«Оптика атмосферы», **3**, № 10 (1990)

НЕЛИНЕЙНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ

УДК 535.2:621.373.8

Э.В. Лугин

ОСОБЕННОСТИ ОСЛАБЛЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ДЛЯ ОКОЛОРЕЗОНАНСНОЙ ОБЛАСТИ СПЕКТРА СЛАБОНЕЛИНЕЙНОГО ГАЗООБРАЗНОГО ДИЭЛЕКТРИКА

Предлагается спектральный подход к пространственной задаче о нелинейных явлениях, связанных с интенсивностью излучения. Исходным пунктом служат уравнения Максвелла и выражение для поляризации среды в общем виде. Частотная компонента поляризации представлена в виде ряда по степеням спектральных компонент напряженности поля; решение нелинейной задачи выражается через решение соответствующей линейной. Задача сведена к формулировке нелинейного дифференциального уравнения второго порядка; найдено решение этого уравнения. Обсуждаются проблемы, связанные с применением решения к краевым задачам. Основное внимание уделяется распространению излучения в областях спектральных линий молекулярной атмосферы. Обсуждение ограничено средами с кубической нелинейностью.

1. Введение

В работе обсуждается спектральный подход к задаче о распространении излучения повышенной мощности в области спектральных линий естественных сред. Отличие от режимов линейного взаимодействия появляется из-за нелинейного отклика среды на воздействие света; уже для монохроматического излучения эти отличия недостаточно хорошо изучены. В то же время практический интерес в области спектральных линий среды представляет распространение световых импульсов. Здесь имеются особенности, обязанные своим происхождением конечному спектральному составу падающего излучения и мощности импульсов. В частности, представляют интерес искажения спектра (формы) импульсов из-за нелинейности комплексного показателя преломления молекулярной среды в области спектральных линий. Действительная и мнимая части нелинейной диэлектрической постоянной среды ответственны за различные нелинейные процессы [1]. Известно, например, что зависимость от Reε (ε — комплексная диэлектрическая проницаемость) существенно влияет на эволюцию формы импульса; здесь особый интерес представляет поведение формы импульса в зависимости от знака расстройки в околорезонансной области. Это различие может быть весьма существенным [2, 3]. В указанных работах использован метод огибающих амплитуд. Метод этот общепринят и весьма плодотворен в работах по нелинейной оптике.

Кроме описания поля с помощью огибающих возможен иной подход к решению аналогичных задач, это — спектральный подход. Далее метод применяется для спектрального описания самовоздействия; едва ли он носит явные преимущества перед методом огибающих, но в некоторых задачах метод спектрального описания самовоздействия более удобен. Например, в задачах переноса излучения в нелинейных средах или для проблемы нелинейной дифракции [4]; кроме того, метод позволяет получить решение в законченном виде из уравнений Максвелла. Этот так называемый спектральный подход мы понимаем следующим образом.

Любое (физически осуществимое) поле может быть разложено в интеграл Фурье. Для нелинейного поля, заданного в момент времени t в точке r (и обязанного своим происхождением нелинейному отклику среды) можно написать

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},\ t,\ \xi) = \int \boldsymbol{E}(\omega,\ \boldsymbol{r},\ \xi)\, \mathrm{e}^{-i\omega t}\, d\omega, \tag{1}$$

где $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, \omega, \xi)$ — частотная компонента нелинейного поля; ξ — параметр нелинейности. Условие согласования с линейным полем означает

$$\boldsymbol{E}(\omega,\ \boldsymbol{r},\ \xi = 0) = \mathbf{E}(\omega,\ \boldsymbol{r}) \tag{2}$$

$\boldsymbol{E}(\omega, \boldsymbol{r})$ — частотная компонента линейного поля.

