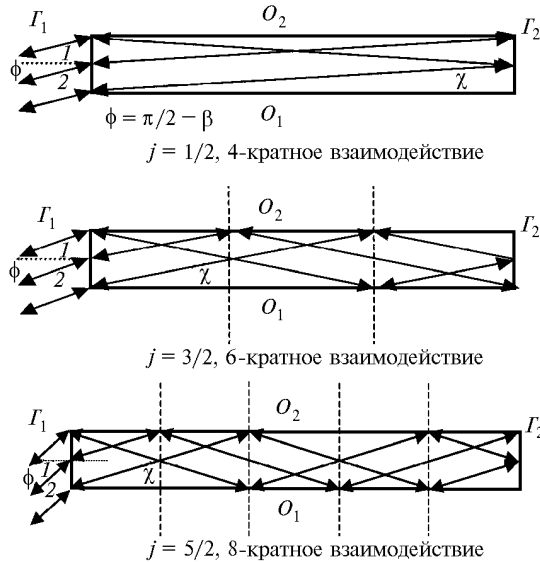


Рис. 4. Схемы образования пучков на гексагональных пластинах с $\gamma = 0^\circ$, выходящих из боковой грани и дающих наибольший вклад в обратное рассеяние при наклонном падающем излучении

На рис. 3 изображены только пучки «а» 4-, 6- и 8-кратного взаимодействия, однако ясно, что при определенных значениях β , a и L могут образовываться пучки большей четной кратности. На верхнем рисунке (см. рис. 3) пучок 1 – входящий, пучки 2, 3 и 4 – выходящие, а на нижнем пучки 2, 3 и 4 – входящие, пучок 1 – выходящий. Видно, что пучки 1 и 2 на рис. 3 являются взаимно обратными для 4-кратных процессов образования пучков, выходящих из основания O_1 , 1 и 3 – для 6-кратных, а 1 и 4 – для 8-кратных. Суммарная площадь сечения таких двух пучков выражается через значения параметров β , a и L следующим образом:

$$S_a(\beta, a, L) = \frac{2aL \cos\beta \sin\beta}{\sqrt{n^2 - \sin^2\beta}}, \quad (1)$$

где n – относительный показатель преломления.

Поскольку для пучков «а» отсутствует полное внутреннее отражение на основаниях O_1 и O_2 , то для дальнейшего качественного анализа достаточно ограничиться 4-кратными пучками «а». Характерная особенность пучков «а» заключается в том, что вклад от них является существенным при значениях β от 0 до 58° , поскольку в этом случае имеет место полное внутреннее отражение на грани Γ_2 .

Другая картина наблюдается для пучков «б», так как при $\beta > 32^\circ$ имеет место полное внутреннее отражение на основаниях O_1 и O_2 и поэтому для них большей кратностью нельзя пренебречь. На рис. 4 изображены три процесса, когда все падающие на грань Γ_1 лучи в результате внутренних отражений выходят через Γ_1 в обратном направлении, т.е. пучок имеет максимальную площадь. Этот факт легче понять, если мысленно разделить пучок, падающий на грань Γ_1 , на два равных пучка 1 и 2 и проследить их ход внутри кристалла по отдельности. Во всех трех случаях на рис. 4 средний луч проходит через середину грани Γ_1 и после внутренних отражений попадает на край грани Γ_2 , а крайние лучи, входящие в Γ_1 , попадают на середину грани Γ_2 . Штриховые вертикальные линии на среднем рисунке делят основание на три равные части, а на нижнем – на пять.

В отличие от пучков «а», у которых площадь сечения всегда ненулевая, пучки «б» могут иметь нулевую площадь сечения. На рис. 5 изображены три процесса, когда все выходящие из грани Γ_1 лучи идут в направлении внешне отраженного луча. Во всех трех случаях крайние лучи, входящие в Γ_1 , ударяются о край грани Γ_2 . Штриховые вертикальные линии на среднем рисунке делят основание на две равные части, а на нижнем – на три.

