

В.П. Кандидов, М.П. Тамаров, С.А. Шленов

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СТАТИСТИКА ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ В УСЛОВИЯХ МЕЛКОМАСШТАБНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ. СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Проведено численное моделирование распространения коллимированных и сфокусированных лазерных пучков в турбулентной атмосфере в условиях мелкомасштабных флуктуаций. На основе модели фазовых экранов методом Монте-Карло исследованы когерентность поля, дисперсия и корреляция флуктуаций интенсивности в широкой области значения параметров распространения: в области слабых флуктуаций интенсивности, сильных фокусировок и в области насыщения. Полученные результаты сравнивались с данными натуральных экспериментов и со значениями, полученными в фазовом приближении метода Гюйгенса–Кирхгофа.

1. Введение

Распространение волн в случайно-неоднородных средах встречается во многих областях физики волновых явлений. Влияние атмосферной турбулентности на характеристики лазерного излучения аналитически хорошо изучено в области слабых флуктуаций, когда значение параметра $\beta_0^2 = 1,23 C_n^2 k_0^{7/6} L^{11/6}$, определяющего дисперсию интенсивности плоской волны в первом приближении метода плавных возмущений (МПВ), не превышает единицы [1] (C_n^2 – структурная постоянная показателя преломления; k_0 – волновое число; L – длина трассы распространения). В областях сильных фокусировок и насыщения флуктуаций интенсивности строгих аналитических методов не существует. Фазовое приближение метода Гюйгенса–Кирхгофа (ФПМГК) применимо для сфокусированных пучков, если $\Omega \gg \beta_0^{84/25}$ при $\beta_0^2 \gg 1$ и $\Omega \gg 1$ при $\beta_0^2 < 1$, для коллимированных пучков при условии $\Omega \geq 1$, где $\Omega = k_0 a_0^2/L$; a_0 – начальный радиус пучка. Ошибка в определении дисперсии флуктуаций интенсивности в пучках этим методом колеблется в пределах 10–15% [2].

Сложность получения аналитических решений для статистических величин световых полей в случайно-неоднородных средах стимулировала развитие численных методов для задач атмосферной оптики. Одним из наиболее плодотворных оказался метод статистических испытаний Монте-Карло (ММК). Этот метод на основе модели фазовых экранов (МФЭ) позволяет воспроизвести практически любые условия распространения излучения и определить различные статистические характеристики светового поля на основе единого подхода.

Модель фазовых экранов в настоящее время широко используется в численных расчетах по распространению электромагнитных волн в атмосфере, ионосфере, межпланетном пространстве, акустических волн в океанах, упругих волн в твердых средах, сейсмических волн в земле [3].

В ряде последних работ ММК на основе МФЭ использовался для изучения флуктуаций интенсивности и функции распределения в плоской волне и для точечного источника [4–7].

В данной статье проведен анализ когерентности поля и статистики флуктуаций интенсивности для ограниченного пучка. Рассмотрены сфокусированные и коллимированные пучки в широкой области значений параметра турбулентности β_0^2 .

2. Модель фазовых экранов и метод Монте-Карло

МФЭ основывается на параболическом уравнении для случайно-неоднородных сред:

$$2ik_0 \frac{\partial E(\mathbf{r})}{\partial z} + \Delta_{\perp} E(\mathbf{r}) + 2k_0^2 n_1 E(\mathbf{r}) = 0, \quad (1)$$

где $E(\mathbf{r})$ – комплексная амплитуда светового поля; k_0 – волновое число; $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – поперечный лапласиан; n_1 – флуктуирующая часть показателя преломления.

В модели фазовых экранов каждый слой неоднородной среды толщиной Δz заменяется бесконечно тонким фазовым экраном, находящимся в его середине. Распространение излучения рассматривается как процесс последовательного прохождения цепочки фазовых экранов. Таким образом, флуктуации показателя преломления в атмосфере вызывают возмущения фазы светового поля $\tilde{\varphi}_{s+1/2}(\rho)$, локализованные в плоскостях расположения экранов $z_{s+1/2}$. Между экранами эти возмущения преобразуются в амплитудные вследствие дифракции.