Если допустить представление

$$\boldsymbol{E}(\omega,\ \boldsymbol{r},\ \xi) = \hat{\rho}(\mathbf{E}(\omega,\ \boldsymbol{r}),\ \xi)\, \mathbf{E}(\omega,\ \boldsymbol{r}), \tag{3}$$

то решение задачи (3) затем может быть использовано в (1). Сейчас в (3) мы пишем $\hat{\rho}$, но затем выясним, что в простых случаях — это функция ρ от $[\boldsymbol{E}(\omega, \boldsymbol{r})]$.. Именно в случае изотропной среды и линейно-поляризованного излучения

$$\hat{\rho} \to \rho(|\mathbf{E}(\omega, \boldsymbol{r})|). \tag{4}$$

Мы ограничимся далее этим простым случаем.

Спектральный подход предполагает известным решение линейной задачи. Особенность, однако, состоит в том, что при отсутствии детального решения линейной задачи возможно делать выводы о качественном поведении нелинейного решения лишь на основании некоторых общих соотношений, зависящих от характера нелинейных добавок к линейной задаче. Кроме того, часто нас интересуют изменения именно в спектре, и решение (1) — обращение интеграла — не требуется.

2. Поляризация

Выясним возможность представления (3) из временных уравнений Максвелла. В уравнениях Максвелла выражение для нелинейной поляризации можно представить в виде [5]

$$\begin{gathered}\boldsymbol{P}(t)=\int_{-\infty}^{\infty} \varkappa(t_1)\,\boldsymbol{E}(t-t_1)\,dt_1+\\ +\iiint_{-\infty}^{\infty} \varkappa(t_1, t_2, t_3)\,\boldsymbol{E}(t-t_1)\,\boldsymbol{E}(t-t_2)\,\boldsymbol{E}(t-t_3)\,dt_1 dt_2 dt_3+\\ +\iint_{-\infty}^{\infty}\!\!\ldots\!\int \varkappa(t_1, t_2, \ldots t_5)\,\boldsymbol{E}(t-t_1)\ldots\boldsymbol{E}(t-t_5)\,dt_1\ldots dt_5+\ldots\end{gathered} \tag{5}$$

Все величины здесь действительные, $\boldsymbol{E}$ обозначает нелинейное поле. Поле линейно поляризовано. Предполагается, что световой импульс узкополосный: $\Delta\omega \ll \omega_0$, $\Delta\omega$ — спектральная ширина импульса, ω_0 — средняя частота импульса. Нас интересуют взаимодействия, связанные с интенсивностью излучения на частоте падающего поля (самовоздействие). Среда изотропная (газ, жидкость). Чётные члены в разложении (5) исчезают. Линейная поляризация поля позволяет переписать (5) в следующем виде:

$$\begin{gathered}\boldsymbol{P}(t)=\int dt_1\,\boldsymbol{E}(t-t_1)\Big\{\varkappa(t_1)+\iint dt_2 dt_3\,\boldsymbol{E}(t-t_2)\,\boldsymbol{E}(t-t_3)\,[\varkappa(t_1, t_2, t_3)+\\ +\iint dt_4 dt_5\,\boldsymbol{E}(t-t_4)\,\boldsymbol{E}(t-t_5)\,[\varkappa(t_1,\ldots t_5)+\ldots]\Big\}.\end{gathered} \tag{6}$$

Перейдем в (6) к частотным компонентам:

$$\begin{gathered}\boldsymbol{P}(t)=\int d\omega\,\boldsymbol{P}(\omega)\,\mathrm{e}^{-i\omega t}=\int dt_1 \boldsymbol{E}(t-t_1)\,\{\varkappa(t_1)+\ldots\}=\\ =\int d\omega \boldsymbol{E}(\omega)\,\mathrm{e}^{-i\omega t}\int dt_1 K(t, t_1)\,\mathrm{e}^{i\omega t_1}.\end{gathered} \tag{7}$$

Здесь через $K(t, t_1)$ обозначено выражение в {...} (6). Мы далее предполагаем, что интеграл из (7)

$$\int dt_1 K(t, t_1)\,\mathrm{e}^{i\omega t_1} \equiv A_\omega = A_0 + A_1 + A_2 + \ldots$$

