

## Частота появления ошибочных битов в системах беспроводной оптической связи с частично когерентным передающим пучком

М.А. Воронцов<sup>1</sup>, В.В. Дудоров<sup>2</sup>, М.О. Зырянова<sup>2</sup>,  
В.В. Колосов<sup>2</sup>, Г.А. Филимонов<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>University of Dayton, College Park, Dayton, OH 45469, USA

<sup>2</sup>Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1, Россия

Поступила в редакцию 23.07.2012 г.

Исследуется влияние степени когерентности передающего пучка на частоту появления ошибочных битов (BER – bit error rate) в системах беспроводной оптической связи. Получено, что для любого типа трассы распространения (горизонтальной, вертикальной или наклонной) и различной степени проявления турбулентных эффектов существуют оптимальные значения выходной мощности и степени когерентности передающего оптического пучка, определяемой радиусом Фрида. Оптимальное значение степени когерентности можно определить по минимуму вычисленной частоты появления ошибочных битов.

*Ключевые слова:* беспроводная оптическая связь, турбулентная атмосфера, частичная когерентность; FSO communication, atmospheric turbulence, partial coherence.

### Введение

В задачах обеспечения оптической связи через турбулентную атмосферу основной целью является уменьшение количества ошибок в передаваемой информации, возникающих в моменты «замирания» сигнала [1, 2]. При этом существует несколько возможностей увеличения уровня принимаемого сигнала, например увеличение мощности передающего пучка, площади апертуры приемного телескопа [3–6], использование в качестве приемника нескольких пространственно разнесенных субапертур.

Известно [4–12], что уменьшение степени когерентности передающего пучка приводит к уменьшению флуктуаций интенсивности в плоскости приема и соответственно уменьшает время замирания сигнала. Однако уменьшение степени когерентности передающего пучка приводит к улучшению работы систем беспроводной оптической связи только до некоторого оптимального значения. Дальнейшее уменьшение степени когерентности ухудшает ситуацию из-за сильной расходимости передающего пучка и соответственно существенного уменьшения средней интенсивности излучения в плоскости приема [8].

Целью настоящей работы является определение оптимального значения степени когерентности пе-

редающего частично когерентного пучка, обеспечивающего наилучшее качество связи в турбулентной атмосфере.

Большинство исследователей статистических характеристик частично когерентного пучка в турбулентной атмосфере рассматривают среднее значение интенсивности и дисперсию его флуктуаций (индекс мерцания). Однако стоит отметить, что для определения качества атмосферного канала связи важно знать функцию распределения вероятностей прошедшего через него сигнала [5, 6, 8–13]. Зависимость функции распределения от множества параметров трассы распространения и приемопередающей системы не позволяет в общем виде получить критерий для определения оптимального значения степени когерентности передающего пучка. В связи со сложностью проведения натурального эксперимента по распространению в турбулентной среде излучения с различной степенью когерентности проблема оптимизации пространственной когерентности передающего пучка до сих пор является актуальной.

В настоящей статье на основе численного моделирования (в отсутствие поглощения, молекулярного и аэрозольного рассеяния и регулярной рефракции) показано, что оптимальная когерентность передающего пучка определяется радиусом Фрида, характеризующим силу турбулентности. При этом для оптимальных условий распространения расходимость частично когерентного пучка близка к угловому уширению пучка за счет турбулентных флуктуаций показателя преломления.

\* Михаил Алексеевич Воронцов (Mikhail.Vorontsov@udayton.edu); Вадим Витальевич Дудоров (dvv@iao.ru); Марьяна Олеговна Зырянова (maryana-zyryanova@rambler.ru); Валерий Викторович Колосов (kvv@iao.ru); Григорий Алексеевич Филимонов (fga@iao.ru).

