УДК 535.417:681.787

Остаточные искажения, обусловленные размером опорного источника

В.П. Лукин*

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

Поступила в редакцию 2.06.2014 г.

Рассматривается эффективность адаптивной фокусировки когерентного пучка излучения в турбулентной атмосфере. Выполнен расчет распределения средней интенсивности поля когерентного лазерного пучка, фокусируемого в турбулентной среде, при использовании изображения некогерентного источника в качестве опорного источника и при адаптивной фазовой коррекции.

Ключевые слова: коррекция, опорный источник, изображение, фаза, когерентность; correction, guiding source, image, phase, coherence.

Введение

Проблема фокусировки когерентного оптического излучения через турбулентную среду—атмосферу возникает в ряде практических приложений, например когда на удаленный объект осуществляется доставка энергии с помощью лазерного излучения. Неоднородности среды и прежде всего атмосферная турбулентность становятся серьезным препятствием, ограничивающим предельно достижимые характеристики и возможности оптико-электронных систем. Известно, что применение адаптивной оптики позволяет существенно снизить эти ограничения [1–4]. Однако для практического применения алгоритмов и систем адаптивной коррекции необходим дополнительный (опорный) источник, обеспечивающий возможность проведения измерений фазовых искажений в канале распространения излучения [2, 4–8]. При этом в качестве такого опорного излучения может, например, выступать отраженное излучение непосредственно от того объекта, на который необходимо произвести фокусировку когерентного лазерного излучения [5–10].

Возможна ситуация, когда для обеспечения работы датчика волнового фронта адаптивной системы используется опорное излучение, которое создается «подсвечиванием» объекта пучком излучения какого-либо дополнительного источника. При этом рассматриваемый здесь подход может быть использован как при когерентном, так и при некогерентном «подсвечивании». Методы определения фазы по когерентному и некогерентному опорному излучению уже ранее описаны в научной литературе [2, 11–14].

* Владимир Петрович Лукин (lukin@iao.ru).

Использование принципов взаимности флуктуаций для адаптивного управления параметрами оптической волны

На основании результатов [15] запишем мгновенное распределение интенсивности изображения для протяженного источника, формируемого через турбулентную среду, в приближении обобщенного метода Гюйгенса–Кирхгофа [13]:

$$I_{\text{из}}(X_{\text{из}}, \boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{X^2 X_{\text{из}}^2} \iint d^2 r_1 I_{\text{об}}(X, \mathbf{r}_1) \times$$
$$\times \iint d^4 \rho_{1,2} \exp(-ik\rho_1^2/2f + ik\rho_2^2/2f) \times$$
$$\times W(\boldsymbol{\rho}_1) W^*(\boldsymbol{\rho}_2) \exp\{ik|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1|^2/2X_{\text{из}} - ik|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_2|^2/2X_{\text{из}} +$$
$$+ ik|\mathbf{r}_1-\boldsymbol{\rho}_1|^2/2X - ik|\mathbf{r}_1-\boldsymbol{\rho}_2|^2/2X\} \times$$
$$\times \exp\{i[S(X, \mathbf{r}_1; 0, \boldsymbol{\rho}_1) - S(X, \mathbf{r}_1; 0, \boldsymbol{\rho}_2)]\}. \qquad (1)$$

Здесь X – длина атмосферной трассы; f – фокусное расстояние приемного объектива, строящего изображения протяженного источника; $X_{\text{из}}$ – расстояние от приемной апертуры до плоскости изображения; $I_{\text{об}}(X, \mathbf{r})$ – распределение яркости объекта-источника; $W(\boldsymbol{\rho})$ – функция зрачка приемного объектива; $S(X, \mathbf{r}_1; 0, \boldsymbol{\rho}_1)$ – фазовые флуктуации, обусловленные действием турбулентности; k – волновое число излучения.

Далее при анализе выражения (1) воспользуемся тем фактом, что изображение объекта-источника рассматривается в сопряженной плоскости, т.е. такой, для которой верно соотношение

$$1/f = 1/X_{\text{из}} + 1/X. \tag{2}$$

Тогда выражение (1) переходит в следующее:

$$I_{\text{из}}(X_{\text{из}}, \rho) = \frac{1}{X^2 X_{\text{из}}^2} \iint d^2 r_1 I_{\text{об}}(X, \mathbf{r}_1) \times$$

$$\times \iint d^4 \rho_{1,2} W(\rho_1) W^*(\rho_2) \exp[-ik\mathbf{r}_1(\rho_1 - \rho_2)/X] \times$$

$$\times \exp\{[-ik\rho(\rho_1 - \rho_2)/X_{\text{из}}] +$$

$$+ i[S(X, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1) - S(X, \mathbf{r}_1; 0, \rho_2)]\}. \tag{3}$$

Запишем подобным же образом выражение для мгновенной интенсивности поля когерентного лазерного пучка, формируемого через ту же самую апертуру и на той же атмосферной трассе, что и изображение некогерентного объекта. Единственным отличием является то, что формирование когерентного пучка происходит в противоположном направлении, т.е. из исходной плоскости в плоскость объекта. Используя результаты расчетов [17], получаем для мгновенной интенсивности когерентного пучка излучения в точке ρ следующее выражение:

$$I_{\text{л.п}}(X, \rho) = \frac{1}{X^2} \iint d^4 \rho_{1,2} U_{\text{л.п}}(0, \rho_1) U^*_{\text{л.п}}(0, \rho_2) \times$$