Расстояние Δz между экранами мало по сравнению с дифракционной длиной для неоднородности светового поля минимального масштаба $k_0 \rho_k^2$ и превышает внешний масштаб турбулентности L_0 :

$$k_0 \rho_k^2 < \Delta z < L_0. \quad (2)$$

В этом случае справедлива модель δ -коррелированных экранов по эволюционной координате z . Двумерный спектр флуктуаций фазы на экране $F_{\varphi}(\kappa_{\perp})$ выражается через трехмерный спектр флуктуаций показателя преломления в турбулентной атмосфере $\Phi_n(\kappa_{\perp}, 0)$ [8].

Наиболее традиционным способом генерации случайного поля на фазовом экране является спектральный метод, в котором случайная фаза на экране находится с помощью фильтрации комплексного гауссова псевдослучайного поля двумерным спектром флуктуаций $F_{\varphi}(\kappa_{\perp})$.

Спектральный метод позволяет получить фазовый экран с флуктуациями, масштаб которых ограничен апертурой расчетной сетки. Для более адекватного воспроизведения крупномасштабных атмосферных флуктуаций применимы методы вложенных сеток [9] и субгармоник [10, 11].

Модель фазовых экранов соответствует применению метода расщепления для параболического уравнения (1), что приводит к следующей цепочке [12]:

$$\tilde{E}(\kappa, z) = F[e^{\tilde{\varphi}} E(\rho, z)]; \quad (3)$$

$$\tilde{E}(\kappa, z + \Delta z) = \exp\left(-ik_0 \frac{\kappa^2}{2k_0^2} \Delta z\right) \tilde{E}(\kappa, z); \quad (4)$$

$$E(\rho, z + \Delta z) = F^{-1}[\tilde{E}(\kappa, z + \Delta z)], \quad (5)$$

где F и F^{-1} обозначают прямое и обратное преобразования Фурье.

Погрешности в экспериментах со стохастическими полями в случайно-неоднородных средах, базирующихся на методе Монте-Карло и модели фазовых экранов, связаны со следующими факторами:

1. Стратифицированное представление среды [3, 8, 13];
2. Дискретное представление фазового экрана и светового поля на сетке [4, 14, 15];
3. Краевые эффекты, связанные с ограниченными размерами расчетной сетки [15];
4. Сходимость решений по переменной Монте-Карло (по числу реализаций) [16].

3. Результаты моделирования

Результаты ММК соответствуют статистической обработке набора мгновенных натуральных регистраций светового поля пучков в плоскости наблюдения на приземной атмосферной трассе. Использование МФЭ с мелкомасштабными флуктуациями предполагает, что ось пучка всегда находится в центре координат плоскости регистрации. Тем самым исключалось влияние блуждающий пучка. В качестве модели турбулентности брался модифицированный спектр фон Кармана:

$$\Phi_n(\kappa) = 0,033 C_n^2 (\kappa^2 + \kappa_L^2)^{-11/6} \exp(-\kappa^2/\kappa_m^2), \quad (6)$$

где $\kappa_L = 2\pi/L_0$, L_0 – внешний масштаб турбулентности; $\kappa_m = 5,92/l_0$, l_0 – внутренний масштаб турбулентности.

Исследовались коллимированные и сфокусированные пучки гауссова профиля; длина волны $\lambda = 0,5$ мкм. Для коллимированных пучков число Френеля Ω варьировалось в пределах

$2,5 \div \infty$, для сфокусированных $5 \div \infty$, при этом фокусировка выполнялась на расстояния, при которых $\Omega_f = 10 \div 25$. При внутреннем масштабе турбулентности $l_0 = 4$ мм и начальном радиусе пучков $a_0 = 2$ см эти значения числа Френеля соответствуют длине атмосферной трассы $z = 2$ км (коллимированный пучок) и $z = 1$ км (сфокусированный пучок). Внешний масштаб турбулентности равнялся размеру расчетной сетки. Структурная постоянная $C_n^2 = 10^{-15} \div 10^{-14} \text{ см}^{-2/3}$. Параметр турбулентности β_0^2 менялся в диапазоне $0 \div 17$. Моделирование выполнялось на сетке 512×512 , при этом отношения $l_0/h = 4 \div 20$, $a_0/h = 20 \div 100$, где h – шаг сетки. На трассе располагалось 20 фазовых экранов, статистический ансамбль включал $M = 200$ реализаций.