не зависит от t и должен быть только функцией частоты ω не только в линейном приближении, но и в общем нелинейном случае:

$$A_\omega = A(\omega, |E_\omega|^2). \tag{8}$$

Это предположение упрощает вычисление интегралов в выражении (7). В нулевом (линейном) приближении имеем:

$$A_0 = \int dt_1 \varkappa(t_1)\mathrm{e}^{i\omega t_1} = \alpha_0(\omega).$$

Рассмотрим следующий член:

$$A_1 = \int\limits_{-\infty}^{\infty} dt_1\, e^{i\omega t_1} \iint dt_2 dt_3 \boldsymbol{E}(t-t_2)\, \boldsymbol{E}(t-t_3)\, \varkappa(t_1,\ t_2,\ t_3). \tag{*}$$

Согласно предположению, это выражение должно быть функцией только частоты (и не должно содержать осциллирующие функции типа $\exp(\pm i\omega t)$. Выясним, при каких условиях это возможно. Имеем

$$A_1 = \int d\omega' \int d\omega'' \varkappa(\omega,\ \omega',\ \omega'')\, e^{-i(\omega'+\omega'')t},$$

где

$$\varkappa(\omega,\ \omega',\ \omega'') = \int dt_1 dt_2 dt_3 \varkappa(t_1,\ t_2,\ t_3) \exp(i\omega t_1 + i\omega' t_2 + i\omega'' t_3).$$

Используя далее условие $\omega' + \omega'' = 0$, где ω' и ω'' отличаются от ω не более чем на ширину $\Delta\omega$ спектра сигнала ($\Delta\omega \ll \omega$), можно приближенно записать

$$A_1 \approx \boldsymbol{E}_\omega \boldsymbol{E}_{-\omega} \int d(\Delta\omega') \int d(\Delta\omega'') \varkappa(\omega,\ \omega+\Delta\omega',\ -\omega-\Delta\omega'') = |\boldsymbol{E}(\omega)|^2 \alpha_1(\omega); \tag{**}$$

при записи величины $\alpha_1(\omega)$ учитывается возможность перестановочных знаков ω' и ω''. Переход от (*) к (**) совершается, таким образом, в предположении, что $\Delta\omega \ll \omega \sim \omega$, ω_0 — средняя частота импульса [6, стр. 95]. Это означает также, что внутри спектральной ширины импульса мы пренебрегаем взаимодействием мод; это приближение улучшается при сужении спектра импульса. Результат точен при вырождении импульса в монохроматическое поле.

Поступая аналогичным образом с остальными членами ряда (6), придем к следующему выражению для поляризации:

$$\boldsymbol{P}(t) = \int d\omega \boldsymbol{E}(\omega)\, A(\omega,\ |\boldsymbol{E}_\omega|^2)\, e^{-i\omega t}$$

или

$$\boldsymbol{P}(\omega) = \boldsymbol{E}(\omega)\{\alpha_0(\omega) + \alpha_1(\omega)|\boldsymbol{E}_\omega|^2 + \alpha_2(\omega)|\boldsymbol{E}_\omega|^4 + \ldots\} \tag{9}$$

Здесь α_0, α_1, α_2, … — функции частоты; пространственной дисперсией пренебрегаем. Если использовать далее связь индукции с поляризацией $D = E + 4\pi P$, для диэлектрической проницаемости будем иметь:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_L(\omega) + \varepsilon_{NL}(\omega) = \varepsilon_L(\omega) + \varepsilon_2(\omega)|E_\omega|^2 + \varepsilon_4(\omega)|E_\omega|^4 + \ldots, \tag{10}$$

где $\varepsilon_L = \varepsilon_0 + i\varepsilon_1$ — обычная (линейная) диэлектрическая проницаемость. Конкретный вид функции α_i (или ε_i) можно найти, как обычно, из модельных представлений.