$$\times \exp\{[ik\rho_1^2/2X - ik\rho_2^2/2X - ik\rho(\rho_1 - \rho_2)/X] +$$

$$+ i[S(0, \rho_1; X, \rho) - S(0, \rho_2; X, \rho)]\}. \tag{4}$$

Если в выражении (2) воспользоваться приближением точечного источника, расположенного на оси координат, т.е. положить $I_{\text{об}}(X, \mathbf{r}_1) = \delta(\mathbf{r}_1)$, тогда (2) перейдет в

$$I_{\text{из}}(X_{\text{из}}, \rho) = \frac{1}{X^2 X_{\text{из}}^2} \iint\iint d^4 \rho_{1,2} W(\rho_1) W^*(\rho_2) \times$$

$$\times \exp\{ik\rho(\rho_1 - \rho_2)/X_{\text{из}}\} \times$$

$$\times \exp\{i[S(X, 0; 0, \rho_1) - S(X, 0; 0, \rho_2)]\}. \tag{5}$$

Сравним выражения (4) и (5) и зададимся вопросом: при каких условиях эти выражения совпадут? Легко показать на основе результатов работ [16, 17], что для этого необходимо обеспечить выполнение условия согласования передающей и приемной апертур, а именно:

$$U_{\text{л.п}}(o, \rho_1) = W(\rho_1) \exp(-ik\rho_1^2/2X). \tag{6}$$

При выполнении условия согласования (6) выражение (4) примет вид

$$I_{\text{л.п}}(X, \rho) = \frac{1}{X^2} \iint d^4 \rho_{1,2} W(\rho_1) W^*(\rho_2) \times$$

$$\times \exp[-ik\rho(\rho_1 - \rho_2)/X] \times$$

$$\times \exp\{i[S(0, \rho_1; X, \rho) - S(0, \rho_2; X, \rho)]\}. \tag{7}$$

Сравнение (7) и (5) показало, что имеет место равенство мгновенных значений следующих функционалов:

$$I_{\text{л.п}}(X, \rho) = X_{\text{из}}^2 I_{\text{из}}(X_{\text{из}}, \rho), \tag{8}$$

а это означает, что функционалы (7) и (5) одновременно будут достигать своих экстремумов, например когда устраняются фазовые искажения.

Далее при анализе опять вернемся к рассмотрению случая использования протяженного опорного источника. Сравнивая выражения (5) и (4), приравняем их соответствующие дифракционные части и получим

$$W(\rho_1) W^*(\rho_2) \iint d^2 r_1 I_{\text{об}}(X, \mathbf{r}_1) \exp\{ik\mathbf{r}_1(\rho_1 - \rho_2)/X\} =$$

$$= U_{\text{л.п}}(0, \rho_1) U^*_{\text{л.п}}(0, \rho_2) \exp[ik\rho_1^2/2X - ik\rho_2^2/2X]. \tag{9}$$

В данном случае равенство (9) и есть условие согласования для некогерентного источника конечных размеров и когерентного пучка. В случае наличия равенства (9) опять приходим к соответствию (8). Это означает, что в условиях реализации максимума контраста для изображения достигается максимум интенсивности и в фокусируемом пучке излучения.

При рассмотрении остаточных искажений, обусловленных размером опорного источника, уместно воспользоваться симметрией между мгновенными распределениями интенсивности формируемого изображения и фокусируемого пучка. При соблюдении условий согласования (9) распределения этих мгновенных интенсивностей будут тождественны [4, 5], поэтому можно (для простоты проведения расчетов) решить обратную задачу, т.е. рассчитать, какова будет скорректированная средняя интенсивность в плоскости изображения, если в качестве опорного источника использовать фокусированный пучок излучения [18–20]. Дело в том, что аналитически достаточно сложно решать прямую задачу — рассчитать корректирующую фазу при использовании протяженного опорного источника, ввиду того что в выражении (3) член, связанный с фазовыми флуктуациями, представляет собой интеграл следующего вида:

$$\iint d^2 r_1 I_{\text{об}}(X, \mathbf{r}_1) \exp\{i[S(X, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1) - S(X, \mathbf{r}_1; 0, \rho_2)]\}. \tag{10}$$

В то же время обратная задача формирования скорректированного изображения некогерентного объекта, когда в качестве опорной волны выступает когерентный лазерный фокусированный пучок, формируемый в обратном направлении, сравнительно легко решается вполне доступными средствами. При адаптивной коррекции будем использовать корректирующий член, связанный с фазовыми флуктуациями $\exp\{i[S(0, \rho_1; X, \rho) - S(0, \rho_2; X, \rho)]\}$, из (7). Тогда после коррекции с использованием фазы опорного когерентного поля результат коррекции будет иметь вид

$$X_{\text{из}}^2 I_{\text{из}}^{кор}(X_{\text{из}}, \rho) = \frac{1}{X^2} \iint d^4\rho_{1,2} W(\rho_1) W^*(\rho_2) \times$$

$$\times \exp[ik\rho(\rho_1 - \rho_2)/X_{\text{из}}] \iint d^2 r_1 I_{\text{об}}(X, \mathbf{r}_1)\} \times$$

$$\times \exp[-ik\mathbf{r}_1(\rho_1 - \rho_2)/X] \exp\{i[S(X, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1) -$$

$$- S(X, \mathbf{r}_1; 0, \rho_2)] - i[S(X, \rho; 0, \rho_1) - S(X, \rho; 0, \rho_2)]\}. \quad (11)$$