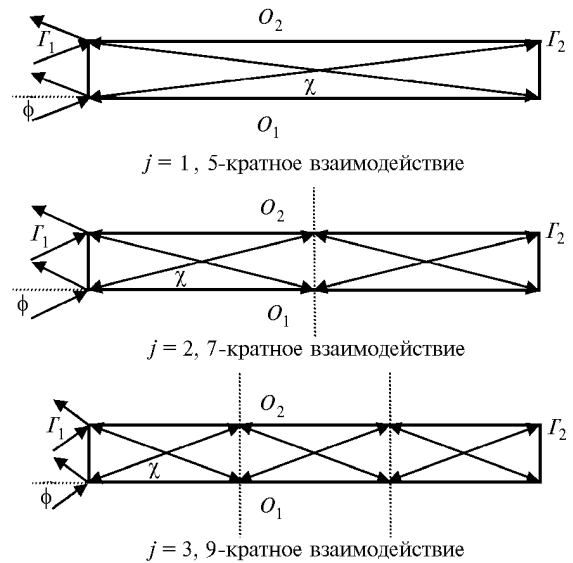


Рис. 5. Схемы образования пучков на гексагональных пластинах с $\gamma = 0^\circ$, выходящих из боковой грани и дающих наименьший вклад в обратное рассеяние при наклонном падающем излучении

Значения углов β_{\max} , при которых площади сечений пучков «б» максимальные, и значения β_{\min} , когда площади сечений пучков «б» нулевые, можно определить по следующей формуле:

$$\beta(j, g) = \arccos(n/\sqrt{1 + g^2/j^2}), \quad (2)$$

где полуцелые значения j соответствуют максимумам, а целые минимумам; $g = \sqrt{3} a/L$ (отношение длины основания к толщине пластины).

В общем случае, при произвольных β , a и L , одна часть лучей выходит из грани Γ_1 в обратном направлении, а другая – в направлении внешне отраженного луча. Доля лучей, выходящих в обратном направлении, определяется по формуле

$$f(\beta, g) = 2 \operatorname{mod}(j(\beta, g), 1) h(t(\beta, g)) + 2 [1 - \operatorname{mod}(j(\beta, g), 1)] \times h(-t(\beta, g)). \quad (3)$$

Здесь $\operatorname{mod}(x, 1)$ – разность между x и ближайшим целым к x такая, что

$$0 \leq \operatorname{mod}(x, 1) < 1; j(\beta, g) = g \cos \beta / \sqrt{n^2 - \cos^2 \beta};$$

$$t(\beta, g) = 1/2 - \operatorname{mod}(j(\beta, g), 1); h(x) = 1/2(1 + |x|/x).$$

Суммарная площадь пучков «б», выходящих в обратном направлении, вычисляется по формуле

$$S_6(\beta, a, L) = aL \sin \beta f(\beta, g). \quad (4)$$

Зависимости $S_a(\beta)$ и $S_6(\beta)$ от угла β для гексагональной пластины с размерами, аналогичными приведенным на рис. 2 ($a = 200$; $L = 30,64$), исключая общий множитель aL , показаны на рис. 6. Максимального значения величина $S_a(\beta)$ достигает в точке $\beta \approx 51,2^\circ$.

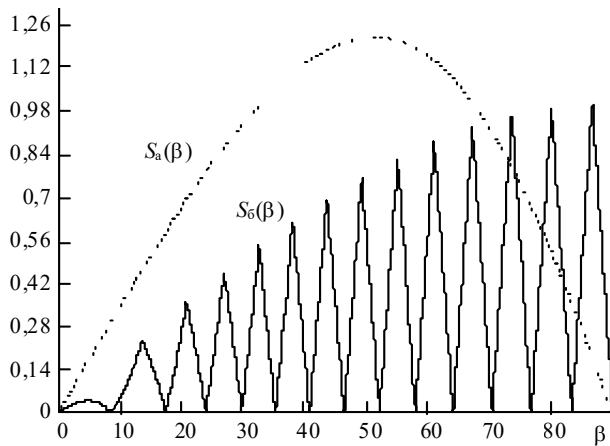


Рис. 6. Зависимость площади сечений пучков «а» (штриховая линия) и пучков «б» (сплошная линия) от угла β для гексагональной пластины