3. Следствия предположения (3). Уравнение для функции ρ

Уравнения поля в изотропной немагнитной среде, в которых зависимость полей от времени выделена в виде множителя $e^{-i\omega t}$, удовлетворяют соотношениям в форме, не зависящей от времени [7]:

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{E} - i\kappa_0 \mathbf{H} = 0; \tag{11}$$

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{H} + i\kappa_0 \varepsilon_L(\omega)\, \mathbf{E} = 0, \tag{12}$$

$\kappa_0 = \dfrac{\omega}{c}$, ε_L — диэлектрическая проницаемость.

Уравнения (11), (12) из-за линейности (индекс L) нечувствительны к величине поля. При достаточно больших **E** измеряемые величины (квадратичные по полю) не соответствуют, однако, выводам из (11), (12). Для исправления положения необходимо учесть реакцию среды на величину падающего поля, т. е. предположить, что диэлектрическая проницаемость ε_L должна быть дополнена членами, зависящими от интенсивности поля. Исправленные уравнения (11), (12) будут иметь вид

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} - i\kappa_0 \boldsymbol{H} = 0; \tag{13}$$

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H} + i\kappa_0 (\varepsilon_L + \varepsilon_{NL})\, \boldsymbol{E} = 0. \tag{14}$$

(Здесь для отличия решений (11), (12) от решений (13), (14) употребляются для обозначения полей разные шрифты). Далее рассматриваются кубические среды; (14) принимает вид

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{H} + i\kappa_0\left(\varepsilon_L + \varepsilon_2\,|\boldsymbol{E}|^2\right)\boldsymbol{E} = 0. \tag{15}$$

Ставится задача об определении связи между полями E и E в предположении, что решения этих задач для каждого из полей известны. Таким образом, получение связи между E и E позволяет, в принципе, записать решение нелинейной задачи через решение линейной задачи. Выпишем далее необходимые соотношения. Предполагается, что

$$\boldsymbol{E} = \rho\,(S)\,\mathbf{E}, \tag{16}$$

где $S = |\mathbf{E}_\omega|^2$; ρ — комплексная функция. Существенно, что это решение допускает представление о локальной поперечности поля. Последнее обстоятельство позволяет отождествить направление

$$\operatorname{grad}\rho = \frac{d\rho}{d\mathrm{S}}\operatorname{grad}\mathrm{S},\ \ \mathrm{S} = |\mathbf{S}|, \tag{17}$$

в каждой точке с направлением вектора S линейной задачи, при этом [8]

$$\operatorname{grad}S = -2\kappa_0\varkappa\mathbf{S}, \tag{18}$$

$m = n + i\varkappa$ — комплексный показатель преломления; $\sigma = 2\kappa_0\varkappa$ — коэффициент поглощения; $\varepsilon_L = m^2$ — диэлектрическая проницаемость; $\mathbf{H} = m(\boldsymbol{n}\times\mathbf{E})$, $\mathbf{E} = -\dfrac{1}{m}(\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{H})$; $\boldsymbol{n} = \mathbf{S}\,/\,S$ — единичный вектор направления вектора Пойнтинга. Наряду с определением электрического вектора (16) определим с помощью (13) нелинейный магнитный вектор

$$\boldsymbol{H} = \rho\mathbf{H} + \frac{1}{i\kappa_0}\left[\nabla\rho\times\mathbf{E}\right] = \left(\rho + i\frac{2\varkappa}{m}\rho\mathrm{S}\right)\mathbf{H} = R\mathbf{H}. \tag{19}$$

Здесь (и далее) штрих или точка обозначают производную по аргументу.

Уравнение для функции ρ можно получить многочисленными способами. Один из них состоит в следующем. Из (13), (14) и определения (16) следует ($\mu = \varepsilon_2/\varepsilon_L$).

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\rho\mathbf{E} - \kappa_0^2\varepsilon_L\left(1 + \mu\,|\rho|^2\mathrm{S}\right)\rho\mathbf{E} = 0. \tag{A}$$

Здесь использовано уравнение (14) в форме (15).

