«Оптика атмосферы», **3**, № 10 (1990)

УДК 621.373.826

Ю.П. Акулиничев, А.М. Голиков

ПРЕДЕЛЬНАЯ ФОРМА ФУНКЦИИ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОЛЯ В СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Показано, что в марковском приближении при увеличении оптической толщины слоя неоднородностей пространственно-временная функция когерентности случайной функции Грина становится гауссовской. Установлено, что форма этой функции определяется геометрическими параметрами слоя и поперечной к трассе составляющей скорости ветра. Анализируются методики измерения этих параметров при дистанционном зондировании в случае изотропной турбулентности.

Предположим, что распространение волн в случайно-неоднородной среде в направлении, близком к направлению оси Oz, описывается параболическим уравнением [1].

Считаем, что флуктуации диэлектрической проницаемости среды статистически однородны в плоскости xOy и во времени и квазиоднородны в направлении оси Oz, при этом характеризуются пространственно-временной корреляционной функцией

$$\Psi_\varepsilon(\boldsymbol{\rho}, \Delta z, \tau; z) = \overline{\tilde{\varepsilon}(x_1, y_1, z_1, t_1)\,\tilde{\varepsilon}(x_2, y_2, z_2, t_2)} = \Psi_{\varepsilon 0}(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{v}(z)\tau, \Delta z, \tau; z), \tag{1}$$

где $\boldsymbol{\rho} = (\Delta x, \Delta y) = (x_1 - x_2, y_1 - y_2)$; $\tau = t_1 - t_2$, $z = (z_1 + z_2)/2$; $\mathbf{v}(z)$ — вектор поперечной к трассе составляющей скорости ветра; $\Psi_{\varepsilon 0}(\boldsymbol{\rho}, \Delta z, \tau; z)$ — пространственно-временная корреляционная функция флуктуаций поля ε в отсутствие ветра, полученная усреднением по ансамблю.

Полагая, что размеры неоднородностей вдоль трассы существенно меньше длины трассы $2L$, используем марковское приближение [1] и для нормированной пространственно-временной функции когерентности случайной функции Грина $G(\boldsymbol{\rho}_2, z_2; \boldsymbol{\rho}_1, z_1; t)$ при разнесении поперек трассы запишем

$$\Gamma(\Delta\boldsymbol{\rho}_2, \Delta\boldsymbol{\rho}_1, \tau) = \overline{G(\boldsymbol{\rho}_2, L; \boldsymbol{\rho}_1, -L; t)\, G^*(\boldsymbol{\rho}_2 - \Delta\boldsymbol{\rho}_2, L; \boldsymbol{\rho}_1 - \Delta\boldsymbol{\rho}_1, -L; t-\tau)} =$$

$$= \exp\left\{-\int_{-L}^{L} \sigma_0(z)\, H\left[\left(1 - \frac{z}{L}\right)\frac{\Delta\boldsymbol{\rho}_1}{2} + \left(1 + \frac{z}{L}\right)\frac{\Delta\boldsymbol{\rho}_2}{2} - \mathbf{v}(z)\tau, \tau; z\right]dz + i\varphi\right\}, \tag{2}$$

где

$$\varphi = \frac{\kappa}{2L}\left(|\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2|^2 - |\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2 - \Delta\boldsymbol{\rho}_1 + \Delta\boldsymbol{\rho}_2|^2\right);$$

$\sigma_0(z) = \dfrac{\kappa^2}{4}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_\varepsilon(\mathbf{O}, \Delta z, 0; z)$ — коэффициент экстинкции;

$H(\boldsymbol{\rho}, \tau; z) = \dfrac{\kappa^2}{4\sigma_0(z)}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} [\Psi_\varepsilon(\mathbf{O}, \Delta z, 0; z) - \Psi_\varepsilon(\boldsymbol{\rho}, \Delta z, \tau; z]dz$ — нормированная структурная функция фазы, т.е.

$$H(\mathbf{O}, 0; z) = 0,\ H(\infty, \tau, z) = H(\boldsymbol{\rho}, \infty; z) = 1.$$

Рассмотрим предельный случай, когда оптическая толщина слоя

$$\nu = \int_{-L}^{L} \sigma_0(z)\, dz \gg 1, \tag{3}$$

и поэтому преобладают составляющие многократного рассеяния вперед, индикатриса рассеяния n-го порядка есть n-кратная свертка сечения пространственного спектра флуктуаций $\tilde{\varepsilon}$ [2] и, следовательно, существенна область малых значений ρ.