## Частота появления ошибочных битов (BER)

Одной из основных технических характеристик цифровых систем беспроводной оптической связи является частота появления ошибочных битов (BER – bit error rate) [14–16]. Данная характеристика определяет вероятность возникновения ошибки при передаче одного бита. В отсутствие помех в канале передачи информации современные системы оптической связи характеризуются  $BER < 10^{-9}$ . При этом величина BER определяется внутренним шумом приемника [14]. Среди всех источников шума наиболее распространенным на практике и наиболее широко используемым в качестве модели случайного (хаотического) процесса является шум, описываемый нормальным (гауссовым) распределением. Типичным примером шума с нормальной плотностью распределения является тепловой шум, обусловленный броуновским движением электронов в проводнике.

Таким образом, в случае отсутствия турбулентных флуктуаций и в предположении, что внутренний шум приемника является аддитивным «белым» гауссовым шумом с нулевым средним и стандартным отклонением  $\sigma_i$ , BER определяют по следующей формуле:

$$BER = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} Q. \quad (1)$$

Здесь

$$Q = \frac{i}{2\sqrt{2}\sigma_i},$$

$i = SW_{rec}$  – ток в фотоприемнике, вызванный падением на него оптического излучения мощностью  $W_{rec}$ ;  $S$  – «коэффициент эффективности» фотоприемника. Мощность оптического излучения, сфокусированного приемным телескопом:

$$W_{rec} = \int_{-\infty}^{\infty} I(\mathbf{r}) A^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r},$$

где  $I(\mathbf{r})$  – распределение интенсивности излучения в плоскости приема;  $A$  – функция пропускания приемного телескопа, будем называть принимаемым сигналом.

В общем случае в турбулентной среде  $BER_{turb}$  можно рассчитать по формуле [1, 16]:

$$\begin{aligned} BER_{turb} &= \langle BER \rangle_{turb} = \int_{-\infty}^{\infty} BER p(i) di = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} BER p(W_{rec}) dW_{rec}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $p(i)$  – плотность распределения вероятностей тока фотоприемника;  $p(W_{rec})$  – плотность распределения вероятностей мощности принимаемого из-

лучения; угловые скобки  $\langle \dots \rangle_{turb}$  обозначают усреднение по турбулентным флуктуациям показателя преломления.

Вычислить плотность распределения вероятностей принимаемого сигнала  $p(W_{rec})$  на основе численного эксперимента довольно проблематично, поскольку для построения гладкой функции  $p(W_{rec})$  необходимо получить большое число решений для случайных реализаций турбулентного распределения показателя преломления атмосферы. В связи с этим формулу (2) удобнее записать в виде

$$BER_{turb} = \int_{-\infty}^{\infty} BER dF_{W_{rec}}, \quad (3)$$

где  $F_{W_{rec}} = P(W \leq W_{rec})$  – функция распределения вероятностей мощности принимаемого излучения.

Вычисление  $F_{W_{rec}}$  требует существенно меньшего числа решений задачи распространения для случайного распределения показателя преломления атмосферы. Представленные в настоящей статье результаты получены на основе численного моделирования 2000 случайных реализаций турбулентного атмосферного канала для каждого фиксированного значения длины трассы распространения, диаметра передающего пучка и силы проявления турбулентных эффектов.

## Аппроксимация функции распределения вероятностей принимаемого сигнала

Гауссова аппроксимация распределения плотности вероятности принимаемого сигнала  $p(W_{rec})$  [17, 18] позволяет получить достаточно простые выражения для оценки BER, однако ошибки при таком определении BER могут быть существенными. Многие авторы используют так называемое «гамма-распределение» [13, 17–21], которое было получено на основе сравнения аналитического подхода с результатами натурального эксперимента [17, 19]. Основным недостатком данного распределения считаем его зависимость от двух неопределенных параметров, характеризующихся вкладом крупномасштабных и мелкомасштабных турбулентных неоднородностей. В случае неоднородного атмосферного канала связи (вертикальные и наклонные трассы) значения этих параметров определить невозможно.