Из (13) с помощью определений E и H имеем

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\rho\mathbf{E} + i\kappa_0^2\left(i\varepsilon_L R - 2\varkappa m\mathrm{S}R\right)\mathbf{E} = 0. \tag{B}$$

Из сравнения (A) и (B) получим

$$(\rho'\mathrm{S})'\,(2\varkappa)^2 - 2im\rho'\,(2\varkappa) + \varepsilon_2\,|\rho|^2\rho = 0. \tag{C}$$

Таким образом, уравнение для функции ρ следует из условия совместимости уравнений (13) и (14) нелинейной системы уравнений Максвелла при дополнительном условии (16). Аналогичным образом может быть записано уравнение для сред, нелинейность которых определяется зависимостью $\varepsilon_{NL}(|\varepsilon|^2)$ произвольного вида. Развиваемый метод не охватывает случай совершенно прозрачных сред ($\varkappa = 0$), в которых распространяется волна. Это обстоятельство, конечно, не является препятствием для применения уравнения (C) в силу, например, всегда присутствующего молекулярного рассеяния. Рассеяние электромагнитных волн выводит часть электромагнитной энергии из общего пучка и это эквивалентно поглощению этой энергии. Впрочем, невозможно вообразить прозрачную среду, нелинейность которой может иметь физический смысл.

Далее необходимо сделать следующие замечания. Радиус-вектор $\boldsymbol{r}$ в уравнение (C) явно не входит. Величина $S = [\mathbf{E}_\omega(\boldsymbol{r})]^2$ всегда может быть построена по решению линейной задачи. Можно показать [9], что формулировка теоремы Пойнтинга для нелинейного поля имеет очень прозрачный смысл:

$$\operatorname{div}\boldsymbol{S}_{NL} = -\left(\sigma + 2\kappa_0\mathrm{Jm}\,\varepsilon_{NL}\right)|\rho|^2\mathrm{S},$$

$\boldsymbol{S}_{NL}$ — вектор Пойнтинга для нелинейных векторов; это обстоятельство служит дополнительным аргументом в разумности предположения (16). Смысл выражения (16) состоит, таким образом, в следующем. Если S имеет некоторое распределение по амплитуде и по частотам в окрестности радиусавектора $\boldsymbol{r}$, то с помощью функции $\rho(S)$ можно в окрестности этой точки пространства построить поле $\boldsymbol{E}_\omega(\boldsymbol{r})$, которое затем может быть проинтегрировано по частотам согласно (1). Конечно, линейное поле $\mathbf{E}_\omega(\boldsymbol{r})$ должно быть известно.

В уравнении (С) произведение параметра ε_2 на интенсивность S суть нелинейная поправка к диэлектрической проницаемости ε_L; мы рассматриваем простейший случай кубической нелинейности. Могут быть рассмотрены другие случаи, связанные с представлением (10). Например, это могут быть многофотонные процессы, или процессы с насыщением и т. д. (Большой перечень эффектов самовоздействия содержится, например, в [10]).

Наконец, замечание относительно граничных условий для уравнения (С). Они следуют из определения полей (18) и (19):

$$\rho_0=\rho\,(S=S_0)=1,\ \ \rho'_0=\rho'\,(S=S_0)=0, \tag{20}$$

S_0 — начальная интенсивность поля.

4. Явный вид функции ρ

Будем исходить из уравнения (С) в виде

$$S\rho''+a\rho'+b\,|\rho|^2\rho=0; \tag{21}$$

$$a=2-\frac{n}{\varkappa},\ \ b=\frac{\varepsilon_2}{(2\varkappa)^2}. \tag{22}$$

После введения новой независимой переменной $x = S/S_0$ уравнение (21) принимает вид

$$x\rho''+a\rho'+bS_0\,|\rho|^2\rho=0,\ \ \rho\,(1)=1,\ \ \rho'\,(1)=0. \tag{23}$$