Для перехода к средним величинам, проведя усреднение в последней экспоненте из (11) по ансамблю случайных гауссовых реализаций для фазовых флуктуаций S, получим

$$<\exp\{i[S(X, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1) - S(X, \mathbf{r}_1; 0, \rho_2)] -$$

$$- i[S(X, \rho; 0, \rho_1) - S(X, \rho; 0, \rho_2)]\}> =$$

$$= \exp\{-\frac{1}{2} <\{[S(X, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1) - S(X, \mathbf{r}_1; 0, \rho_2)] -$$

$$- i[S(X, \rho; 0, \rho_1) - S(X, \rho; 0, \rho_2)]\}^2>\}. \quad (12)$$

Нетрудно показать, что в результате этого член, стоящий под знаком экспоненты в (12) и обозначаемый далее как $<[\ldots]^2>$, запишется [15, 17]:

$$<[\ldots]^2> = <\{i[S(X, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1) - S(X, \mathbf{r}_1; 0, \rho_2)] -$$

$$- i[S(X, \rho; 0, \rho_1) - S(X, \rho; 0, \rho_2)]\}^2> =$$

$$= 2D_S(0, \rho_1 - \rho_2) + 2D_S(X, \rho_1 - \rho_2) -$$

$$- D_S(0, \mathbf{r}_1 - \rho; X, \rho_1 - \rho_2) - D_S(0, \mathbf{r}_1 - \rho; X, \rho_2 - \rho_1). \quad (13)$$

Далее, используя представление для структурной функции фазы $D_S(0, \rho_1 - \rho_2)$ [15] для сферической волны, распространяющейся в случайной среде с колмогоровским типом турбулентности, выражение (13) можно записать в виде

$$<[\ldots]^2> = 2{,}92 k^2 \int_0^X d\xi C_n^2(\xi) \{2(\xi/X)^{5/3} |\mathbf{r}_1 - \rho|^{5/3} +$$

$$+ 2(1 - \xi/X)^{5/3} |\rho_1 - \rho_2|^{5/3} -$$

$$- |(\xi/X)(\mathbf{r}_1 - \rho) + (1 - \xi/X)(\rho_1 - \rho_2)|^{5/3} -$$

$$- |(\xi/X)(\mathbf{r}_1 - \rho) - (1 - \xi/X)(\rho_1 - \rho_2)|^{5/3}\}. \quad (14)$$

Отметим, что выражение (14) представлено для случая вертикального распространения, где турбулентность описывается зависимостью структурного параметра показателя преломления $C_n^2(\xi)$ по трассе распространения.

Если в выражении (14) воспользоваться квадратической аппроксимацией для структурной функции фазы [8, 15], то можно получить $<[\ldots]^2> \equiv 0$. То есть при такой аппроксимации фазовая коррекция обеспечивает абсолютную компенсацию.

При проведении дальнейших расчетов в (11) будем исходить из того, что задачей адаптивной коррекции является именно фокусировка лазерного пучка, причем эта фокусировка излучения производится в зону, которая существенно меньше размера исходного пучка. Поэтому в пределах основной области интегрирования в (11) можно считать, что $|\mathbf{r}_1 - \rho| \ll |\rho_1 - \rho_2|$, поэтому в выражении (14) ограничимся только первым членом разложения, и для внутреннего интеграла из (11), обозначенного как $<J(\rho; \rho_1, \rho_2)>$, получим

$$<J(\rho; \rho_1, \rho_2)> = \iint d^2 r_1 I_{\text{об}}(X, \mathbf{r}_1)\} \exp\{-ik\mathbf{r}_1(\rho_1 - \rho_2)/X\} \times$$

$$\times <\exp\{i[S(X, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1) - S(X, \mathbf{r}_1; 0, \rho_2)] -$$

$$- i[S(X, \rho; 0, \rho_1) - S(X, \rho; 0, \rho_2)]\}> =$$

$$= \iint d^2 r_1 I_{\text{об}}(X, \mathbf{r}_1) \exp[-ik\mathbf{r}_1(\rho_1 - \rho_2)/X] \times$$

$$\times \exp[-2{,}92 k^2 |\mathbf{r}_1 - \rho|^{5/3} \int_0^X d\xi C_n^2(\xi)(\xi/X)^{5/3}]. \quad (15)$$

Из (15) видно, что получилось практически вакуумное распределение средней интенсивности в поле формируемого изображения. Таким образом, ввиду симметрии, оказалось, что при использовании коррекции на основе измеренных фазовых флуктуаций в плоскости изображения некогерентного объекта можно получить также практически вакуумное распределение для средней интенсивности фокусируемого когерентного лазерного пучка, но только с некоторым ослаблением [см. (15)] за счет действия размерного опорного объекта.

Продолжая анализ выражения (15), можно ввести радиус когерентности r_a для поля, формируемого в результате адаптивной коррекции, используя следующую формулу:

$$r_a = [2{,}92 k^2 \int_0^X d\xi C_n^2(\xi)(\xi/X)^{5/3}]^{-3/5}. \quad (16)$$

Отметим, что для однородных трасс, т.е. когда $C_n^2(\xi) = C_n^2$, величина $r_a = (3/8)^{-3/5} r_0 \cong 1{,}8 r_0$, где r_0 — радиус когерентности поля для плоской волны [3–5].

Подставив (16) в (15), получим для средней интенсивности скорректированного поля

$$<J(\rho; \rho_1, \rho_2)> = \iint d^2 r_1 I_{\text{об}}(X, \mathbf{r}_1) \times$$

$$\times \exp\{-ik\mathbf{r}_1(\rho_1 - \rho_2)/X - |\mathbf{r}_1 - \rho|^{5/3}/r_a^{5/3}\}. \quad (17)$$

Для дальнейших расчетов зададим начальное распределение яркости объекта в виде гауссовой функции как наиболее простого выражения для вычисления, а именно

$$I_{\text{об}}(X, \mathbf{r}_1) = \exp(-r_1^2/b^2), \quad (18)$$

где b — эффективный размер объекта (точнее, распределения поля яркости объекта).