Как показали наши результаты моделирования, функция распределения вероятностей мощности принимаемого излучения  $F_{W_{rec}}$  достаточно хорошо аппроксимируется обычным гамма-распределением [22, 23]. При этом плотность распределения вероятностей определяется выражением

$$p(W_{rec}) = \frac{W_{rec}^{\alpha-1} e^{-W_{rec}/\theta}}{\theta^{\alpha} \Gamma(\alpha)}. \quad (4)$$

Соответствующая функция гамма-распределения вероятностей имеет вид

$$F_{W_{rec}} = P(W \leq W_{rec}) = \int_0^{W_{rec}} p(W) dW = \frac{\gamma(\alpha, W_{rec}/\theta)}{\Gamma(\alpha)}, \quad (5)$$

где

$$\gamma(\alpha, I) = \int_0^I t^{\alpha-1} e^{-t} dt.$$

Параметры  $\alpha$  и  $\theta$  определяются средним значением  $\langle W \rangle$  и дисперсией  $\sigma_W^2$  как  $\theta = \sigma_W^2 / \langle W \rangle$ ,  $\alpha = \langle W \rangle / \theta$ .

На рис. 1 гамма-распределение, соответствующее измеренным в численном эксперименте дисперсии  $\sigma_W^2$  и среднему значению  $\langle W \rangle$  принимаемого сигнала, показано пунктиром.

Сплошной линией обозначены зависимости, полученные на основе численного моделирования задачи распространения. Штриховая линия соответствует гауссовой аппроксимации плотности распределения вероятностей принимаемого сигнала [17, 18].

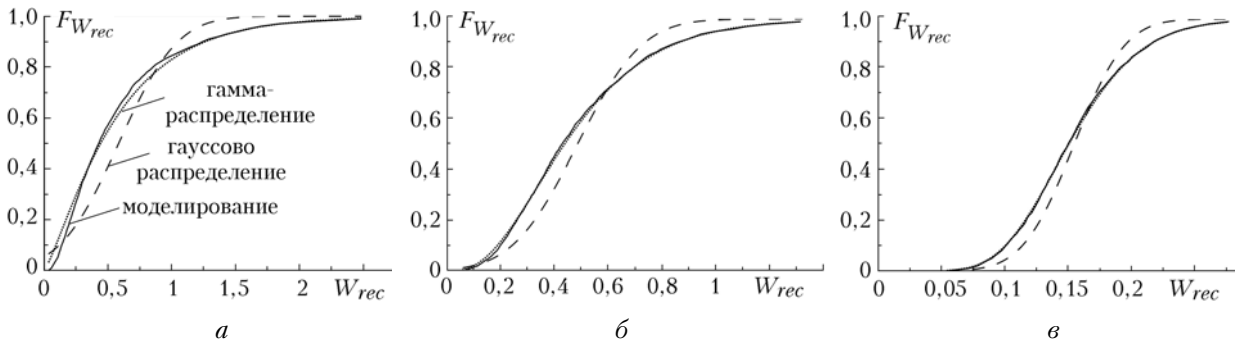


Рис. 1. Функция распределения вероятностей принимаемого сигнала  $F_{W_{rec}}$  для  $r_0/a_c = 0$  (а),  $r_0/a_c = 1$  (б) и  $r_0/a_c = 4$  (в);  $C_n^2 = 1,7 \cdot 10^{-14} \text{ см}^{-2/3}$ ; трасса  $L = 5 \text{ км}$ ; длина волны излучения  $\lambda = 1,55 \text{ мкм}$ , радиус передающего пучка  $a_0 = 20 \text{ см}$  ( $2a_0/r_0 = 20$ ,  $L/ka_0^2 = 0,06$ ); радиус приемного телескопа  $a_t = 2,5 \text{ см}$ , число турбулентных реализаций среды  $N_t = 2000$

Отметим, что для расчета  $\text{BER}_{turb}$  в турбулентной атмосфере на основе формулы (3) можно использовать численные значения функции распределения  $F_{W_{rec}}$ . При этом наибольший вклад в интеграл  $\text{BER}_{turb}$  дают значения  $F_{W_{rec}}$ , близкие к нулю. Аппроксимация функции распределения и плотности вероятностей гамма-распределением позволяет существенно уменьшить число модельных экспериментов. В данном случае с высокой точностью необходимо найти среднее значение и дисперсию флуктуаций принимаемого сигнала.