3.1. Когерентность поля

Пространственная когерентность поля пучка $\gamma(R, \rho)$ определялась усреднением по ансамблю реализаций. Для оси пучка $\gamma(\rho)$ имеет вид

$$\gamma_M(\rho) = \frac{\langle E(-\rho/2) E^*(\rho/2) \rangle_M}{(\langle I(-\rho/2) \rangle_M \langle I(\rho/2) \rangle_M)^{1/2}}, \quad (7)$$

где $\langle \dots \rangle_M$ – операция усреднения. На рис. 1, а, б изображены функции когерентности коллимированного и сфокусированного пучков в зависимости от координаты ρ для различных значений числа Френеля Ω и параметра β_0^2 . Радиус фокусировки для сфокусированного пучка равнялся 200 м ($\Omega_f = 25$). Для коллимированного пучка функция $|\gamma_M(\rho)|$ с ростом β_0^2 сначала сужается, а затем расширяется. Увеличение когерентности при $\beta_0^2 = 10,1$ ($\Omega = 3,3$) по сравнению с $|\gamma_M(\rho)|$ при $\beta_0^2 = 4,8$ ($\Omega = 5$) происходит из-за дифракционной расходимости и насыщения флуктуаций поля светового пучка.

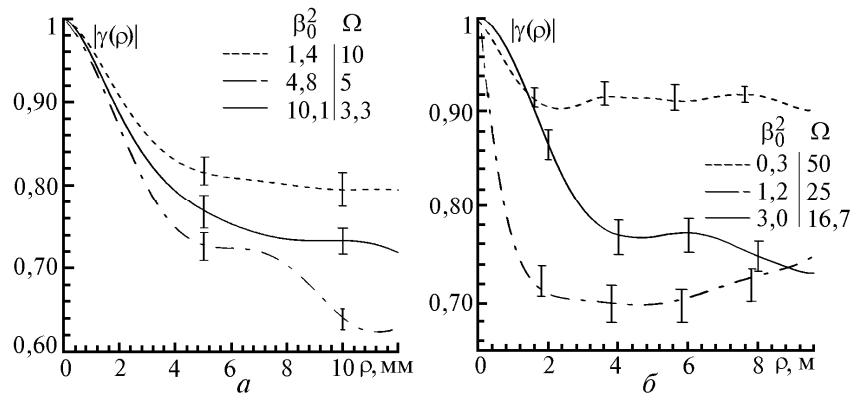


Рис. 1. Функция когерентности в зависимости от координаты ρ для различных значений числа Френеля Ω и параметра β_0^2 : а – коллимированный пучок; $C_n^2 = 3 \cdot 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$; б – сфокусированный пучок; радиус фокусировки 200 м ($\Omega_f = 25$); $C_n^2 = 1,43 \cdot 10^{-14} \text{ см}^{-2/3}$

В сфокусированном пучке $|\gamma_M(\rho)|$ меняется с ростом β_0^2 более значительно. До фокальной плоскости $|\gamma_M(\rho)|$ сужается из-за фокусировки пучка и атмосферной турбулентности. За фокусом функция когерентности значительно уширяется вследствие расходимости пучка в целом. При $\Omega = \Omega_f$ ($\beta_0^2 = 1,2$) функция когерентности наиболее узка и ее характерный масштаб примерно совпадает с дифракционным радиусом пучка ($a_d = 0,8$ мм).

В проведенных экспериментах $|\gamma_M(\rho)|$ меняется от 1 до $0,6 \div 0,7$. Для оценки радиуса когерентности поля ρ_E аппроксимируем функцию когерентности параболой $|\gamma_M(\rho)|$ вблизи точки $\rho = 0$ и определим ρ_E из условия

$$|\gamma_M(\rho_E)| = e^{-1}. \quad (8)$$

Изменение радиуса когерентности поля ρ_E для коллимированного пучка показано на рис. 2, а. Радиус ρ_E значительно падает на расстоянии $z < z^* = 800$ м и в дальнейшем меняется слабо. Для длины трассы распространения z^* радиус первой зоны Френеля $\sqrt{\lambda z^*} \approx a_0$. Таким образом, на расстоянии z^* завершается декорреляция поля ограничения пучка, обусловленная турбулентностью и дифракцией на излучающей апертуре. В последующем в силу расходимости пучка ρ_E незначительно увеличивается.