В итоге выражение (17) перепишется в следующем виде:

$$<J(\rho;\rho_1,\rho_2)> = \iint d^2r_1 \exp\{-ik\mathbf{r}_1(\rho_1-\rho_2)/X -$$

$$-\left|\mathbf{r}_1-\rho\right|^{5/3}/r_a^{5/3} - r_1^2/b^2)\}. \qquad (19)$$

Для упрощения аналитических расчетов воспользуемся квадратической аппроксимацией для второго слагаемого фазового члена, стоящего в (19) под знаком экспоненты, т.е. положим, что $\left|\mathbf{r}_1-\rho\right|^{5/3}/r_a^{5/3} \approx \left|\mathbf{r}_1-\rho\right|^2/r_a^2$, и получим

$$<J(\rho;\rho_1,\rho_2)> = \iint d^2r_1 \exp\{-ik\mathbf{r}_1(\rho_1-\rho_2)/X -$$

$$-\left|\mathbf{r}_1-\rho\right|^{5/3}/r_a^{5/3} - r_1^2/b^2)\} \approx$$

$$\approx \pi \frac{r_a^2 b^2 \exp(-\rho^2/r_a^2)}{(r_a^2+b^2)} \exp\left[-\frac{r_a^2 b^2\left|\dfrac{k(\rho_1-\rho_2)}{X} + 2i\dfrac{\rho}{r_a^2}\right|^2}{4(r_a^2+b^2)}\right]. \qquad (20)$$

Далее, группируя члены в выражении (20), имеем

$$<J(\rho;\rho_1,\rho_2)> = \pi \frac{r_a^2 b^2 \exp(-\rho^2/r_a^2)}{(r_a^2+b^2)} \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{k^2 r_a^2 b^2 \left|\rho_1-\rho_2\right|^2}{4X^2(r_a^2+b^2)} - ik\frac{\rho(\rho_1-\rho_2)b^2}{X(r_a^2+b^2)}\right]. \qquad (21)$$

Следует заметить, что последний фазовый член в (21), вообще говоря, малоинтересен. В то же время для случая точечного источника, т.е. когда $I_{об}(X,\mathbf{r}_1) = \delta(\mathbf{r}_1)$, из (17) получаем

$$<J(\rho;\rho_1,\rho_2)> = \exp\{-\rho^{5/3}/r_a^{5/3}\}. \qquad (22)$$

Как видно из (20)–(22), в описании среднего скорректированного поля важную роль играет соотношение величин r_a и b. Так, если $r_a \gg b$, то имеем практически приближение точечного опорного источника, и из (11) следует, что

$$<I_{л.п}> \approx \pi b^2 \exp(-\rho^2/r_a^2) I_{вак}(\rho), \qquad (23)$$

где $I_{вак}$ – интенсивность лазерного пучка для вакуума. Вообще говоря, выражения типа (23) и ему подобные нужно нормировать на множитель $\iint d^2r_1 I_{об}(X,\mathbf{r}_1) = \pi b^2 I_{вак}$, представляющий собой энергию опорного протяженного некогерентного источника. Выражение (21) показало, что эффект влияния конечности опорного источника будет существенным, если размер опорного источника b соизмерим с r_a.

Для примера рассмотрим случай, когда используется достаточно большой эффективный размер источника, $b = r_a$, тогда из (22) и (11) имеем

$$<I_{л.п}(\rho)> \approx \frac{\exp(-\rho^2/2r_a^2)}{2X^2} \times$$

$$\times \iint d^4\rho_{1,2} W(\rho_1)W^*(\rho_2)\exp(-ik\rho(\rho_1-\rho_2)/X_{из}) \times$$

$$\times \exp[-k^2(\rho_1-\rho_2)^2 r_a^2/4X^2 - ik\rho(\rho_1-\rho_2)/X]. \qquad (24)$$

Далее, используя условие сопряженных плоскостей, т.е. $1/X_{из} + 1/X = 1/f$, получим

$$<I_{л.п}(\rho)> \approx \frac{\exp(-\rho^2/2r_a^2)}{2X^2} \iint d^4\rho_{1,2} W(\rho_1)W^*(\rho_2) \times$$

$$\times \exp[-ik\rho(\rho_1-\rho_2)/f - k^2(\rho_1-\rho_2)^2 r_a^2/4X^2]. \qquad (25)$$

Для простоты дальнейшего анализа введем в рассмотрение гауссову апертуру вида

$$W(\rho_1) = \exp(-\rho_1^2/R^2), \qquad (26)$$

где R – эффективный размер приемной апертуры, и получим при нормировке на вакуумное значение $I_{вак}(\rho)$ следующее выражение для относительного значения средней интенсивности скорректированного поля:

$$<I_{л.п}(\rho)>/I_{вак}(\rho) \approx \frac{\exp(-\rho^2/2r_a^2)}{2}. \qquad (27)$$

Из выражения (27) следует, что для случая $b = r_a$ параметр Штреля уменьшается вдвое. Если же $b > r_a$, то имеем практически опорную плоскую волну, и в этом случае необходимо проводить пересчет выкладок, начиная с формулы (20).

Оценка требований к размеру опорного источника

В качестве измерительного устройства предлагается использовать многоканальный корреляционный датчик волнового фронта Шека–Гартмана. Требования к размеру элементов датчика волнового фронта типа Шека–Гартмана сформируем для каждого его канала. При анализе ситуации будем исходить из формулы (24), определяющей зависимость дисперсии дрожания изображения от размера субапертуры d и размера самого некогерентного источника b.