## Результаты моделирования

Современные системы оптической связи в отсутствие турбулентных искажений принимаемого сигнала имеют частоту ошибочных битов  $\text{BER} < 10^{-9}$ . Турбулентность существенно увеличивает вероятность возникновения ошибок в передаваемой информации ( $\text{BER}$  до  $10^{-3}$ – $10^{-2}$ ) [24] и в настоящее вре-

мя необходимым требованием к системам беспроводной оптической связи, обеспечивающим высокоскоростной канал в турбулентной атмосфере, считается  $\text{BER} < 10^{-6}$ . Рис. 2 демонстрирует, как, изменяя степень когерентности исходного передающего пучка, можно уменьшить частоту появления ошибочных битов на несколько порядков, достигнув требуемого уровня  $\text{BER}_{turb} = 10^{-6}$ .

Моделирование выполнено для частично когерентного передающего излучения  $E(z=0, \mathbf{r})$  с гауссовым начальным распределением функции когерентности  $\Gamma_2(z, \mathbf{R}, \rho) = \langle E(z, \mathbf{R} + \rho/2) E^*(z, \mathbf{R} - \rho/2) \rangle$ :

$$\Gamma_2(z=0, \mathbf{R}, \rho) = I_0 \exp(-R^2/a_0^2 - \rho^2/4a_0^2 - \rho^2/4a_c^2), \quad (6)$$

где  $z$  – координата вдоль оси распространения излучения;  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор в плоскости, перпендикулярной оси распространения;  $R = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$  – суммарная,  $\rho = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$  – разностная координаты;  $I_0$  – значение интенсивности на оси пучка;  $a_0$  – радиус пучка,  $a_c$  – радиус когерентности пучка. Функция пропускания апертуры приемного телескопа радиусом  $a_t$  задавалась в виде