На рис. 2, а также изображены радиусы когерентности ρ_c – поля ограниченного пучка, ρ_{Π} – плоской волны и ρ_s – сферической, рассчитанные в ФПМГК для чисто степенного колмогоровского спектра флуктуаций показателя преломления [17]. Видно, что в области слабых флуктуаций ($z < 400$ м, $\beta_0^2 < 1,3$, $\Omega > 12,5$) и насыщения флуктуаций ($z > 1600$ м, $\beta_0^2 > 11,5$, $\Omega < 3,1$) имеется хорошее согласие с результатами ФПМГК и с данными натуральных экспериментов [18]. Однако в области сильных фокусировок ($z \approx z^*$, $\beta_0^2 \approx 3,3$, $\Omega \approx 6$) имеется значительное расхождение, которое можно объяснить погрешностью ФПМГК, где предполагается нормальный закон распределения для логарифма амплитуды и фазы поля [2]. Для выяснения причины расхождения был проведен численный эксперимент с тем же пучком при C_n^2 , уменьшенном втрое. Таким образом, значение $\Omega \approx 6$ соответствовало области, близкой к слабым флуктуациям $\beta_0^2 \approx 1,1$ (см. рис. 2, а). Видно, что характерный провал достигается при том же $\Omega \approx 6$. Поэтому минимум радиуса когерентности поля обусловлен дифракцией на передающей апертуре.

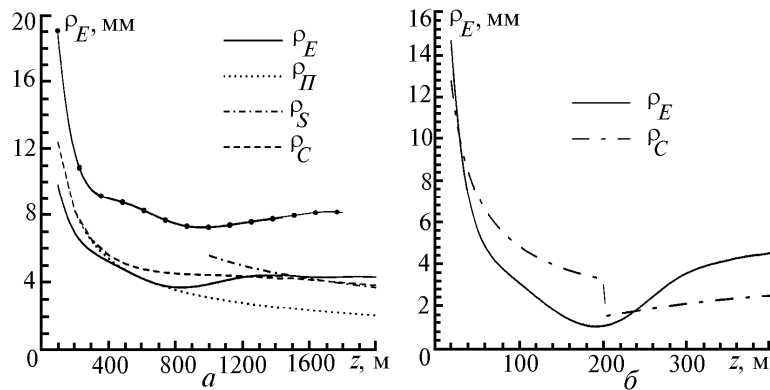


Рис. 2. Радиус когерентности ρ_E в зависимости от длины трассы z ; ρ_c – радиус когерентности поля ограниченного пучка; ρ_{Π} – плоской волны и ρ_s – сферической, рассчитанные в ФПМГК для чисто степенного колмогоровского спектра флуктуаций: а – коллимированный пучок $C_n^2 = 3 \cdot 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$, кривая с точками $C_n^2 = 1 \cdot 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$; б – сфокусированный пучок; радиус фокусировки 200 м ($\Omega_f = 25$); $C_n^2 = 1,43 \cdot 10^{-14} \text{ см}^{-2/3}$

Изменение радиуса когерентности для сфокусированного пучка приведено на рис. 2, б. Здесь видно значительное расхождение результатов статистических испытаний от данных ФПМГК в области перетяжки сфокусированного пучка. При более сильной фокусировке ФПМГК дает не объяснимый с точки зрения физики скачок радиуса когерентности в геометрическом фокусе.

3.2. Дисперсия флуктуаций интенсивности

Нормированная дисперсия флуктуаций интенсивности $\beta_I^2(\rho, z)$ в численном эксперименте находилась в соответствии с выражением

$$\beta_I^2(\rho, z) = \frac{\langle I^2(\rho, z) \rangle_M - \langle I(\rho, z) \rangle_M^2}{\langle I(\rho, z) \rangle_M^2}, \quad (9)$$

при этом рассматривалась дисперсия интенсивности на оси пучка $\rho = 0$ и на дифракционном радиусе $\rho = a_d$. На рис. 3, а изображена зависимость β_I^2 от β_0^2 для коллимированного пучка. Значения β_I^2 на оси пучка, полученные нами, при $3 < \beta_0^2 < 6,5$ не совпадают с аналитическими данными ФПМГК и, по-видимому, требуют дополнительного исследования. Экспериментальные данные для коллимированного пучка в этой области параметров неизвестны. Значения максимума β_I^2 на оси лежат между численными расчетами для точечного источника [5] и плоской волны [4].

