

К.Ю. Никитенко, В.А. Трофимов

ОВФ И НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ВСТРЕЧНОМ НЕКОЛЛИНЕАРНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДИФРАГИРУЮЩИХ ГАУССОВЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ В СРЕДАХ С КЕРРОВСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ.

Ч. 1. УСЛОВИЯ РАЗВИТИЯ КОНВЕКТИВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Анализируется развитие возмущений при нестационарном неколлинеарном взаимодействии двух встречных световых пучков. Записаны инварианты взаимодействия. Построены зависимости инкремента усиления от частоты возмущения. Показано, что неколлинеарность взаимодействия обогащает диапазон пространственных частот, при которых развивается конвективная неустойчивость. Область расширения частотного спектра определяется знаком самовоздействия.

1. Введение

Проблема обращения волнового фронта при четырехволновом взаимодействии (ОВФ–ЧВВ) широко изучается в лазерной физике [1, 2]. Это связано, прежде всего, с тем, что ОВФ является одним из наиболее эффективных методов компенсации в реальном времени мелкомасштабных искажений световых пучков, вызванных нелинейностью среды, причем для ИК-диапазона ОВФ с помощью ЧВВ является наиболее эффективным. В то же время высокого качества обращения при ЧВВ в условиях большого усиления сигнальной волны достичь в реальных условиях не удалось. Это связано, прежде всего, с такими факторами, как самовоздействие и перекачка энергии взаимодействующих волн, а также неравенство амплитуд волн накачки [1].

Отметим, что влияние неколлинеарности взаимодействия на эффективность и качество для встречных пучков в задачах ОВФ рассматривалось, как правило, в приближении заданных амплитуд накачек. Лишь для попутного взаимодействия в [2, 3] проведено исследование ОВФ неколлинеарно распространяющихся пучков, в которых продемонстрирована возможность взаимной компенсации влияний самовоздействия, неколлинеарности и неравенства амплитуд накачек. Между тем анализ неколлинеарного взаимодействия в нелинейной среде двух волн, одна из которых, падая наклонно, отражается от экрана, показал [4, 5], что возможно развитие автоосцилляций характеристик пучков (например, их энергетических центров, угла выхода отраженной волны из нелинейной среды). Их причина заключается в нарушении закона отражения Снеллиуса из-за сложной нелинейной рефракции падающего пучка на распределенной линзе, наведенной отраженным пучком, а также рефракции отраженного пучка на распределенной линзе, наведенной падающим оптическим излучением.

Помимо этого, известно также о неустойчивости, возникающей при встречном взаимодействии световых волн [1, 6–10]. Для задач ОВФ при встречном четырехволновом взаимодействии представляет интерес влияние неколлинеарности взаимодействия на ее проявление. При этом встает вопрос о соотношении порогов возникновения неустойчивостей различной физической природы.

Исследованию вопроса влияния неколлинеарности распространения двух и четырех волн на их встречное взаимодействие и посвящена настоящая статья.

1. Основные уравнения, постановка задачи и инварианты

Процесс ОВФ в условиях неколлинеарного четырехволнового взаимодействия описывается в безразмерных переменных следующей системой уравнений:

$$L_j A_j + i \gamma_j (F_{sj} + F_{cj}) = 0, \quad j = 1-4, \quad (1)$$

где A_j – нормированные на максимальную амплитуду накачки комплексные амплитуды волн; $A_{1,2}$ – волны накачки, $A_4 \equiv A_{обр}$; $A_3 \equiv A_{сигн}$; L_j – линейный оператор, который определяется геометрией взаимодействия и в нашем случае имеет вид

$$L_j = \frac{\partial}{\partial t} + v_j \frac{\partial}{\partial z} + \beta_j \frac{\partial}{\partial x} + i D_j \frac{\partial^2}{\partial x^2}; \quad t > 0, \quad 0 < x < L_x, \quad 0 < z < L_z, \quad (2)$$

где t – нормированное время; z измеряется в дифракционных длинах; $L_d = 2ka^2$ – продольная координата; a – начальный радиус; k – волновое число; x – поперечная координата, нормированная на a ; β характеризует угол между направлением распространения падающего пучка на входе в нелинейную среду ($z = 0$) и осью z и измеряется в единицах дифракции-

онной расходимости пучка в линейной среде, $\beta_d = \frac{1}{2}ka$;

D_j – коэффициент, характеризующий дифракцию; v_j учитывает направление распространения j -й волны ($v_{1,3} = 1, v_{2,4} = -1$); L_{xz} – размеры поперечной и продольной областей взаимодействия соответственно. Так как нас будут интересовать нестационарные эффекты, то в данной работе ограничимся случаем плоской геометрии (координаты (X, Z)).