Известно, что сингулярный, т.е. имеющий структурные особенности (в данном случае пучок, функция когерентности которого имеет вид дельта-функции), некогерентный пучок излучения эффективного радиуса b может быть представлен суммой элементарных пучков, распространяющихся из начальной плоскости с начальным размером, равным радиусу когерентности исходного некогерентного пучка. Из-за большой дифракционной расходимости элементарного пучка реализуется область его сильного дифракционного, но слабого турбулентного уширения. Значительная расходимость приводит к тому, что размер такого элементарного пучка в конце трассы становится существенно больше его размера в начале трассы. В результате дисперсия случайного (линейного) смещения изображения такого некогерентного пучка $\sigma^2_{\text{из}}$, измеряемая с помощью датчика, имеющего приемную апертуру эффективного радиуса d, как показано в [21–24], на неоднородной трассе (при распространении в зенит) в атмосфере будет иметь следующий вид:

$$\sigma^2_{\text{из}} = 4f^2 \int_0^X d\xi C_n^2(\xi)(1-\xi/X)^2[(1-\xi/X)^2 d^2 + (\xi/X)^2 b^2]^{-1/6}, \tag{28}$$

где ξ – текущая высота над подстилающей поверхностью; $C_n^2(\xi)$ – функция, описывающая высотную эволюцию структурного параметра показателя преломления для турбулентной атмосферы.

Для реальной практической ситуации, а именно вертикальной атмосферной трассы, когда объект находится далеко за атмосферой (например, это может быть искусственный спутник Земли), положив $X \Rightarrow \infty$ и предварительно введя угловой размер источника $\Theta_b = b/X$, выражение (28) можно записать:

$$\sigma^2_{\text{из}} = 4f^2 \int_0^\infty d\xi C_n^2(\xi)[d^2 + \xi^2 \Theta_b^2]^{-1/6}. \tag{29}$$

Поскольку атмосферная турбулентность ограничена по протяженности эффективной толщиной [8, 15] атмосферной турбулентности h_ς, получим следующее условие, при котором приемник d можно считать «большим», а именно

$$d > \Theta_b h_\varsigma. \tag{30}$$

А в связи с тем что измеритель смещения фрагмента изображения на субапертуре может реагировать на смещение края изображения, в качестве фактического углового «размера изображения» можно принять минимальный угловой размер, который может разрешить оптическая система.

В вакууме эта величина имеет значение, равное $1/kd$, тогда условие (30) переходит в неравенство $kd^2/h_\varsigma > 1$. При работе системы в условиях турбулентной среды в качестве минимальной величины углового размера объекта, за которым можно осуществлять слежение, следует считать $1/kr_0^{\text{к.э}}$, где $r_0^{\text{к.э}}$ – радиус когерентности турбулентной атмосферы при «короткой экспозиции».

Тогда условие (30), которому должен удовлетворять минимально необходимый размер субапертуры датчика, переходит в следующее:

$$d > h_\varsigma / kr_0^{\text{к.э}}. \tag{31}$$

Известно, что всегда $r_0^{\text{к.э}} > r_0$, где r_0 – радиус когерентности Фрида [24–26]. Из анализа (31) легко заключить, что если для вертикальных атмосферных трасс взять в качестве размера эффективного объекта слежения минимально разрешаемый объект при короткой экспозиции, то такой объект можно считать практически точечным объектом. И, действительно, такой объект может быть эффективно использован для измерения и коррекции фазы.

Для примера возьмем следующие значения: высота турбулентной атмосферы $h_\varsigma = 2$ км, радиус когерентности для «короткой экспозиции» $r_0^{\text{к.э}} = 10$ см, волновое число (для видимого диапазона длин волн) $k \approx 1{,}2 \cdot 10^5$ см$^{-1}$. Тогда из (31) получим, что необходимый минимальный размер субапертуры датчика должен быть больше 0,17 см.

При работе системы в условиях однородных трасс, когда $C_n^2(\xi) = C_n^2(0)$ для турбулентности колмогоровского типа, (28) переходит в следующее выражение:

$$\sigma^2_{\text{из}} = 4f^2 C_n^2 X \int_0^1 d\xi (1-\xi)^2[(1-\xi)^2 d^2 + \xi^2 b^2]^{-1/6}. \tag{32}$$

Таким образом, при малых размерах некогерентного пучка b ($b < d$), таких, когда можно в (32) использовать разложение в ряд по малому параметру b/d, получим

$$\sigma^2_{\text{из}} \approx 4f^2 C_n^2 X d^{-1/3} \{ \int_0^1 d\xi (1-\xi)^{5/3} - \frac{b^2}{6d^2} \int_0^1 d\xi (1-\xi)^{-1/3} \xi^2 \}. \tag{33}$$

Вычисляя интегралы в (33), приходим к выражению

$$\sigma^2_{\text{из}} \approx 4f^2 C_n^2 X \frac{3}{8} d^{-1/3} \left(1 - 0{,}4\frac{b^2}{d^2}\right). \tag{34}$$

Анализ (34) показывает, что первое слагаемое в нем представляет собой выражение для дисперсии смещения изображения точечного источника на апертуре, а за счет второго с ростом размера опорного источника b происходит незначительное уменьшение полезного сигнала. Если же в выражении (32) положить, например, $b = d$, то получим

$$\sigma^2_{\text{из}} = 4f^2 C_n^2 X d^{-1/3} \int_0^1 d\xi (1-\xi)^2 [(1-\xi)^2 + \xi^2]^{-1/6}. \tag{35}$$

Приближенное вычисление интеграла (35) дает $\int_0^1 d\xi (1-\xi)^2[(1-\xi)^2 + \xi^2]^{-1/6} \approx 1/3$. Таким образом, оказывается, что действительно происходит незначительное уменьшение уровня сигнала, так как $1/3 < 3/8$. Следовательно, даже в условиях, когда размер приемника становится соизмеримым с размером источника ($b = d$), уменьшение уровня сигнала дрожания изображения происходит примерно на 11%. Еще раз подчеркнем, что здесь параметр d – это размер субапертуры датчика волнового фронта, приведенный ко входу в датчик.