$$A(\mathbf{r}) = \exp(-r^2/a_t^2). \quad (7)$$

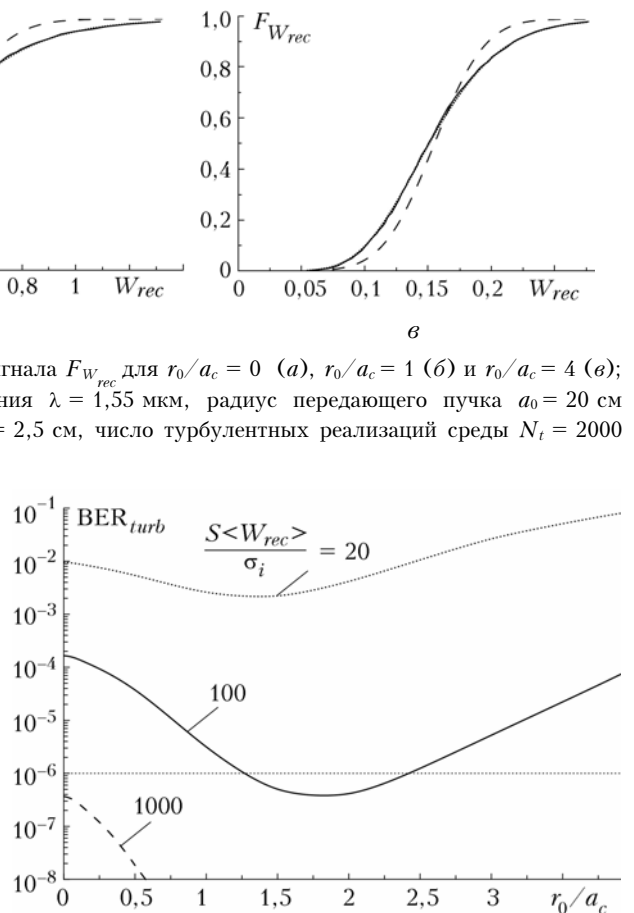


Рис. 2. Зависимость частоты появления ошибочных битов ( $\text{BER}_{turb}$ ) от отношения радиуса Фрида, характеризующего степень проявления турбулентных эффектов, к радиусу когерентности передающего пучка ( $r_0/a_c$ )

На рис. 2 приведен расчет частоты появления ошибочных битов при использовании аппроксимации функции распределения и плотности вероятностей флуктуаций принимаемого сигнала гамма-распределением (5). Расчет выполнен на основе решения уравнения переноса излучения [25, 26] и метода статиспытаний на основе решения параболического уравнения [27–29] для вертикальной трассы с поверхности Земли на спутник, располагающийся на орбите 250 км. Отношение среднего тока в приемном фотодетекторе, вызванного падением на него когерентного пучка, к стандартному отклонению его шумовой составляющей  $\frac{S \langle W_{rec} \rangle}{\sigma_i} = 20, 100, 1000$ .

Высотное распределение структурной характеристики  $C_n^2$  турбулентности соответствует модели наилучших условий [30, 31],  $\lambda = 1,55$  мкм,  $a_0 = 10$  см,  $a_t = 2,5$  см,  $N_t = 2000$ . При этом для вычисления BER по формуле (1) необходимо знать «коэффициент эффективности» фотоприемника  $S$  и стандартное отклонение тока за счет внутреннего шума  $\sigma_i$ . Сплошная линия соответствует случаю, когда соотношение этих параметров с начальной мощностью передающего пучка было выбрано таким образом, что среднее значение тока в фотоприемнике, вызванного падением на него когерентного излучения, в 100 раз превышало стандартное отклонение за счет шума, т.е.  $\langle i \rangle = S \langle W_{rec} \rangle = 100\sigma_i$ .

Видно, что параметр  $BER_{turb}$  имеет выраженный экстремум для частично когерентного передающего пучка. При этом минимальное значение  $BER_{turb}$  на 3 порядка меньше, чем значение  $BER_{turb}$ , соответствующее когерентному передающему пучку. Стоит отметить, что для данных условий распространения оптимальное значение степени когерентности передающего пучка соответствует  $a_c = 0,55r_0$ .

Моделирование для широкого диапазона безразмерных параметров задачи показало, что для различных длин трасс, степени проявления турбулентных эффектов и размеров передающего пучка оптимальное значение степени когерентности передающего излучения соответствует значению безразмерного параметра  $a_c/r_0$  в диапазоне от 0,5 до 1,0.

Очевидно, что требуемой частоты появления ошибочных битов (как, например,  $BER_{turb} = 10^{-6}$ ) в системе беспроводной оптической связи, работающей в турбулентной атмосфере, можно добиться для передающего пучка с любой степенью когерентности. Повышение мощности передающего пучка будет приводить к уменьшению числа ошибок в передаче информации. Однако для передающих пучков с разной степенью когерентности скорость уменьшения частоты появления ошибочных битов с увеличением начальной мощности различна.