В области малых значений ρ и τ при любых реальных спектрах неоднородностей для функции $H(\boldsymbol{\rho}, \tau; z)$ применима параболическая аппроксимация

$$H(\boldsymbol{\rho},\ \tau;\ z) = \frac{1}{2}\left[\boldsymbol{\rho}\mathbf{B}(z)\tilde{\rho} + B_\tau(z)\tau^2\right] + \ .\ .\ .\ , \tag{4}$$

где $\tilde{\boldsymbol{\rho}}$ — вектор-столбец; $\mathbf{B}(z)$ — матрица вторых производных по Δx и Δy при $\rho = 0$, причем оси координат Ox и Oy ради удобства всегда можно выбрать так, что она будет диагональной.

В частности, для однородной и изотропной турбулентности широко применяется «закон двух третей» Колмогорова — Обухова, при этом имеем [1]

$$\sigma_0(z) \approx 0{,}0091\ \kappa^2 C_\varepsilon^2 L_0^{5/3},$$

$$H(\boldsymbol{\rho},\ 0;\ z) \approx \begin{cases} l_0^{-1/3} L_0^{-5/3}\rho^2, & \rho \leqslant l_0, \\ (\rho/L_0)^{5/3}, & l_0 < \rho \leqslant L_0, \\ 1, & \rho > L_0, \end{cases}$$

$$B(z)_{xx} = B(z)_{yy} = 2l_0^{-1/3} L_0^{-5/3},\ B(z)_{xy} = 0.$$

Для функции когерентности (2) после подстановки (4) имеем гауссову форму

$$\Gamma(\Delta\boldsymbol{\rho}_2,\ \Delta\boldsymbol{\rho}_1,\ \tau) = \exp\left[\mathbf{p}\mathbf{W}_0\tilde{\mathbf{p}} + \mathbf{c}\mathbf{W}_2\tilde{\mathbf{c}} + \tau^2(q+s) - 2\tau(\mathbf{p}\tilde{\mathbf{v}}_0 - \mathbf{c}\tilde{\mathbf{v}}_1) + i\varphi\right], \tag{5}$$

где

$$2\mathbf{p} = \Delta\boldsymbol{\rho}_1(\mathbf{I} - L^{-n}\mathbf{Z}_0) + \Delta\boldsymbol{\rho}_2(\mathbf{I} + L^{-1}\mathbf{Z}_0),\ 2\mathbf{c} = \Delta\boldsymbol{\rho}_1 - \Delta\boldsymbol{\rho}_2,$$

$$\mathbf{W}_n = L^{-1}\int_{-L}^{L}\sigma_0(z)\,(z\mathbf{I} - \mathbf{Z}_0)^n\,\mathbf{B}(z)\,dz,$$

$$\mathbf{v}_n = L^{-n}\int_{-L}^{L}\sigma_0(z)\,\mathbf{v}(z)\,(z\mathbf{I} - \mathbf{Z}_0)^n\,\mathbf{B}(z)\,dz,$$

$$q = \int_{-L}^{L}\sigma_0(z)\,B_\tau(z)\,dz,\quad s = \int_{-L}^{L}\sigma_0(z)\,\mathbf{v}(z)\,\mathbf{B}(z)\,\tilde{\mathbf{v}}(z)\,dz,$$

$\mathbf{I}$ — единичная матица; $\mathbf{Z}_0$ — диагональная матрица, элементы которой заданы из условия $\mathbf{W}_1 = \mathbf{O}$ (в случае $B(z)_{xx} = aB(z)_{yy}$ они оба равны координате z_0 центра слоя).

Таким образом, в предельном случае функцию когерентности поля полностью определяют следующие параметры слоя (если векторы разнесений $\Delta\rho_1$ и $\Delta\rho_2$ коллинеарны, то величины, входящие в формулу (5),можно считать скалярными): координата его центра z_0 и относительная величина среднего квадрата протяженности $\gamma^2 = W_0^{-1}W_2$ вдоль оси Oz, интегральные величины структурных постоянных в пространстве W_0 и во времени q, среднее значение $\bar{\mathrm{v}} = \mathrm{v}_0 W_0^{-1}$ и средний квадрат $\bar{\mathrm{v}}^2 = sW_0^{-1}$ нормальной к трассе составляющей скорости ветра $\mathrm{v}(z)$, а также средняя величина ее линейной части $\bar{\mathrm{v}}_{\text{л}} = \mathrm{v}_1 W_0^{-1}$ (последний параметр учитывает то обстоятельство, что скорость ветра может быть различной в разных точках трассы, что проявляется, в первую очередь, в линейной ее зависимости от координаты z).