Слагаемые F_{sj} в (1) вида

$$F_{sj} = A_j \left(\sum_{m=1}^4 |A_m|^2 - 0,5 |A_j|^2 \right), j = 1-4, \quad (3)$$

описывают самовоздействие светового пучка в условиях равноправия (отсутствия дисперсии) решеток диэлектрической проницаемости в прозрачной среде, а

$$F_{cj} = \frac{\partial}{\partial A_j^*} (A_3 A_4 A_1^* A_2^* + A_1 A_2 A_3^* A_4^*), j = 1 \div 4, \quad (4)$$

описывает генерацию j -й волны в отсутствие дисперсии.

Учет времени в (1) обусловлен нестационарным характером процесса взаимодействия в нашем случае. Он здесь принципиален, так как позволяет адекватно описать происходящие в системе процессы.

Граничные и начальные условия для системы (1) имеют вид

$$A_j(z, x, t = 0) = 0, j = 1 \div 4,$$

$$A_j(z = 0, x, t) = (1 - \exp(-\tau t) \exp\{- (x - x_{cj})^2\}), j = 1, 3;$$

$$A_j(z = L_z, x, t) = R_0 A_{j-1}(z = L_z, x, t) \exp(i(x - x_{cj})^2/R_m), j = 2, 4. \quad (5)$$

Здесь x_{cj} – начальное положение центра j -го пучка; R_m – радиус кривизны отражающего зеркала; R_0 – его коэффициент отражения по амплитуде; τ – параметр, характеризующий выход на стационар.

В стационаре ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$ в уравнениях (2)) система (1) обладает некоторыми инвариантами, которые использовались нами для контроля правильности результатов численного моделирования.

Так, в процессе взаимодействия будет сохраняться полная мощность световых пучков

$$\sum_{j=1}^4 P_j = \text{const};$$

$$P_j = \int_0^{L_x} |A_j|^2 dx. \quad (6)$$

Также вдоль Z сохраняется разность суммы мощностей первой и третьей волн с суммой мощностей второй и четвертой волн:

$$\frac{\partial}{\partial z} (P_{1,3} - P_{2,4}) = 0. \quad (7)$$

В соответствии с целью, сформулированной в работе, рассмотрим сначала влияние неколлинеарности распространения на взаимодействие двух встречных волн.

2. Условия развития неустойчивости при неколлинеарном взаимодействии двух встречных волн

2.1. Постановка задачи и решение для системы двух встречных неколлинеарных волн

Основной задачей ОВФ является получение условий, при которых обращенная волна будет максимально высокого качества. Известно [1], что для достижения таких условий при ЧВВ требуются оптически однородная рабочая среда и опорные волны, однородные в объеме взаимодействия. В то же время, чтобы процесс ОВФ–ЧВВ происходил с высокой энергетической эффективностью, интенсивность опорных волн должна быть достаточно большой, но гладкие волны большой интенсивности в нелинейных реактивных средах неустойчивы. Поэтому вопрос изучения неустойчивостей в таких системах представляет в настоящее время большой интерес и не только в связи с задачей ОВФ. Так, например, в [1, 8] рассматривались явления параметрической генерации и усиления, в [7] изучался вопрос возникновения осцилляций характеристик в системе встречных волн, в [9] был изучен вопрос модуляционной неустойчивости, вызванной фазовой кросс-модуляцией пикосекундных лазерных импульсов, в [10] исследовалась неустойчивость в системе двух встречных коллинеарных волн в керровской среде с учетом релаксационных процессов.