Для сравнения с экспериментальными данными [19] величина β_I для сфокусированного пучка приведена на рис. 3, б в зависимости от структурной функции флуктуаций фазы для сферической волны на диаметре передающей апертуры $D_s^{1/2}(2a_0)$. Отличие полученных значений β_I от данных [19] для фокуса пучка лежит в пределах ошибки натурального и численного экспериментов.

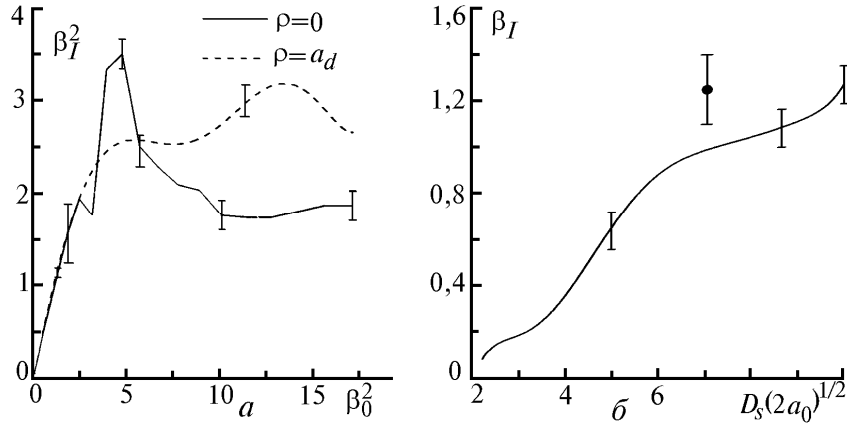


Рис. 3. Зависимость дисперсии интенсивности β_I^2 от β_0^2 на оси и дифракционном радиусе для коллимированного пучка; $C_n^2 = 3 \cdot 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$ (а). Зависимость β_I сфокусированного пучка от структурной функции флуктуаций $D_s^{1/2}(2a_0)$ ($\Omega_f = 25$, $C_n^2 = 1,43 \cdot 10^{-14} \text{ см}^{-2/3}$) (б). Точка – экспериментальные данные [19]

3.3. Корреляция флуктуаций интенсивности

Коэффициент корреляции флуктуаций интенсивности $b_I(R, \rho)$ на оси $R = 0$ определялся формулой

$$b_I(\rho) = \frac{\langle I(-\rho/2) I(\rho/2) \rangle_M - \langle I(-\rho/2) \rangle_M \langle I(\rho/2) \rangle_M}{\sqrt{[\langle I^2(-\rho/2) \rangle_M - \langle I(-\rho/2) \rangle_M^2] [\langle I^2(\rho/2) \rangle_M - \langle I(\rho/2) \rangle_M^2]}} \quad (10)$$

На рис. 4 представлены зависимость коэффициента корреляции b_I от безразмерного параметра $\alpha = \rho/\sqrt{\lambda z}$ и экспериментальные данные [20] для ряда значений β_0^2 . Видно, что при увеличении β_0^2 корреляция в близких точках ($\rho < 0,5\sqrt{\lambda z}$) уменьшается, но при больших ρ увеличивается. Такое поведение согласуется с аналитическими данными [2] и с экспериментом [20].

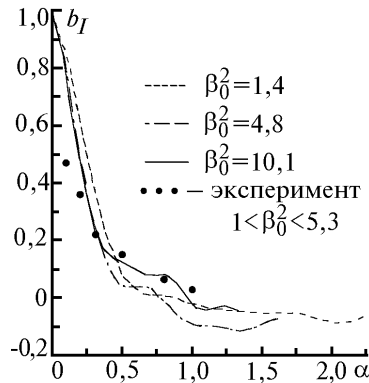


Рис. 4. Зависимость коэффициента корреляции b_I от безразмерного параметра $\alpha = \rho/\sqrt{\lambda z}$ и экспериментальные данные (точки) [20] для ряда значений β_0^2

4. Заключение

Проведено комплексное исследование пространственной статистики сфокусированных и коллимированных пучков в турбулентной атмосфере методом Монте-Карло на основе модели

фазовых экранов. Рассмотрены когерентность поля, дисперсия и корреляция флуктуаций интенсивности светового поля пучков при изменении силы турбулентности в области слабых флуктуаций $\beta_0^2 < 1$, сильных $\beta_0^2 \geq 1$ и в области насыщения $\beta_0^2 \gg 1$.