Пользуясь формулой (5), можно достаточно просто провести анализ существующих методик оценки различных параметров слоя при дистанционном зондировании и обосновать выбор наиболее корректных.

1. Для оценки координаты центра слоя z_0 проводят измерения коэффициента корреляции в совпадающие моменты времени ($\tau = 0$) на всевозможных парах пересекающихся трасс при $\mathbf{p} = \mathbf{O}$, $\mathbf{c} = \mathrm{const}$ и выбирают ту пару, на которой он максимален, тогда z_0 есть координата точки пересечения этих трасс [3, 4].

2. Относительная среднеквадратическая протяженность слоя численно равна отношению интервалов пространственной корреляции сигналов на параллельных ($\mathbf{c} = 0$) и пересекающихся ($\mathbf{p} = 0$) трассах [4].

3. Совместная оценка величин z_0 и γ возможна также после совместного измерения интервалов корреляции на параллельных, пересекающихся, сходящихся ($\Delta\rho_2 = 0$) (или расходящихся ($\Delta\rho_1 = 0$)) трассах.

4. Если неизвестны положение z_0 и протяженность γ-слоя, то измерение среднего значения поперечной составляющей скорости ветра $\bar{\mathbf{v}}$ лучше проводить на параллельных трассах в отличие от традиционного метода измерения на расходящихся трассах [5].

5. Наиболее достоверным методом оценки характеристик ветра $\bar{\mathbf{v}}$ и $\bar{\mathbf{v}}_л$ является способ измерения по наклону функции когерентности $\partial\Gamma(\Delta\rho_1, \Delta\rho_2, \tau)/\partial\tau$ в нулевой точке $(\tau = 0)$ [6] на параллельных и пересекающихся трассах соответственно.

Кроме того, использование функции когерентности в форме (5) весьма удобно для оценки искажений поля в среде при наличии больших либо разнесенных в пространстве приемных и передающих апертур, особенно если и для них используется гауссова аппроксимация [7, 8].

В заключение оценим величину погрешности, возникающей при оценке некоторых параметров слоя за счет отличия реальной функции когерентности (2) от ее аппроксимации (5), для случая однородной изотропной турбулентности. Например, отношение интервалов корреляции на параллельных трассах, определенных на уровне $1/e$ по формулам (2) и (5), равно $\nu^{-0,1}(L_0/l_0)^{1/6}$ и при больших значениях L_0/l_0 может достигать нескольких единиц.

Значительно лучших результатов можно ожидать при измерении относительных характеристик, в частности, отношения интервалов корреляции на параллельных и пересекающихся трассах γ_0. При $L_0 \gg l_0$ из формул (2) и (5) имеем $\gamma = (3/8)^{3/5} \approx 0{,}5552$ и $\gamma_0 = \gamma = (1/3)^{1/2} \approx 0{,}5773$ соответственно. Разница составляет всего 3,8%, что вполне приемлемо для большинства практических задач.

1. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Часть II. М.: Наука, 1978. 464 с.
2. Якимович А.П. //Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 3. С. 307–313.
3. Wang T.S., Clifford S.F., Ochs G.R. //Appl. Opt. 1974. V. 13. P. 2602.
4. Акулиничев Ю.П., Голиков А.М. //Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. № 8. С. 1646–1654.
5. Семенов А.А., Арсеньян Т.И. Флуктуации электромагнитных волн на приземных трассах. М.: Наука, 1978. 272 с.
6. Монастырный Е.А., Патрушев Г.Я. О корреляционном анализе флуктуаций излучения в случайно-неоднородной среде. Горький, 1984. 21 с. Деп. в ВИНИТИ № 5927-84
7. Акулиничев Ю.П., Бутько В.А., Голиков А.М. //Перенос изображения в земной атмосфере. Томск: ТФ СО АН СССР. 1988. С. 87–90.
8. Фортес В.Б. //Радиотехника. 1987. № 10. С. 53–56.

Томский институт автоматизированных систем управления и радиоэлектроники

Поступила в редакцию 13 апреля 1990 г.

Ju.P. Akulinichev, A.M. Golikov. **The Limit form of the Field Coherence Function in Stratified Turbulent Medium.**

Using Markov approximation it is proved that spatial-temporal coherence function becomes Gaussian with the growth of the optical depth of the stochastic scattering layer. Parameters of this function depend on geometrical characteristics of the layer and normal to path wind velocity vector. Methods of distant measurement of these parameters in isotropic turbulence are discussed.