Далее, замена переменных

$$\rho\,(x)=Z\,(\xi)\exp\left(i\frac{m}{2\varkappa}\xi\right),\ \ \xi=\ln x, \tag{24}$$

приводит к следующему уравнению для $Z(\xi)$:

$$\left(\frac{\dot Z}{Z}\right)'+\left(\frac{\dot Z}{Z}\right)^2+\left(\frac{m}{2\varkappa}\right)^2+bS_0\,|Z|^2=0. \tag{25}$$

Если ввести обозначение

$$\beta=n/\varkappa,$$

то замена переменных (24) примет вид

$$\rho\,(x)=\frac{\exp\left(i\,\frac{\beta}{2}\,\xi\right)}{x^{1/2}}Z\,(\xi), \tag{27}$$

а уравнение (25) можно записать в виде

$$\left(\frac{\dot Z}{Z}\right)'+\left(\frac{\dot Z}{Z}\right)^2+\left(\frac{\beta+i}{2}\right)^2+bS_0\,|Z|^2=0. \tag{28}$$

Приведем итоги решения уравнения (28). Разделяя (28) на действительную и мнимую части, имеем:

$$Z\,(\xi)=R\,(\xi)\exp\,(i\Phi\,(\xi));$$

$$\left(\frac{\dot R}{R}\right)'+\left(\frac{\dot R}{R}\right)^2+\frac{\beta^2-1}{4}+\gamma S_0R^2=\dot\Phi^2; \tag{29}$$

$$\ddot\Phi+2\,\frac{\dot R}{R}\,\dot\Phi+\frac{\beta}{2}+\delta S_0R^2=0; \tag{30}$$

$\gamma = \mathrm{Re}\, b, \ \delta = \mathrm{Jm}\, b.$

Решение (29) можно искать, например, в виде эллиптического косинуса

$$R(\xi) = A\,\mathrm{cn}(B\xi + C,\ k) = A\,\mathrm{cn}\vartheta, \tag{31}$$

k — модуль, C — аддитивная постоянная. Однако легко убедиться, что согласованности с уравнением (30) можно добиться лишь при вырожденном значении косинуса-амплитуды

$$\mathrm{cn}\vartheta \to \mathrm{sech}\vartheta,\ k = 1. \tag{32}$$

Далее рассматриваются четыре области спектра, для которых постоянные γ и δ различаются знаками [11].

а. $\delta < 0$, $\gamma < 0$. В качестве решений системы уравнений (29), (30) рассмотрена система функций

$$R = A\,\mathrm{sech}\vartheta,\ \hat{\Phi} = D\,\mathrm{th}\vartheta,\ \vartheta = B\xi + C, \tag{33}$$

где $\hat{\Phi}$ есть особое решение (30). Подстановка (33) в систему уравнений (29), (30) приводит к следующим значениям постоянных из (33):

$$A^2 = \frac{\beta^2 - 2}{4\gamma S_0},\ \ B = \frac{1}{2},\ \ D = \frac{\beta}{2},\ \ \frac{\gamma}{\delta} = \frac{1}{3}\,\frac{\beta^2 - 2}{\beta}. \tag{34}$$

Обратим внимание на последнее из соотношений (34) — оно связывает параметры нелинейности с параметрами линейного поглощения. Для фазы имеем

$$\Phi = \frac{D}{B}\ln \mathrm{ch}\,\vartheta + \Phi_0, \tag{35}$$

постоянная Φ_0 определится из условий (20). Решение имеет, таким образом, вид

$$E = \frac{A}{x^{1/2}}\,\mathrm{sech}\,(B\xi + C)\exp\left[i\left(\frac{\beta}{2}\,\xi + \frac{D}{B}\ln \mathrm{ch}\,\vartheta + \Phi_0\right)\right]\mathrm{E}_L. \tag{36}$$

Чтобы провести нормировку этого решения, используем аддитивную постоянную C:
при $S = S_0$ имеем $x = 1$ и далее из (36)

$$R(\xi = 0) = A\,\mathrm{sech}(C) = 1,$$

откуда

$$C = \mathrm{Arsech}\,\frac{1}{A} = \mathrm{Arch}\,A. \tag{37}$$

Далее необходимо вернуться к исходным независимым переменным:

$$\xi = \ln x = \ln\frac{S}{S_0},\ \ x = \exp(-\tau)$$

для монохроматического излучения, т.е. $\xi = -\tau$, τ — оптическая толща среды: $\tau = \sigma z$, z — дистанция (трасса).