Потеря информации о фокусе пучка

Рассмотрим эффект уменьшения сигнала из-за потери информации о фокусе когерентного пучка. Эта ситуация возникает, если отсутствует точная информация о начальной расходимости когерентного (или частично-когерентного пучка) излучения. Для простоты анализа рассмотрим случай применения точечного опорного источника. Ранее было показано [см. (1), (3)], что при этом мгновенное распределение интенсивности в изображении дается следующей формулой:

$$I_{\text{из}}(X_{\text{из}}, \rho) = \frac{1}{X^2} \iint d^4\rho_{1,2} \exp(-ik\rho_1^2/2f + ik\rho_2^2/2f) \times$$
$$\times W(\rho_1)W^*(\rho_2)\exp\{ik|\rho-\rho_1|^2/2X_{\text{из}} -$$
$$- ik|\rho-\rho_2|^2/2X_{\text{из}} + ik\rho_1^2/2X - ik\rho_2^2/2X\}\times$$
$$\times \exp\{i[S(X,\mathbf{r}_1;0,\rho_1) - S(X,\mathbf{r}_1;0,\rho_2)]\}. \quad (36)$$

Далее также можно воспользоваться приближением «тонкой линзы» (2). Следует отметить, что в реальных условиях эксперимента именно формула «тонкой линзы» дает возможность определить дальность до объекта-источника. Так, если известно фокусное расстояние объектива f, а также проводятся измерения положения $X_{\text{из}}$ по максимуму функции резкости в наблюдаемом изображении, то удается определить X. Далее, для того чтобы сформировать лазерный пучок через ту же апертуру (объектив), необходимо обеспечить условие согласования пучка и приема изображения, а именно выполнимость условия (6). Это условие означает формирование лазерного пучка на заданную дальность. Однако на практике оказывается, что реальная расходимость лазерного пучка неизвестна и фактически фазовый член при формировании пучка оказывается $\exp(-ik\rho_1^2/2F)$, где $F \neq X$.

При идеальном условии согласования вида (6)

$$I_{\text{л.п}}(X, \rho) = \frac{1}{X^2}\iint d^4\rho_{1,2} W(\rho_1)W^*(\rho_2)\times$$
$$\times \exp[-ik\rho(\rho_1-\rho_2)/X]\times$$
$$\times \exp\{i[S(0,\rho_1;X,\rho) - S(0,\rho_2;X,\rho)]\}, \quad (37)$$

тогда как при реальном согласовании (при несовпадении фокусировки пучка и дальности)

$$\tilde{I}_{\text{л.п}}(X,\rho) = \frac{1}{X^2}\iint d^4\rho_{1,2} W(\rho_1)W^*(\rho_2)\times$$
$$\times \exp\left[-ik\rho(\rho_1-\rho_2)/X - ik\left(\rho_1^2-\rho_2^2\right)\left(\frac{1}{2F}-\frac{1}{2X}\right)\right]\times$$
$$\times \exp\{i[S(0,\rho_1;X,\rho) - S(0,\rho_2;X,\rho)]\}. \quad (38)$$

В результате адаптивной коррекции с использованием сигнала от точечного опорного источника имеем выражение (11), в котором последняя экспонента отвечает за остаточные фазовые флуктуации. Повторяя расчеты формул (12)–(14), получаем после усреднения по ансамблю турбулентных флуктуаций, что при острой фокусировке когерентного пучка, т.е. когда $|\rho| \ll |\rho_1 - \rho_2|$ во всей области интегрирования (37) и (38):

$$<[\ldots]^2> \approx 2\cdot 2{,}92k^2\rho^{5/3}\int_0^X d\xi C_n^2(\xi)(\xi/X)^{5/3}.$$

Это последнее выражение можно представить как $\rho^{5/3}/r_a^{5/3}$, где r_a — радиус когерентности поля в результате коррекции с использованием точечного опорного источника (16).

Далее расчеты проведем на основе введения гауссовой апертуры объектива, т.е. положим, что

$$W(\rho) = \exp(-\rho^2/R^2). \quad (39)$$

В итоге при неидеальном согласовании выражение (38) дает следующее:

$$<\tilde{I}_{\text{л.п}}(X,\rho)> = \frac{\exp(-\rho^{5/3}/r_a^{5/3})}{X^2}\iint d^4\rho_{1,2}\times$$
$$\times \exp\left[-(\rho_1^2+\rho_2^2)/R^2 - ik\rho(\rho_1-\rho_2)/X -\right.$$
$$\left. - ik\left(\rho_1^2-\rho_2^2\right)\left[\frac{1}{2F}-\frac{1}{2X}\right]\right]. \quad (40)$$

Отметим, что в выражении (40) переменные интегрирования расщепляются. Подобным же образом можно выполнить расчет для идеального согласования, т.е. для выражения (37), когда $F \equiv X$, в этом случае

$$<I_{\text{л.п}}(X,\rho)> = \frac{\exp(-\rho^{5/3}/r_a^{5/3})}{X^2}\iint d^4\rho_{1,2}\times$$
$$\times \exp[-(\rho_1^2+\rho_2^2)/R^2 - ik\rho(\rho_1-\rho_2)/X]. \quad (41)$$