Сравнение поведения кривых $M_{11}(0, \beta)$ на рис. 2 и $S_6(\beta)$ на рис. 6 показывает полное совпадение положения по оси β крайних правых пяти минимумов и четырех максимумов. Пятый и другие максимумы уже проявляются слабо. Это означает, что в интервале $0 < \beta < 42^\circ$ преобладает вклад в обратное рассеяние от пучков «а». На интервале $42 < \beta < 64^\circ$ вклады от пучков «а» и «б» сравнимы, а на интервале $64 < \beta < 90^\circ$ преобладает вклад от пучков «б».

На рис. 7 изображена зависимость $M_{11}(0, \beta)$ для гексагональных ледяных столбиков диаметром $2a = 131,44$ мкм и длиной $L = 400$ мкм.

Вышеприведенные рассуждения для пластинок можно использовать и для столбиков, учитывая, что в этом случае основания и боковые грани меняются ролями. Поэтому формулы (1)–(4) для столбиков будут иметь следующий вид:

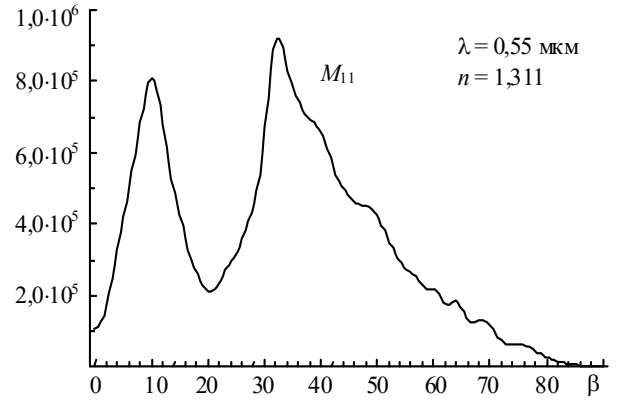


Рис. 7. Зависимость $M_{11}(0, \beta)$ от угла β для ансамбля гексагональных столбиков, равномерно ориентированных вокруг оси

$$S_a(\beta, a, L) = 2\sqrt{3} a^2 \cos \beta \sin \beta / \sqrt{n^2 - \cos^2 \beta}, \quad (5)$$

$$\beta(j, g) = \arcsin(n / \sqrt{1 + g^2/j^2}), \quad (6)$$

где полуцелые значения j соответствуют максимумам, а целые минимумам; $g = L/\sqrt{3} a$;

$$f(\beta, g) = 2 \operatorname{mod}(j(\beta, g), 1) h(t(\beta, g)) + 2 [1 - \operatorname{mod}(j(\beta, g), 1)] \times h(-t(\beta, g)),$$

$$j(\beta, g) = \frac{g \sin \beta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \beta}}, t(\beta, g) = 1/2 - \operatorname{mod}(j(\beta, g), 1),$$

$$h(x) = 1/2(1 + |x|/x); \quad (7)$$

$$S_6(\beta, a, L) = \sqrt{3} a^2 \cos \beta f(\beta, g). \quad (8)$$

На рис. 8 изображены, исключая общий множитель $\sqrt{3} a^2$, зависимости $S_a(\beta)$ и $S_6(\beta)$ от угла β для гексагонального столбика размерами, аналогичными приведенным на рис. 7 ($a = 65,72$; $L = 400$). Видно, что положение крайнего левого пика кривой $S_6(\beta)$ на рис. 8 совпадает с положением аналогичного пика кривой $M_{11}(0, \beta)$ на рис. 7, в то время как второй слева пик $S_6(\beta)$ практически совпадает с положением максимума кривой $S_a(\beta)$.

