

В.П. Аксенов, В.В. Пикалов

ТОМОГРАФИЧЕСКАЯ РЕКОНСТРУКЦИЯ КРИТЕРИЕВ КАЧЕСТВА ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ В АТМОСФЕРЕ

Предложен и численно исследован томографический способ измерения интегральных критериев качества лазерных пучков в атмосфере. Проекционными данными для восстановления служат значения яркости (лучевой интенсивности) рассеянного света.

При решении проблемы распространения лазерного излучения в атмосфере, при создании систем адаптивной компенсации искажений, возникающих в оптическом пучке при его взаимодействии со случайно неоднородной средой [1, 2], стоит задача дистанционного измерения мгновенного положения центра тяжести распределения интенсивности $I(\rho)$, эффективного размера, функционалов фокусировки и резкости [2] — интегральных критериев качества распространяющегося пучка. В этой связи перспективным является томографический подход к определению данных параметров, основанный на регистрации яркости излучения, рассеянного атмосферой. Возможность томографического восстановления распределения интенсивности лазерного излучения в модельной среде продемонстрирована в [3]. Потенциальные возможности реконструкции для реальной атмосферы оценены в [4].

Цель данной работы — получить интегральные соотношения для восстановления критериев качества оптических пучков без этапа восстановления распределения интенсивности и исследовать эффективность такого обращения.

Будем считать, что яркость распространяющегося пучка может быть описана в рамках малоуглового приближения уравнения переноса [5]. Тогда в первом порядке теории многократного рассеяния можно показать [4], что яркость рассеянного света $J(\mathbf{r}, \Omega)$ и распределение интенсивности (освещенности) в плоскости, перпендикулярной оси лазерного пучка, связаны интегральным уравнением

$$J(\mathbf{r}, \Omega) = \int_0^{\infty} dR \exp \left\{ - \int_0^R \sigma_t(\mathbf{r} - R'\Omega) dR' \right\} \frac{1}{4\pi} \sigma_S(\mathbf{r} - R\Omega) f(\mathbf{r} - R\Omega, \Omega, \Omega_0) I(\mathbf{r} - R\Omega), \quad (1)$$

где $\sigma_t(\mathbf{r})$, $\sigma_S(\mathbf{r})$ — объемные коэффициенты ослабления и рассеяния соответственно; Ω , Ω_0 — единичные векторы направления наблюдения и направления оси лазерного пучка; $f(\mathbf{r}, \Omega, \Omega_0)$ — индикатриса рассеяния. Если лазерный пучок наблюдается сбоку так, что угол рассеяния $\varphi = \arccos(\langle \Omega \Omega_0 \rangle)$ отличается от 0 или π , размер пучка много меньше расстояния от точки наблюдения до его оси и пространственные масштабы изменения $\sigma_S(\mathbf{r})$, $\sigma_t(\mathbf{r})$, $f(\mathbf{r}, \varphi)$ значительно превышают размеры поперечного сечения пучка, то вместо (1) будем иметь

$$J(\mathbf{r}, \Omega) = \frac{1}{4\pi} \sigma_S(\mathbf{r}_0) f(\mathbf{r}_0, \varphi) e^{-\tau(\mathbf{r}_0, \mathbf{r})} \int_0^{\infty} dR I(\mathbf{r} - R\Omega), \quad (2)$$

где \mathbf{r}_0 — координата центра области пересечения линии интегрирования с лазерным пучком;

$\tau(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}) = \int_0^{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|} \sigma_t(\mathbf{r} - R'\Omega) dR'$ — оптическая толщина атмосферы на дистанции $\mathbf{r}_0 \mathbf{r}$. Будем считать, что измерения яркости рассеянного света можно осуществить в плоскости интересующего нас сечения пучка.

Введем в этой плоскости координатную систему $\tilde{x}\tilde{y}$ с центром на оси пучка (рис. 1). Используя нормальное уравнение прямой интегрирования $\tilde{x} \cos \theta + \tilde{y} \sin \theta - p = 0$ из (2) получим:

$$\begin{aligned} J(\mathbf{r}, \Omega) & \left\{ \frac{1}{4\pi} \sigma_S(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_c) f\left(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_c, \frac{\pi}{2}\right) e^{-\tau(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_c, \mathbf{r} - \mathbf{r}_c)} \right\}^{-1} \simeq \\ & \simeq J(\mathbf{r}, \Omega) \left\{ \frac{1}{4\pi} \sigma_S(0) f\left(0, \frac{\pi}{2}\right) e^{-\tau(0, \tilde{\mathbf{r}}_c - \mathbf{r}_c)} \right\}^{-1} = J'(p, \theta) = \\ & = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(\tilde{x}, \tilde{y}) \delta(p - \tilde{x} \cos \theta - \tilde{y} \sin \theta) d\tilde{x} d\tilde{y}. \end{aligned} \quad (3)$$