По аналогии с методом, предложенным в [1], где исследовалась неустойчивость двух встречных коллинеарно распространяющихся волн в реактивной нелинейной среде, получим условия развития неустойчивости в случае их неколлинеарного взаимодействия. Данный процесс описывается следующей системой безразмерных уравнений:

$$\frac{\partial A_+}{\partial z} + \beta \frac{\partial A_+}{\partial x} + iD \frac{\partial^2 A_+}{\partial x^2} = -i\gamma (0,5 |A_+|^2 + |A_-|^2) A_+,$$

$$\frac{\partial A_-}{\partial z} - \beta \frac{\partial A_-}{\partial x} - iD \frac{\partial^2 A_-}{\partial x^2} = i\gamma (0,5 |A_-|^2 + |A_+|^2) A_-, \quad (8)$$

где A_+ – амплитуда падающей, а A_- – обратной волн. Остальные параметры соответствуют приведенным выше. Подчеркнем, что в анализируемом случае каждая из волн независимо поступает на вход нелинейной среды с противоположных сторон, т.е. в сечениях $z = 0$ и $z = L_z$ соответственно.

Для дальнейшего анализа удобно ввести новые функции $A_{\pm} = \tilde{A}_{\pm} \exp[(i\beta x)/(2D)]$. Тогда уравнения (8) запишутся в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{A}_+}{\partial z} + \frac{i\beta^2}{4D} \tilde{A}_+ + iD \frac{\partial^2 \tilde{A}_+}{\partial x^2} &= -i\gamma (0,5 |\tilde{A}_+|^2 + |\tilde{A}_-|^2) \tilde{A}_+, \\ \frac{\partial \tilde{A}_-}{\partial z} - \frac{i\beta^2}{4D} \tilde{A}_- - iD \frac{\partial^2 \tilde{A}_-}{\partial x^2} &= i\gamma (0,5 |\tilde{A}_-|^2 + |\tilde{A}_+|^2) \tilde{A}_-. \end{aligned} \quad (9)$$

2.2. Запись уравнений относительно инкремента неустойчивости

Будем искать решение (9) в виде возмущения плоских волн:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_+ &= A_+^0 \exp(-0,5 i\gamma (I_+ + 2L) z) - (1 + u(x, z)), \\ \tilde{A}_- &= A_-^0 \exp(0,5 i\gamma (I_- + 2L) z) + (1 + v(x, z)), \end{aligned} \quad (10)$$

где A_{\pm}^0 – входные амплитуды волн; $I_{\pm} = |A_{\pm}^0|^2$; $u(x, z)$, $v(x, z)$ – возмущения ($u, v \ll 1$).

Подставляя (10) в (9) и линеаризуя уравнения, получаем в первом приближении по u, v следующие уравнения относительно возмущений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial z} + iD \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{i\beta^2}{4D} (u + 1) &= -0,5 i\gamma \{I_+ (u + u^*) + \\ &+ 2L (v + v^*)\}, \\ \frac{\partial v}{\partial z} - iD \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{i\beta^2}{4D} (v + 1) &= 0,5 i\gamma \{2I_+ (u + u^*) + \\ &+ L (v + v^*)\}, \end{aligned}$$

а также пару сопряженных к ним уравнений. Далее, полагая, что

$$\begin{aligned} u &= \tilde{u} + C_1, u^* = \tilde{u}^* + C_2; \\ v &= \tilde{v} + C_3, v^* = \tilde{v}^* + C_4, \end{aligned}$$

где C_i – константы, определяемые в предположении однородности полученной системы и имеющие вид

$$\begin{aligned} C_{1,2} &= -\frac{i\beta^2 (i\beta^2 - 4i\gamma L D)}{-\beta^4 - 4\gamma D \beta^2 I_+ - 4\gamma D \beta^2 I_- + 48\gamma^2 D^2 I_+ I_-}, \\ C_{3,4} &= -\frac{i\beta^2 (i\beta^2 - 4i\gamma L D)}{-\beta^4 - 4\gamma D \beta^2 I_+ - 4\gamma D \beta^2 I_- + 48\gamma^2 D^2 I_+ I_-}, \end{aligned}$$

получаем

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} + iD \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x^2} + \frac{i\beta^2}{4D} \tilde{u} = -0,5 i\gamma \{I_+ (\tilde{u} + \tilde{u}^*) + 2L (\tilde{v} + \tilde{v}^*)\}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} - iD \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial x^2} - \frac{i\beta^2}{4D} \tilde{v} = 0,5 i\gamma \{2I_+ (\tilde{u} + \tilde{u}^*) + I_- (\tilde{v} + \tilde{v}^*)\},$$

а также пару сопряженных к ним уравнений.