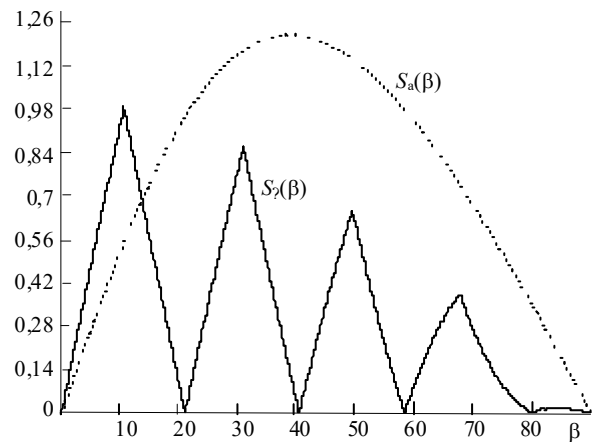


Рис. 8. Зависимость площади сечений пучков «а» (штриховая линия) и пучков «б» (сплошная линия) от угла β для гексагонального столбика

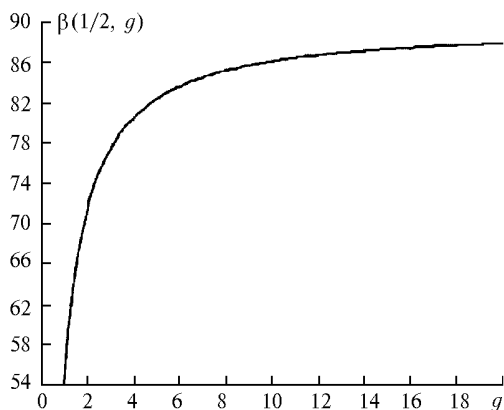


Рис. 9. Зависимость значений углов β , при которых наблюдается наибольший вклад в обратное рассеяние от 4-кратных пучков «б», от соотношения между размерами гексагональных пластин

Очевидно, что когда $g \approx 1$, то максимумы от пучков «а» и «б» должны совпадать. Это и подтверждается поведением кривой $\beta(1/2, g)$ – зависимости положения первого максимума вклада пучков «б» от соотношения между размерами гексагональных пластин g (рис. 9). Поскольку вклад от пучков «а» после $\beta > 58^\circ$ станет быстро падать, то ясно, что по крайней мере один максимум от пучков «б» будет проявляться, начиная с $g > 2$.

D.N. Romashov. Reflectivity of Hexagonal Ice Crystals.

The influence of hexagonal ice crystals orientation on intensity backscattered unpolarized radiation is under study. A detailed physical analysis of the processes of formation of the beams mostly contributing into the backscattering is presented.

В заключение отметим, что приведенные выше результаты существенно отличаются от полученных в [2], где, независимо от соотношений между наибольшим и наименьшим размерами кристаллов, на интервале $0 < \beta < 90^\circ$ был обнаружен только один сильно выраженный максимум $M_{11}(\beta)$ при $\beta \approx 32^\circ$. Кроме того, в [2] отмечены два максимума при $\beta = 0$ и 90° , которые значительно уступают по величине максимуму при $\beta \approx 32^\circ$.

В работе [1] показано, что максимум при $\beta = 0$ является преобладающим для большинства гексагональных кристаллов и лишь для длинных столбиков малого диаметра преобладает максимум при $\beta = 90^\circ$. Результаты данной работы говорят о том, что при изменении β можно наблюдать множество ярко выраженных экстремумов $M_{11}(\beta)$. Положение этих экстремумов зависит от соотношения между диаметром гексагонального кристалла и его длиной.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки РФ по теме «Лидар» (рег. № 06–21).

1. Ромашов Д.Н. // Оптика атмосферы и океана. 1999. Т. 12. № 5. С. 392–400.
2. Naats E.I., Borovoi A.G., Oppel U.G. Backscattering by hexagonal ice crystals // SPIE. Atmosph. and Oceanic Optics. 1998. V. 3583. P. 155–161.