Соотношение (3) представляет собой двумерное интегральное уравнение Радона [6]. Имея набор проекций $J'(p, \theta)$, зарегистрированных с различных направлений, можно осуществить обращение (3) относительно неизвестной функции $I(\tilde{x}, \tilde{y})$, используя один из алгоритмов инверсии Радона. По определению вектора координат центра тяжести

$$\rho_c \{ \rho_{cx}, \rho_{cy} \} = J \rho_{cx} + K \rho_{cy} = \frac{1}{P_0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(\rho) \rho d^2 \rho, \quad (4)$$

где $P_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(\rho) d^2 \rho$ — полная мощность излучения. Пользуясь определением (4) и теоремой о центральном сечении [6], будем иметь

$$\rho_{cx} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} dpp J'(p, 0)}{\int_{-\infty}^{\infty} dp J'(p, 0)}, \quad \rho_{cy} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} dpp J'(p, \frac{\pi}{2})}{\int_{-\infty}^{\infty} dp J'(p, \frac{\pi}{2})}. \quad (5)$$

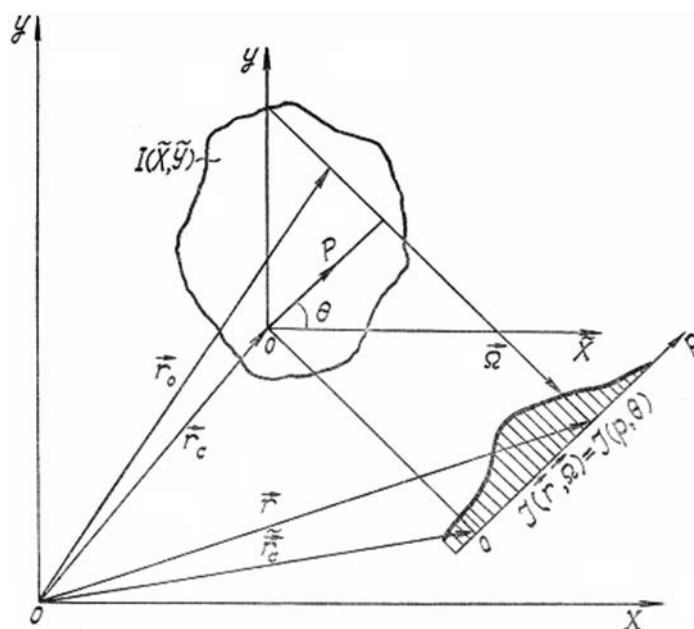


Рис. 1. Получение проекций распределения интенсивности $I(x, y)$

Эффективный размер пучка R_s определяется из соотношения

$$R_s^2 = R_{sx}^2 + R_{sy}^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(\rho) \rho^2 d^2 \rho}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(\rho) d^2 \rho}. \quad (6)$$

Для составляющих R_{sx} и R_{sy} получим

$$R_{sx}^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} dpp^2 J'(p, 0)}{\int_{-\infty}^{\infty} dp J'(p, 0)}, \quad R_{sy}^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} dpp^2 J'(p, \frac{\pi}{2})}{\int_{-\infty}^{\infty} dp J'(p, \frac{\pi}{2})}. \quad (7)$$

Для того чтобы найти соответствующие соотношения для функционала фокусировки

$$M_2(p_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K(p - p_0) I(p) d^2p, \quad (8)$$

равного доле мощности лазерного пучка в пределах апертуры, описываемой функцией $K(p)$, и функционала резкости

$$M_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I^2(p) d^2p, \quad (9)$$

подействуем на (8) прямым и обратным операторами Радона и на основании теоремы о преобразовании Радона свертки [7], используя аналитическую формулу Радона [6], будем иметь

$$M_2(p_0) = -\frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\pi d\theta \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dp ds \frac{\tilde{K}(s, \theta) J'(s - p, \theta)}{(p - p_0)^2}, \quad (10)$$

где $p_0 = x_0 \cos \Theta + y_0 \sin \Theta$; $\tilde{K}(s, \theta)$ — прямое преобразование Радона апертурной функции $K(p)$. Очевидно, что формулу для восстановления M_1 можно получить из (10), заменив $\tilde{K}(s, \Theta)$ на $J'(s, \Theta)$ и положив $p_0 = 0$:

$$M_1 = -\frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\pi d\theta \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dp ds \frac{J'(p_1, \theta) J'(p_2, \theta)}{(p_1 - p_2)^2}. \quad (11)$$