Пунктирной и штриховой линиями на рис. 2 показана зависимость  $BER_{turb}$  от отношения  $r_0/a_c$  для  $\langle i \rangle = S \langle W_{rec} \rangle = 20\sigma_i$  и  $1000\sigma_i$  соответственно. Видно, что для когерентного излучения начальная мощность, обеспечивающая  $\langle i \rangle = S \langle W_{rec} \rangle = 20\sigma_i$ ,

позволяет достичь  $BER_{turb} = 10^{-2}$ . При этом использование частичной когерентности оптического излучения снижает  $BER_{turb}$  почти на порядок. При увеличении начальной мощности в 5 раз (условие  $S \langle W_{rec} \rangle = 100\sigma_i$ )  $BER_{turb}$ , соответствующая когерентному передающему излучению, уменьшается почти на 2 порядка, и, как уже отмечалось,  $BER_{turb}$ , соответствующая частично когерентному передающему излучению, уменьшается на 4 порядка и становится меньше требуемого значения  $10^{-6}$ . Отметим, что для достижения такого же значения  $BER_{turb}$  для когерентного передающего пучка начальную мощность необходимо увеличить еще на порядок ( $S \langle W_{rec} \rangle = 100\sigma_i$ ).

Таким образом, исследование показало, что для любого типа трассы распространения (горизонтальной, вертикальной или наклонной) и различной степени проявления турбулентных эффектов существует оптимальное значение степени когерентности оптического излучения, которое можно определить по минимуму вычисленной частоты появления ошибочных битов. При этом оптимальное значение радиуса пространственной когерентности лежит в диапазоне от 0,5 до 1,0 радиуса Фрида, характеризующего силу турбулентности.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (Госконтракт № 14.740.11.0899 и Соглашение № 8510).

1. Andrews L.C., Phillips R.L., Hopen C.Y. Laser Beam Scintillation with Applications. Bellingham, Washington: SPIE Press, 2001. 379 p.
2. Majumdar A.K. Free-space laser communication performance in the atmospheric channel // J. Opt. Fiber. Commun. Rep. 2005. V. 2, N 4. P. 345–396.
3. Fried D.L. Aperture averaging of scintillation // J. Opt. Soc. Amer. 1967. V. 57, N 2. P. 169–175.
4. Ricklin J.C., Davidson F.M. Atmospheric optical communication with a Gaussian Schell beam // J. Opt. Soc. Amer. A. 2003. V. 20, N 5. P. 856–866.
5. Korotkova O., Andrews L.C., Phillips R.L. Model for a partially coherent Gaussian beam in atmospheric turbulence with application in Lasercom // Opt. Eng. 2004. V. 43, N 2. P. 330–341.
6. Ricklin J.C., Hammel S.M., Eaton F.D., Lachinova S.L. Atmospheric channel effects on free-space laser communication // J. Opt. Fiber. Commun. Rep. 2006. V. 3, N 2. P. 111–158.
7. Polynkin P., Peleg A., Klein L., Rhoadarmer T., Moloney J. Optimized multiemitter beams for free-space optical communications through turbulent atmosphere // Opt. Lett. 2007. V. 32, N 8. P. 885–887.
8. Voelz D.G., Xiao X. A Brief Review of Spatially Partially Coherent Beams for FSO Communications // Proc. SPIE. 2009. V. 7200. 72000C.
9. Xiao X., Voelz D.G. On-axis probability density function and fade behavior of partially coherent beams propagating through turbulence // Appl. Opt. 2009. V. 48, N 2. P. 167–175.
10. Voelz D.G., Xiao X. Metric for optimizing spatially partially coherent beams for propagation through turbulence // Opt. Eng. 2009. V. 48, N 3. 036001.
11. Chen C., Yang H., Feng X., Wang H. Optimization criterion for initial coherence degree of lasers in free-space optical links through atmospheric turbulence // Opt. Lett. 2009. V. 34, N 4. P. 419–421.