В области насыщения флуктуаций наряду с уменьшением корреляции интенсивности на малых масштабах ($\rho < 0,5\sqrt{\lambda z}$) возрастает корреляция на больших расстояниях ($\rho > \sqrt{\lambda z}$), что находится в полном согласии с данными натуральных экспериментов [20].

Установлено немонотонное изменение радиуса когерентности поля пучка ρ_E с расстоянием z . В области слабых флуктуаций и насыщения флуктуаций имеется хорошее согласие с результатами ФПМГК и с данными натуральных экспериментов [18]. В области сильных фокусировок и значений числа Френеля $\Omega \approx 6$ имеется значительное расхождение, объяснимое погрешностью ФПМГК и связанное с дифракцией на передающей апертуре. Для сильно сфокусированных пучков расхождение с данными ФПМГК более значительное.

1. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967.
2. Миронов В. Л. Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере. Новосибирск: Наука, 1981.
3. Kravtsov Yu. A. //Rep. Prog. Phys. 1992. P. 39–112.
4. Martin J. M., Flatte S. M. //Appl. Opt. 1988. V. 27. N 11. P. 2111–2126.
5. Martin J. M., Flatte S. M. //J. Opt. Am. A. 1990. V. 7. N 5. P. 838–847.
6. Dashen R., Wang G. Yu., Flatte S. M., Bracher C. //J. Opt. Soc. Am. A. 1993. V. 10. N 6. P. 1233–1242.
7. Flatte S. M., Bracher C., Wang G. Yu. //J. Opt. Soc. Am. A. 1994. V. 11. N 7. P. 2080–2092.
8. Кандидов В. П. //Изв. АН СССР Сер. Физ. 1985. Т. 49. N 3. С. 442–449.
9. Herman B. J., Strugala L. A. //Proc. SPIE. 1990. V. 1221. P. 183.
10. Lukin V. P., Fortes B. V., Konyev P. A. //Proc. SPIE. 1994. V. 2222. P. 522.
11. Johansson E. M., Gavel D. T. //Proc. SPIE. 1994. V. 2200. P. 372.
12. Martin J. //Wave Propagation in Random Media (Scintillation). SPIE. 1992. PM–09. P. 463.
13. Uscinski B. J. //Wave Propagation in Random Media. SPIE. 1992. PM–09. P. 346.
14. Buckley R. //J. Atmos. Terr. Phys. 1975. V. 37. P. 1431.
15. Knepp D. L. //Proc. IEEE. 1983. V. 71. P. 722.
16. Kandidov V. P., Shlyonov S. A. //«8th Laser Optics Conference». St. Petersburg. 1995. Techn. Prog. P. 48.
17. Зуев В. Е., Банах В. А., Покасов В. В. Оптика турбулентной атмосферы. Гидрометеониздат, 1988.
18. Беленький М. С., Миронов В. Л. //Изв. вузов. Радиофизика. 1974. Т. 17. N 7. С. 1050–1057.
19. Съедин В. Я., Хмелевцев С. С., Цвык Р. Ш. //Изв. вузов. Радиофизика. 1972. Т. 15. N 5. С. 798–800.
20. Грачева М. Е., Гурвич А. С., Хрупин А. С. //Изв. вузов. Радиофизика. 1974. Т. 17. N 1. С. 155–157.

Московский государственный университет

Поступила в редакцию
12 июля 1996 г.

V. P. Kandidov, M. P. Tamarov, S. A. Shlyonov. **Spatial Statistics of Laser Beams in Small-Scale Turbulence. Stochastic Simulation.**

The propagation of collimated and convergent laser beams in turbulent atmosphere was analyzed numerically under small-scale fluctuations. Field coherence, intensity variance and correlation were examined by the Monte-Carlo method on the basis of phase screens model under a wide range of propagation parameters: in the regimes of weak fluctuations, strong focusing, and saturation of fluctuations. The obtained results have been compared with experimental data and results of phase approximation in Huygens–Kirchhoff's method.