Для круговой апертуры с радиусом α из (10) получим

$$M_2(p_0) = \frac{1}{\pi} \left\{ \int_0^\pi d\theta \left[\int_{-\alpha}^{\alpha} dp J'(p + p_0, \theta) - \alpha^2 \left[\int_{\alpha}^{\infty} dp \frac{J'(p + p_0, \theta)}{V(p + p_0)^2 - \alpha^2 (V(p + p_0)^2 - \alpha^2 + p + p_0)} + \int_{-\infty}^{-\alpha} \frac{J'(p + p_0, \theta) dp}{V(p + p_0)^2 - \alpha^2 (V(p + p_0)^2 - \alpha^2 - p - p_0)} \right] \right] \right\}. \quad (12)$$

В численном эксперименте нами была исследована эффективность алгоритмов восстановления, построенных на основе (5)–(7) и (10)–(11), по сравнению с процедурой вычисления соответствующих величин по определениям (4), (8) и (8), (9) после восстановления распределения интенсивности. Эксперимент проводился с помощью пакета прикладных программ «ТОРА5» [6], с включением в него дополнительных блоков обработки проекционных данных. Исходная модель $I(p)$ имела вид

$$I(x, y) = e^{-9x^2 - 9y^2} + 0,7 e^{-16x^2 - 16(y - 0,3)^2} + 0,6 e^{-9x^2 - 20,5(y + 0,2)^2} + 0,8 e^{-16(x + 0,4)^2 - 16(y - 0,2)^2} + 0,9 e^{-16(x - 0,5)^2 - 16(y - 0,3)^2}. \quad (13)$$

На рис. 2,а показаны сечения этой функции координатными плоскостями. Ее проекции, искаженные гауссовым шумом с помощью генератора случайных чисел, использовались для восстановления пространственно-энергетических параметров с промежуточным этапом восстановления $I(p)$ или без него. При реконструкции применялся алгоритм Ерохина–Шнейдерова [8] с вычислением интегралов по линейной и угловой переменным по методу прямоугольников. Метод прямоугольников применялся и для вычисления интегралов (4), (6) и (8), (9) по исходной модели p по реконструированной томограмме. Для восстановления использовались шесть проекций, равномерно размещенных от 0 до 180°. Матрица изображения имела размерность 65×65, с восстановлением томограмм в единичном круге.

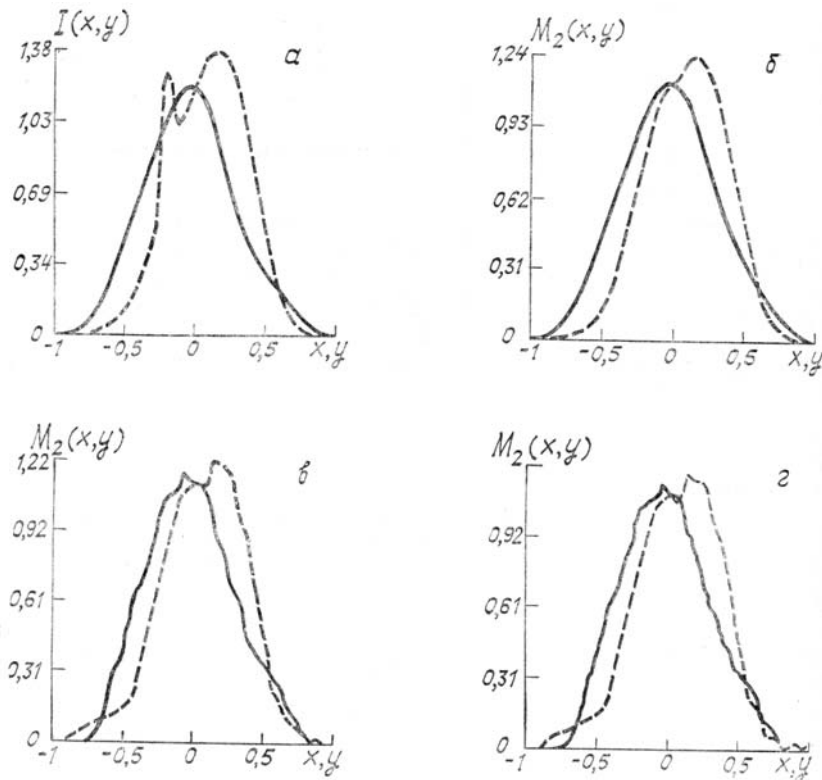


Рис. 2. Сечения координатными плоскостями $y = 0$ (сплошные кривые) и $x = 0$ (штриховые кривые) исходной модели — а, соответствующего ей функционала фокусировки — б, и функционалов фокусировки, рассчитанных по восстановленной томограмме, — в и посредством инверсии Радона свертки проекций — г. Проекционные данные искажены 5%-ным шумом. Радиус мишени $\alpha = 0,19$

Рис. 2, б, в, г иллюстрирует результаты вычисления критерия фокусировки $M_2(x, y)$ по исходной модели, по восстановленной томограмме и на основе интегрального соотношения (10) — посредством операции свертки прямого преобразования Радона апертурной функции к проекционным данным с последующим обратным преобразованием Радона результата свертки.