12. *Borah D.K., Voelz D.G.* Spatially partially coherent beam parameter optimization for free space optical communications // *Opt. Exp.* 2010. V. 18, N 20 / OPTICS EXPRESS 20746.
13. *Al-Habash M.A., Andrews L.C., Phillips R.L.* Mathematical model for the irradiance probability density function of a laser beam propagating through turbulent media // *Opt. Eng.* 2001. V. 40, N 8. P. 1554–1562.
14. *Скляр Б.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. М.: Издательский дом «Вильямс», 2007. 1104 с.
15. *Прокис Дж.* Цифровая связь: Пер. с англ. / Под ред. Д.Д. Кловского. М.: Радио и связь, 2000. 800 с.
16. *Tyson R.K.* Bit-error rate for free-space adaptive optics laser communications // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 2002. V. 19, N 4. P. 753–758.
17. *Flatte S.M., Bracher C., Wang G.-Y.* Probability density functions of irradiance for waves in atmospheric turbulence calculated by numerical simulation // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 1994. V. 11, N 7. P. 2080–2092.
18. *Churnside J.H., Hill R.J.* Probability density of irradiance scintillations for strong path-integrated refractive turbulence // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 1987. V. 4, N 4. P. 727–733.
19. *Hill R.J., Frehlich R.G.* Probability distribution of irradiance for the onset of strong scintillation // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 1997. V. 14, N 7. P. 1530–1540.
20. *Andrews L.C., Phillips R.L., Hopen C.Y.* Laser Beam Scintillation with Applications. Bellingham, Washington: SPIE Press, 2001. 375 p.
21. *Nakagami M.* The  $m$  distribution – a general formula of intensity distribution of rapid fading // *Statistical Methods in Radio Wave Propagation* / W.C. Hoffman, ed. New York: Pergamon, 1960. P. 3–36.
22. *URL:* <http://ru.wikipedia.org/wiki/Гамма-распределение>.
23. *Hogg R.V., Craig A.T.* Introduction to Mathematical Statistics, 4th edition. N. Y.: Macmillan, 1978, 692 p.
24. *Mahdieh M.H., Pournoury M.* Atmospheric turbulence and numerical evaluation of bit error rate (BER) in free-space communication // *Opt. & Laser Technol.* 2010. V. 42, N 1. P. 55–60.
25. *Колосов В.В., Кузиковский А.В.* О фазовой компенсации рефракционных искажений частично-когерентных пучков // *Квант. электрон.* 1981. Т. 8, № 3. С. 490–494.
26. *Vorontsov M.A., Kolosov V.V.*, Target-in-the-loop beam control: basic considerations for analysis and wavefront sensing // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 2005. V. 22, N 1. P. 126–141.
27. *Коняев П.А., Тартаковский Е.А., Филимонов Г.А.* Численное моделирование распространения оптических волн с использованием технологий параллельного программирования // *Оптика атмосф. и океана.* 2011. Т. 24, № 5. С. 359–365.
28. *Банах В.А., Смалихо И.Н., Фалищ А.В.* Эффективность метода субгармоник в задачах компьютерного моделирования распространения лазерных пучков в турбулентной атмосфере // *Оптика атмосф. и океана.* 2011. Т. 24, № 10. С. 848–851.
29. *Маракасов Д.А., Рычков Д.С.* Метод расчета моментов функции распределения Вигнера лазерных пучков в турбулентной атмосфере // *Оптика атмосф. и океана.* 2011. Т. 24, № 11. С. 951–953.
30. *Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С.* Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
31. *Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В.* Современные проблемы атмосферной оптики. Оптика турбулентной атмосферы / Под ред. В.Е. Зуева. Л.: Гидрометеоиздат, 1988. 267 с.

***M.A. Vorontsov, V.V. Dudorov, M.O. Zyryanova, V.V. Kolosov, G.A. Filimonov. The frequency of error bits appearance in systems of wireless optical communication with partly coherent transmitting beam.***

The influence of the coherence degree of the transmitting beam on the bit error rate (BER) for free space optics (FSO) communication systems is investigated. It is found that for all types of propagation paths (horizontal, vertical or inclined), and various degrees of the turbulence strength there are the optimal value of the output power and the optimal degree of coherence of the optical transmitter beam defined by the Fried parameter. The optimal coherence degree can be determined by the minimum of BER.