Для исследования вопроса о развитии возмущений будем искать решение (11) в виде

$$\begin{aligned} \tilde{u}(x, z) &= U_0 \exp(iqx + i\mu z + i\varphi); \\ \tilde{v}(x, z) &= V_0 \exp(iqx + i\mu z + i\varphi); \\ \tilde{u}^*(x, z) &= U_0^* \exp(iqx + i\mu z + i\varphi); \\ \tilde{v}^*(x, z) &= V_0^* \exp(iqx + i\mu z + i\varphi). \end{aligned} \quad (12)$$

$$\tilde{v}^*(x, z) = V_0^* \exp(iqx + i\mu z + i\varphi).$$

Здесь $U_0 = (p + ih)$, $V_0 = (m + in)$ – амплитуды возмущений; μ – инкремент неустойчивости; q – поперечное волновое число; φ – начальная фаза.

После несложных преобразований из (11) можно получить систему уравнений относительно амплитуд возмущений:

$$\begin{aligned} i\mu U_0 - iq^2 D U_0 + \frac{i\beta^2}{4D} U_0 &= -0,5 i\gamma \{I_+ (U_0 + U_0^*) + \\ &+ 2L (V_0 + V_0^*)\}, \\ i\mu V_0 + iq^2 D U_0 - \frac{i\beta^2}{4D} V_0 &= 0,5 i\gamma \{2I_+ (U_0 + U_0^*) + \\ &+ L (V_0 + V_0^*)\}, \\ i\mu U_0^* + iq^2 D U_0^* - \frac{i\beta^2}{4D} U_0^* &= 0,5 i\gamma \{I_+ (U_0 + U_0^*) + \\ &+ 2L (V_0 + V_0^*)\}, \\ i\mu V_0^* - iq^2 D V_0^* + \frac{i\beta^2}{4D} V_0^* &= -0,5 i\gamma \{2I_+ (U_0 + U_0^*) + \\ &+ L (V_0 + V_0^*)\}. \end{aligned} \quad (13)$$

Отметим, что при $\mu = 0$ из (11) следует, что для $q^2 D = \beta^2/(4D)$ h, n могут быть любыми (в противном случае амплитуды равны нулю), т.е. мы имеем дело с процессом развития автоосцилляций конечной амплитуды. Таким образом, неколлинеарность распространения приводит к существованию режима автоосцилляций на определенной пространственной частоте q , определяемой β и D .

Далее, преобразовав (13) при условии $q^2 D \neq \beta^2/(4D)$, получаем систему

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{\beta^2}{4D} + \gamma I_+ - q^2 D - \left(\frac{\beta^2}{4D} - q^2 D \right)^{-1} \mu^2 \right\} p + 2\gamma L m &= 0, \\ -2\gamma I_+ p - \left\{ \frac{\beta^2}{4D} + \gamma I_- - q^2 D - \left(\frac{\beta^2}{4D} - q^2 D \right)^{-1} \mu^2 \right\} m &= 0, \end{aligned} \quad (14)$$

которая при $\beta = 0$ переходит в исследованные в [1] уравнения.

Условием существования нетривиального решения однородной системы (12) является равенство нулю ее определителя:

$$\begin{vmatrix} \left\{ \frac{\beta^2}{4D} + \gamma I_+ - q^2 D - \left(\frac{\beta^2}{4D} - q^2 D \right)^{-1} \mu^2 \right\} 2\gamma I_- m - & \\ -2\gamma I_+ - \left\{ \frac{\beta^2}{4D} + \gamma I_- - q^2 D - \left(\frac{\beta^2}{4D} - q^2 D \right)^{-1} \mu^2 \right\} & \end{vmatrix} = 0. \quad (15)$$

В частном случае, когда $I_+ = I_- = I$, из (15) следует уравнение 4-й степени относительно инкремента μ :

$$-\left\{ \frac{\beta^2}{4D} + \gamma I - q^2 D - \left(\frac{\beta^2}{4D} - q^2 D \right)^{-1} \mu^2 \right\}^2 = 4\gamma^2 I^2. \quad (16)$$