В таблице приведены результаты восстановления ρ_c , R_3 и M_2 для $\alpha = 0,19$, равного шести шагам выбранной сетки.

Исходные данные для определения параметров	ρ_{cx}	ρ_{cy}	R_3	M_2
Точное распределение	0,030	0,140	0,453	$1,25 \cdot 10^{-1}$
Проекция с шумом 0%	0,030 (0,028)	0,141 (0,139)	0,453 (0,453)	$1,21 \cdot 10^{-1}$ ($1,24 \cdot 10^{-1}$)
Проекция с шумом 5%	0,030 (0,030)	0,139 (0,138)	0,452 (0,453)	$1,22 \cdot 10^{-1}$ ($1,24 \cdot 10^{-1}$)

Значения в скобках соответствуют вычислению параметров пучка по реконструированному распределению интенсивности. Сравнение табличных данных показывает, что точность восстановления положения центра тяжести и эффективного радиуса пучка по проекционным данным, полученным с двух направлений, и функционала фокусировки незначительно отличается от точности вычисления ρ_{cx} , ρ_{cy} , R_3 по реконструированной томограмме распределения интенсивности. Время, затраченное БЭСМ-6 на проведение расчетов, оказывается в последнем случае на два порядка большим. Эксперимент показывает, что применение сглаживания проекционных данных при восстановлении ρ_c и R_3 не приводит к существенному изменению результата, а при восстановлении функционала M_2 ведет к его «переглаживанию»: т.е. отклонение восстановленных значений M_2 от «точных» возрастает при любом способе реконструкции. Таким образом, при восстановлении ρ_c и R_3 для пучка произвольной формы достаточно регистрировать проекции с 2-х направлений под углом 90° . При определении функционала фокусировки необходимое число направлений томографирования зависит от размера пятна фокусировки. Так, для измерения M_2 при $K(\rho) \equiv 1$ достаточно одного направления, а при $K(\rho) = \delta(\rho)$

требуется столько же направлений, сколько и при реконструкции распределения интенсивности. Очевидно, что разработанные алгоритмы могут быть применены при восстановлении характеристик «фазовых» объектов, в том числе рефракционных каналов распространения интенсивного лазерного излучения с регистрацией фазы при их поперечном просвечивании.

1. Зуев В. Е. Распространение лазерного излучения в атмосфере. М.: Радио и связь. 1981. 287 с.
2. Воронцов М. А., Шмальгаузен В. И. Принципы адаптивной оптики. М.: Наука. 1985. 335 с.
3. Левин Г. Г., Семенов Э. Г., Старостенко О. В. // Оптика и спектроскопия. 1985. Т. 58. Вып. 5. С. 1161.
4. Аксенов В. П., Ильин А. Б., Лукьянов И. В., Цвык Р. Ш. // В кн.: III Всес. симпозиум по вычислительной томографии. (Тезисы докл.). Киев. 1987. С. 157.
5. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Ч. I. М.: Мир. 1981. 280 с.
6. Пикалов В. В., Преображенский Н. Г. Реконструктивная томография в газодинамике и физике плазмы. Новосибирск: Наука. 1987. 231 с.
7. Гельфанд И. М., Граев М. И., Виленкин Н. Я. Интегральная геометрия и связанные с ней вопросы теории представлений. (Обобщенные функции. Вып. 5). М.: Физматгиз. 1962. 656 с.
8. Ерохи В. А., Шнейдеров В. С. Трехмерная реконструкция (машинная томография). Моделирование на ЭВМ. Л. 1981. 47 с. (Препринт/АН СССР, ЛНИ ВЦ, № 23).

Институт оптики атмосферы
СО АН СССР, Томск
Институт теоретической и прикладной механики
СО АН СССР, Новосибирск

Поступила в редакцию
3 июня 1988 г.

V. P. Aksenov, V. V. Pikalov. Tomographic Reconstruction of the Laser Beam Figures of Merit in the Atmosphere.

A tomographic technique for measuring the integrated figures of merit of laser beams propagating in the atmosphere was proposed and numerically simulated. The scattered brightness (beam intensity) was used for the projection data in the restoration procedure.