Далее будем полагать, что значения начальной интенсивности So таковы, что соответствующая постоянная A равна 1. Тогда $C = 0$, $\Phi_0 = 0$ и

$$E(z) = \mathrm{sech}\left(-\frac{\sigma}{2}\,z\right)\exp\left\{\frac{\sigma}{2}\,z + i\left[-\frac{n}{c}\,z + \beta\ln \mathrm{ch}\left(\frac{\sigma z}{2}\right)\right]\right\}\mathrm{E}(z).$$

Для интенсивности

$$|E(z)|^2 = \mathrm{sech}^2\left(-\frac{\sigma}{2}\,z\right)e^{\sigma z}|\mathrm{E}(z)|^2 = \mathrm{sech}^2\left(-\frac{\sigma}{2}\,z\right)|\mathrm{E}(0)|^2. \tag{38}$$

Замечательно, что нелинейные параметры γ и δ в выражение (38) не входят. При больших оптических толщах

$$\operatorname{sech}(\tau) \approx 2 \exp(-\tau),$$

поэтому при больших z от источника

$$|E(z)|^2 = 4 \ e^{-\sigma z} |\mathrm{E}_0|^2. \tag{39}$$

Этот результат отличает закон Бугера линейной среды от нелинейной среды кубического типа для больших τ. Здесь, по предположению, $A = 1$ и начальная интенсивность S_0 удовлетворяет соотношению (см. (34), (26) и (22))

$$1 = \frac{\beta^2 - 2}{4\gamma S_0}; \ \beta = \frac{n}{\varkappa}, \ \gamma = \frac{\operatorname{Re} \varepsilon_2}{(2\varkappa)^2}. \tag{40}$$

б. $\delta < 0$, $\gamma > 0$. Результат тот же, что и выше.

в. $\delta > 0$, $\gamma < 0$. Решение системы (29), (30) записывается в виде

$$R = A \operatorname{cosech} \vartheta, \ \dot{\Phi} = D \operatorname{cth} \vartheta, \ \vartheta = B\xi + C; \tag{41}$$

$$E = \frac{A}{x^{1/2}} |\operatorname{cosech} \vartheta| \exp\left[i \left\{ \frac{\beta}{2} \xi + \frac{D}{B} \ln |\operatorname{sh} \vartheta| + \Phi_0 \right\} \right] \mathrm{E}, \tag{42}$$

постоянные C и Φ_0 определяются здесь обычным образом. Запишем (42) в предположении $A = 1$:

$$E(z) = \left| \operatorname{cosech}\left(-\frac{\sigma}{2} z - \operatorname{A rcosech} 1 \right) \right| \exp\left\{ \frac{\sigma}{2} z + i \left[-\frac{n}{c} z + \beta \ln |\operatorname{sh} \vartheta| + \Phi_0 \right] \right\} \mathrm{E}.$$

Для интенсивности имеем

$$|E(z)|^2 = \operatorname{cosech}^2\left(-\frac{\sigma}{2} z - 0{,}881 \right) |\mathrm{E}(0)|^2. \tag{43}$$

Этот результат отличается от (38) и при больших z. Имеются экспериментальные указания на возможность отмеченных эффектов в далеком крыле спектральных линий [12].

г. $\delta > 0$, $\gamma > 0$. Результат тот же, что и в предыдущем пункте.