Для самофокусирующей среды ($\gamma > 0$) уравнение (16) равносильно паре уравнений

$$\mu^2 = \left(\frac{\beta^2}{4D} - q^2 D \right)^2 + 3\gamma I \left(\frac{\beta^2}{4D} - q^2 D \right), \quad (17)$$

$$\mu^2 = \left(\frac{\beta^2}{4D} - q^2 D \right)^2 - \gamma I \left(\frac{\beta^2}{4D} - q^2 D \right),$$

а для дефокусирующей среды ($\gamma < 0$) паре уравнений

$$\mu^2 = \left(\frac{\beta^2}{4D} - q^2 D \right)^2 - 3|\gamma|I \left(\frac{\beta^2}{4D} - q^2 D \right),$$

$$\mu^2 = \left(\frac{\beta^2}{4D} - q^2 D \right)^2 + |\gamma|I \left(\frac{\beta^2}{4D} - q^2 D \right). \quad (18)$$

2.3.1. Распространение пучков в фокусирующей среде ($\gamma > 0$)

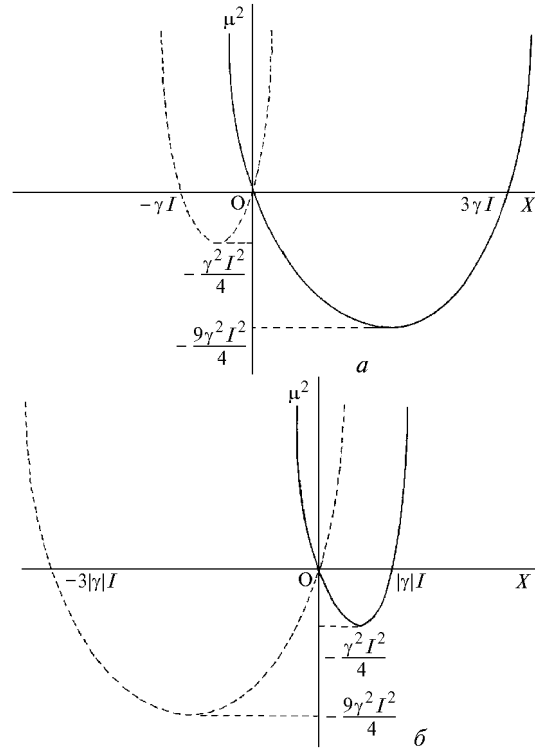
Для удобства анализа результатов развития шумов представим зависимости

$$\mu^2 = x^2 - ax; \quad x = q^2 D - \frac{\beta^2}{4D}, \quad a = 3\gamma I, -\gamma I \quad (19)$$

графически (рисунок, а).

Из рисунка (а) следует, что возможно существование двух областей развития неустойчивости, которым соответствуют значения параметров, лежащих ниже оси X . Неколлинеарность взаимодействия проявляется, во-первых, в появлении дополнительного диапазона пространственных частот, на которых могут развиваться шумы. Во-вторых, она сдвигает интервал пространственных частот абсолютной неустойчивости в сторону их увеличения. В общем случае минимальная частота q_{\min}^2 определяется углом падения светового пучка на нелинейную среду и начальной мощностью пучка. На основе рисунка (а) можно записать суммарный интервал пространственных частот

$$q^2 = \begin{cases} \left(0; \frac{\beta^2}{4D^2} \right), \beta^2 < 4\gamma ID, \\ \left(\frac{\beta^2}{4D^2} - \frac{\gamma I}{D}; \frac{\beta^2}{4D^2} \right), \frac{\beta^2}{4D^2} \neq q^2 D, \beta^2 > 4\gamma ID, \\ \left(\frac{\beta^2}{4D^2}; \frac{\beta^2}{4D^2} + \frac{3\gamma I}{D} \right), \frac{\beta^2}{4D^2} \neq q^2 D. \end{cases} \quad (20)$$



Зависимость квадрата инкремента усиления шумов от параметра $q^2 D - \beta^2 / (4D)$ при взаимодействии световых пучков в самофокусирующей (а) и в дефокусирующей (б) средах для $a = 3\gamma I$ (сплошная кривая) и $-\gamma I$ (пунктир)

Отметим, что максимальный инкремент неустойчивости для разных областей ее реализации отличается в 3 раза и определяется входной мощностью пучка.