Дальнейший расчет в (41) дает

$$<I_{\text{л.п}}(X,\rho)> = \left(\frac{\pi R^2}{X^2}\right)^2 \exp(-\rho^{5/3}/r_a^{5/3}). \quad (42)$$

Для случая неидеального согласования получим

$$<\tilde{I}_{\text{л.п}}(X,\rho)> = \left(\frac{\pi R^2}{X^2}\right)^2 \exp(-\rho^{5/3}/r_a^{5/3})\times$$
$$\times \exp\left\{-\frac{k^2\rho^2R^2}{4X^2}\left(\frac{1}{1-ikR^2(1/2F-1/2X)}\right)\times\right.$$
$$\left.\times\left(\frac{1}{1-ikR^2(1/2F-1/2X)}\right)\right\}[1-ikR^2(1/2F-1/2X)]^{-1}\times$$
$$\times[1-ikR^2(1/2F-1/2X)]^{-1}. \quad (43)$$

Введем $\Omega_R = (kR^2)/X$, тогда в результате преобразований для отношения средних интенсивностей получаем

$$\frac{<I_{\text{л.п}}(X,\rho)>}{<\tilde{I}_{\text{л.п}}(X,\rho)>} = \left[1 + \frac{\Omega_R^2}{4}(1-\delta)^2\right] \times$$

$$\times \exp\left\{-\frac{\rho^2\Omega_R^3}{4R^2}(1-\delta)^2 \Big/ \left[1 + \frac{\Omega_R^2}{4}(1-\delta)^2\right]\right\}. \quad (44)$$

Если положить в (44) $\delta = F/X = 1$, то выражение (44) даст $\dfrac{<I_{\text{л.п}}(X,\rho)>}{<\tilde{I}_{\text{л.п}}(X,\rho)>} \equiv 1$. Из анализа (44) видно, что с ростом отклонения δ от 1 и с ростом величины ρ, по сравнению с размером апертуры объектива R, растет отличие $\tilde{I}_{\text{л.п}}$ от $I_{\text{л.п}}$.

В частности, эффективной фокусировки можно достичь только при условии, что величина $\alpha = 1-\delta$ удовлетворяет условию $\alpha < X/(kR^2)$. Например, для значений $k = 10^5$ см$^{-1}$, $R = 10$ см и $X = 10$ км. Тогда это условие дает $(X-F)/X < 10^{-2}$. Если же пучок коллимировать или даже сфокусировать далеко «за цель», то $\delta \Rightarrow 0$ и отношение

$$\frac{<I_{\text{л.п}}(X,\rho)>}{<\tilde{I}_{\text{л.п}}(X,\rho)>} \approx \left[1 + \frac{\Omega_R^2}{4}\right] \exp\left\{-\frac{\rho^2\Omega_R^4}{4R^2\left[1 + \dfrac{\Omega_R^2}{4}\right]}\right\}. \quad (45)$$

В предположении, что $\Omega_R \gg 1$:

$$\frac{<I_{\text{л.п}}(X,\rho)>}{<\tilde{I}_{\text{л.п}}(X,\rho)>} \approx \frac{\Omega_R^2}{4} \exp\left\{-\frac{\rho^2\Omega_R^2}{R^2}\right\}. \quad (46)$$

Это означает, что при неправильной фокусировке имеют место большие потери плотности мощности фокусируемого излучения.

Далее, предположив, что параметр $\delta \approx 1$, но не равен строго 1, в (44) можно разложить в ряд экспоненциальный член и получить

$$\frac{<I_{\text{л.п}}(X,\rho)> - <\tilde{I}_{\text{л.п}}(X,\rho)>}{<\tilde{I}_{\text{л.п}}(X,\rho)>} \approx \frac{\rho^2\Omega_R^2}{16R^2}(1-\delta)^2. \quad (47)$$

Отсюда видно, что потеря эффективности из-за неидеального согласования дальности фокусировки и кривизны волнового фронта когерентного пучка излучения растет как параметр $(1 - F/X)^2$.

Аспект несовпадения длин волн в опорном канале и когерентного пучка уже ранее рассматривался, и это обсуждалось в работах [8, 27].

Отметим также, что для эффективной работы корреляционного датчика при слежении следует использовать максимально малый по размеру, но контрастный элемент изображения. В атмосфере на протяженных трассах возможно сильное аэрозольное размытие изображения опорного источника и только достаточно протяженный объект, т.е. объект, имеющий низкие пространственные частоты, будет виден контрастно на фоне других объектов. Это связано с тем, что частотно-контрастная характеристика аэрозольной атмосферы имеет максимум в области низких частот и уменьшается на высоких пространственных частотах [28].

Заключение

Представлена схема работы адаптивной оптической системы, не требующей специального создания или формирования опорного источника. Адаптивная система использует слежение за изображением самосветящегося или подсвеченного посторонними источниками объекта. Возможность использования временных изменений изображения некогерентного объекта для формирования когерентного излучения обусловлена тем, что необходимым и достаточным условием максимизации интенсивности излучения когерентного пучка на объекте при управлении фазой излучения является максимизация интенсивности принимаемого излучения. Таким образом, задача о максимизации интенсивности излучения пучка на объекте, который может быть недоступен, сводится к задаче максимизации интенсивности собственного излучения объекта в доступной точке. В наших работах [4, 6, 8] были сделаны обобщения этих выводов по формированию частично когерентного пучка и размерного объекта.

Показана возможность применения корреляционного датчика Шэка–Гартмана [11, 12, 14] для работы в адаптивных системах, использующих изображение объекта (или его фрагмента) в качестве опорного источника.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта программы совместного конкурса НАН Украины и СО РАН (2013–1014).