5. Заключение

Данное исследование ставит задачу дальнейшего изучения нелинейных эффектов в области спектральных линий реальных сред. Найдено, что в случае кубических сред в зависимости от знака мнимой нелинейной поправки ($\delta > 0$ или $\delta < 0$) к диэлектрической проницаемости линейной оптики ослабление излучения различно. Формулы, описывающие обобщенный вид закона Бугера для нелинейных сред, показывают различие со случаем обычных полей. Кроме того, предсказывается отношение величины $\frac{\gamma}{\delta}$ в зависимости от параметров линейной теории — результат, следующий из уравнений Максвелла для кубических сред с механизмом самовоздействия волн. Существенно, что предлагаемая модель спектрального самовоздействия допускает строгое решение поставленной задачи в общем, трехмерном виде. Следует отметить, что в определенных границах допустимо исследование закономерностей распространения импульсного излучения, а также некоторых задач нелинейной дифракции волн на частицах. В частности, при некоторых ограничениях на форму начального импульса можно ожидать формирование в среде солитоноподобных импульсов.

Рассмотренная в статье задача есть один из простейших примеров, иллюстрирующих предложенный метод.

Автор выражает благодарность проф. С.Д. Творогову за обсуждение постановочной части задачи.

1. Шварцбург А.Б. //Нелинейные электромагнитные волны/Под ред. П.Л.Э. Усленги. М.: Мир, 1983. С. 104—174.
2. Лугин Э.В., Шаповалов А.В. //Изв. вузов СССР. Физика. 1987. № 9. С. 102—104; 1989. № 2. С. 36—39.
3. Донченко В.А., Кабанов М.В., Лугин Э.В., Наливайко А.А., Шаповалов А.В. //Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 1. С. 67—72; 1989. Т. 2. № 12. С. 1286—1290.
4. Лугин Э.В. //Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1984. Т. 27. С. 110—111.
5. Шуберт М., Вильгельми Б. Введение в нелинейную оптику. Ч. 1. Классическое рассмотрение //Пер. с нем. проф. М.А. Ковнера. М.: Мир, 1973. 246 с.

6. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М.: Наука, 1988. 312 с.
7. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 856 с.
8. Стрэттон Дж.А. Теория электромагнетизма. М.—Л.: ОГИЗ—ГОСТЕХИЗДАТ, 1948. 540 с.
9. Кабанов М.В., Лугин Э.В. Нелинейное рассеяние света малыми частицами. Томск, 1987. 14 с. (Препринт/ВИНИТИ № 752-В88).
10. Райнтжесс Дж. Нелинейные оптические параметрические процессы в жидкостях и газах//Пер. с англ. М.: Мир, 1987. 512 с.
11. Иевлева Л.Д., Ковнер М.А. //Оптика и спектроскопия. 1969. Т. 26. Вып. 4. С. 601—606; 1970. Т. 29. Вып. 5. С. 1002—1004.
12. Агеев Б.Г., Пономарев Ю.Н., Тихомиров Б.А. Нелинейная оптикоакустическая спектроскопия молекулярных газов. Новосибирск: Наука, 1987. 128 с.

Сибирский физико-технический институт им. В.Д. Кузнецова,
Томск

Поступила в редакцию
9 июля 1990 г.

E.V. Lugin. Peculiar **Features of the Radiation Extinction in the near Resonance Spectral Range of a Weakly Nonlinear Dielectric.**

A spectral approach to the spatial problem on nonlinear phenomena related to the radiation intensity is suggested. The approach is based on the Maxwell equations and general form of the expression for a medium polarizability. The frequency component of a . polarizability is represented by a series expansion over the field strength spectral components powers. Solution of the nonlinear problem is expressed in terms of the solution of corresponding linear problem. The problem is reduced to the formulation of a nonlinear differential equation of the second order. A solution of this equation is sought in the paper. Some aspects of applying this solution to the boundary problems are discussed. The main attention is paid in the paper to propagation of radiation within the atmosphere molecular absorbtion lines. The discussion is limited by the cubic medium nonlinearities.