2.3.2. Распространение пучков в дефокусирующей среде ($\gamma < 0$)

Аналогичные рисунку, а, построения выполнены для дефокусирующей среды (рисунок, б). Он демонстрирует подобные (а) зависимости. Основное отличие от самофокусирующей среды заключается в изменении полосы пространственных частот, для которых достигается максимальный коэффициент усиления, причем при определенных условиях на угол взаимодействия спектральный диапазон для самофокусирующей среды может быть как больше диапазона для дефокусирующей среды, так и меньше. Суммарный интервал частот развития неустойчивости определяется следующим образом:

$$q^2 = \begin{cases} \left(0; \frac{\beta^2}{4D^2}\right), \beta^2 < 12|\gamma|ID, \\ \left(\frac{\beta^2}{4D^2} - \frac{3|\gamma|I}{D}; \frac{\beta^2}{4D^2}\right), \frac{\beta^2}{4D^2} \neq q^2D, \beta^2 > 12|\gamma|ID, \\ \left(\frac{\beta^2}{4D^2}; \frac{\beta^2}{4D^2} + \frac{|\gamma|I}{D}\right), \frac{\beta^2}{4D^2} \neq q^2D. \end{cases} \quad (21)$$

При этом наиболее быстро будут расти возмущения в интервале частот $0 < q < \beta/2D$, т.е. для меньших значений волновых векторов по сравнению со случаем коллинеарного взаимодействия.

3. Выводы

Резюмируя результаты в целом, можно утверждать, что неколлинеарность взаимодействия расширяет спектральный интервал развития неустойчивости и изменяет интервал, в котором достигается максимальный коэффициент усиления. Обогащение

спектрального интервала зависит от знака самовоздействия. В случае дефокусировки для неколлинеарного взаимодействия наибольший инкремент усиления достигается в области частот, на которых при коллинеарном взаимодействии неустойчивость не реализуется.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант N 95-02-04448).

1. Зельдович Б.Я., Пилипецкий Н.Ф., Шкунов В.В. Обращение волнового фронта. М.: Наука, 1985. 240 с.
2. Одулов С.Г., Соскин М.С., Хижняк А.И. Лазеры на динамических решетках. М.: Наука, 1990. 271 с.
3. Сухоруков А.П., Титов В.Н., Трофимов В.А. // Известия АН СССР. Сер. Физ. 1990. Т. 54. N 6. С. 1099–1103.
4. Kunitsin S.D., Sukhorukov A.P., Trofimov V.A. // Nonlinear Optics. 1992. V. 3. N 3. P. 349–356.
5. Куницын С.Д., Сухоруков А.П., Трофимов В.А. // Изв. РАН. Сер. Физ. 1995. Т. 59. N 12. С. 26–34.
6. Ковалев В.И., Трофимов В.А. // Квантовая электроника. 1991. Т. 18. N 11. С. 1336–1339.
7. Firth W.J., Pare C., Penman C. // Opt. Commun. 1990. V. 75. N 2. P. 136–140.
8. Pare C., Piche M., Belanger P. // JOSA. 1988. V. 5. N 3. P. 679–689.
9. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика. М.: Мир, 1996. 323 с.
10. Федорченко А.М., Шевелев Д.В. // Украинский физический журнал. 1985. Т. 30. N 11. С. 185–192.

Московский государственный университет
им. М.В. Ломоносова

Поступила в редакцию
4 августа 1998 г.

K.Yu. Nikitenko, V.A. Trofimov. WFI and Instability during Incollinear Counter-Interaction of Diffracting Gaussian Light Beams within Media with Kerr Nonlinearity. Part I. Development Conditions for Convective Instability.

A development of disturbances during nonstationary incollinear interaction of a pair of opposing light beams is under analysis. Interaction invariants are recorded. The dependencies of amplification increment on the disturbance frequency are built. The interaction incollinearity is shown to increase the spatial frequencies range in which the convective instability arises. The range of the frequency spectrum increase is determined by selfaction sign.