1. *Лукин В.П.* Коррекция случайных угловых смещений оптических пучков // Квант. электрон. 1980. Т. 7, № 6. С. 1270–1279.
2. *Лукин В.П.* Сравнительные характеристики некоторых алгоритмов коррекции // Квант. электрон. 1981. Т. 8, № 10. С. 2145–2153.
3. *Лукин В.П., Матюхин В.Ф.* Адаптивная коррекция изображения // Квант. электрон. 1983. Т. 10, № 12. С. 2465–2473.
4. *Лукин В.П., Чарноцкий М.И.* Использование взаимности флуктуаций для адаптивного управления параметрами оптической волны // VI Всесоюз. симпоз. по распространению лазерного излучения в атмосфере. Томск, 1981. Ч. III. С. 83–87.
5. *Лукин В.П., Чарноцкий М.И.* Принцип взаимности и адаптивное управление параметрами оптического излучения // Квант. электрон. 1982. Т. 9, № 5. С. 952–958.
6. *Lukin V.P., Zuev V.E.* Construction of a Closed Model of the Adaptive Optical System Based on a Reference Wave // III Int. conf. «Advanced Laser Sciences». Atlantic-City, USA. 1987.
7. *Лукин В.П., Чарноцкий М.И.* Оптимальная фазовая коррекция сфокусированных пучков в случайно-неоднородной среде // Оптика атмосф. 1990. Т. 3, № 12. С. 1294–1299.

8. *Лукин В.П.* Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 285 с.
9. *Лукин В.П.* Некоторые особенности формирования опорных источников // Оптика атмосф. и океана. 2006. Т. 19, № 12. С. 1021–1028.
10. *Shapiro J.H.* Reciprocity of the turbulent atmosphere // J. Opt. Soc. Amer. 1971. V. 61, N 4. P. 492–495.
11. *Лукин В.П., Чарноцкий М.И.* О распространении обращенных волн в случайно-неоднородной среде // Изв. вузов. Физ. 1985. № 11. С. 51–63.
12. *Michau V., Rousset G., Fontanella J.C.* Wavefront sensing from extended sources // Proc. Workshop on Real-Time and Post-Facto Solar Image Correction. NSO. Sacramento Peak, USA. 1992. P. 91–102.
13. *Лукин В.П., Чарноцкий М.И.* Об использовании метода Гартмана для определения характеристик волнового фронта излучения // Оптика и спектроскопия. 1989. Т. 66, вып. 5. С. 1131–1133.
14. *Lukin V.P., Botygina N.N., Emaleev O.N., Konyaev P.A.* Wavefront sensors for adaptive optical systems // Measur. Sci. Rev. 2010. V. 10, N 3. P. 101–106.
15. *Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С.* Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
16. *Lukin V.P.* Applications of reflected waves for reference source forming // Proc. SPIE. 2004. V. 5743. P. 50–62.
17. *Lukin V.P.* Adaptive system for laser beam formation in atmosphere with the use of incoherent images as reference // J. Opt. 2013. V. 15, N 4. P. 044009.
18. *Khizhnyak A.I., Markov V.B.* Turbulence-corrected adaptive laser beam focusing on a remote-resolved target // Proc. SPIE. 2012. V. 8238. P. 82380K-1.
19. *Лукин В.П.* Возможности нацеливания оптических пучков через турбулентную атмосферу // Оптика атмосф. и океана. 2005. Т. 18, № 1–2. С. 75–85.
20. *Lukin V.P.* Adaptive system for laser beam forming in atmosphere with the use of incoherent images as a reference sources // Summaries of 15th Int. conf. «Laser Optics-2012». St.-Peterburg, Russia. 2012. P. 85.
21. *Лукин В.П.* Адаптивная система формирования лазерных пучков в атмосфере, использующая некогерентные изображения в качестве опорных источников // Оптика атмосф. и океана. 2013. Т. 26, № 2. С. 175–181.
22. *Ботыгина Н.Н., Ковадло П.Г., Копылов Е.А., Лукин В.П., Туев М.В., Шиховцев А.Ю.* Оценка качества астрономического видения в месте расположения Большого солнечного вакуумного телескопа из оптических и метеорологических измерений // Оптика атмосф. и океана. 2013. Т. 26, № 11. С. 942–947.
23. *Lukina N.P.* Whether is the science a part of culture? // Proc. SPIE «Wave Propagation in the Atmosphere and Adaptive Optics». 2001. V. 4338. P. 4–7.
24. *Миронов В.Л., Носов В.В., Чен Б.Н.* Дрожание оптических изображений лазерных источников в турбулентной атмосфере // Изв. вузов. Радиофиз. 1980. Т. 23, № 4. С. 461–470.
25. *Fried D.L.* Optical resolution through a randomly inhomogeneous medium for very long and very short exposures // J. Opt. Soc. Amer. 1966. V. 56, N 10. P. 1372–1379.
26. *Tofsted D.H.* Extended high-angular-frequency analysis of turbulence effects on short-exposure imaging // Opt. Eng. 2014. V. 53, N 4. P. 044112.
27. *Lukin V.P.* Influence of the source spectrum on the optical measurements of turbulence // Appl. Opt. 2009. V. 48, N 1. P. A93–A97.
28. *Зуев В.Е., Белов В.В., Веретенников В.В.* Теория систем в оптике дисперсных сред. Томск: Изд-во СО РАН, 1997. 402 с.

V.P. Lukin. **Remaining distortions conditioned by the dimension of a guiding source.**

Efficiency of the adaptive focusing of coherent beam of radiation is examined in a turbulent atmosphere. The calculation of distributing of averaged intensity of the field of coherent laser beam focused in a turbulent environment with the use of adaptive phase correction of image of non-coherent source as a guiding source is executed.