

## Особенности развития возмущений светового поля в керровской среде с нелинейным поглощением

А.А. Землянов, А.Д. Булыгин\*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 17.03.2012 г.

Рассмотрено распространение двух, трех и большего числа филаментов на фоне плоской волны. На основе численного решения укороченного нелинейного уравнения Шредингера продемонстрирована роль фонового поля при формировании филаментации в зарождении и поддержании вторичных филаментов. Показана возможность роста числа филаментов за счет их размножения на фоне плоской волны. Установлено, что с увеличением интенсивности фонового поля увеличивается и максимальное число филаментов вдоль трассы распространения, но лишь до определенного значения интенсивности фоновой волны. При дальнейшем росте интенсивности фоновой волны максимальное число филаментов, сформировавшееся вдоль трассы распространения, убывает.

*Ключевые слова:* фемтосекундное лазерное излучение, множественная филаментация; femtosecond laser radiation, multiple filamentation.

### Введение

Исследование множественной филаментации мощного фемтосекундного лазерного излучения (МФЛИ) обусловлено целым рядом приложений в оптике атмосферы [1, 2].

В последнее время появился ряд экспериментальных работ по распространению МФЛИ, сопровождающегося образованием  $10^2$ – $10^3$  филаментов [3, 4].

Установление общих закономерностей формирования множества филаментов, определяющих, в свою очередь, статистические закономерности множественной филаментации, является актуальной задачей. К сформулированным на данный момент закономерностям, определяющим картину формирования множественной филаментации, можно отнести неустойчивость Беспалова–Таланова [5] и установление некоторых качественных и количественных закономерностей формирования первых филаментов при распространении мощного фемтосекундного лазерного излучения в атмосфере (координат начала множественной филаментации) [6]. Надо отметить, что эти результаты были получены для среды керровского типа. Однако филаментация реализуется в среде с более сложными типами нелинейности, обусловленными такими эффектами, как многофотонная и туннельная ионизация, насыщение керровской нелинейности, взаимодействие излучения с образовавшейся плазмой. Как следствие, с момента начала множественной филаментации реализуются иные закономерности в формообразовании филаментов.

В полной, нестационарной постановке задачу о множественной филаментации в воздухе на основе численного решения нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) удастся исследовать лишь для пучков, не превышающих в поперечном масштабе нескольких миллиметров [2, 7, 8], что позволило дать качественное описание взаимодействия нескольких филаментов. Так, в работе [8] был рассмотрен случай двух первичных возмущений, развивающихся в два филамента, и зарождение из них одного вторичного филамента за счет перекрытия колец в профиле интенсивности, формирующихся в процессе распространения первичных филаментов.

В представленных результатах численного моделирования широкоапертурных лазерных пучков, имеющих в диаметре несколько сантиметров и достигающих 1 дм [3, 4], авторы вынуждены при численном моделировании использовать стационарный вариант НУШ [9, 10]. При этом надо отметить, что для описания особенностей процесса филаментации, доступных в рамках стационарной модели, достаточно учитывать вместе с кубичной нелинейностью и нелинейное поглощение, которое вычисляется в соответствии с моделью многофотонной ионизации МФИ [2, 11].

Конечно, в рамках стационарного приближения возможно отражение лишь качественных закономерностей формирования множественной филаментации: так, в частности, в рамках стационарного приближения филамент реализуется не как непрерывная структура, а как последовательность фокусов [2, 10, 11]. Тем не менее имеются некоторые указания, что для широкоапертурных пучков при их распространении

\* Александр Анатольевич Землянов (zaa@iao.ru); Андрей Дмитриевич Булыгин (b.a.d.@iao.ru).

в режиме множественной филаментации могут сгладиться эффекты, обусловленные выбором стационарной модели [9].

Так как эволюция широкоапертурных фемтосекундных лазерных пучков обусловлена эффектами больших чисел, то необходимо выяснить, какие именно статистические закономерности проявляются при множественной филаментации. В качестве наиболее простых, среднестатистических и доступных с точки зрения эксперимента могут выступать такие характеристики излучения, как средняя плотность числа филаментов, а также значение усредненной фоновой интенсивности [4]. Естественно задаться вопросами, как будет эволюционировать плотность числа филаментов при заданной усредненной интенсивности и как равновесное значение плотности числа филаментов будет зависеть от фоновой интенсивности излучения?

В настоящей статье рассмотрены реализации развития двух первоначальных возмущений светового поля в среде керровского типа с поглощением при различных уровнях фонового поля и первоначальных расстояниях между этими возмущениями.

## Математическая постановка задачи

Основным методом исследования распространения мощного фемтосекундного лазерного излучения является нестационарное нелинейное уравнение Шредингера для комплексной огибающей поля напряженности электромагнитной волны [1, 2]. Численное решение данного уравнения для широкоапертурных лазерных пучков со сложными начальными (граничными) распределениями требует весьма значительных вычислительных и временных ресурсов. Вместе с тем необходимо отметить, что нестационарное нелинейное уравнение Шредингера может лишь приближенно описывать процесс филаментации. Это обусловлено тем, что в нем обычно не учитывается векторность [12], и, кроме того, до сих пор не существует достоверной модели нелинейности среды, что выражается в весьма широком наборе вариаций параметров, используемых при исследовании филаментации [1–9]. Однако и стационарный вариант НУШ позволяет отражать ряд основных закономерностей пространственного распределения поля, формирующегося при филаментации [9–11].

Выбирая укороченный вариант НУШ, некоторые авторы усредняют по времени нестационарное уравнение Шредингера [9, 10] в приближении заданной формы импульса по времени (чаще всего это гауссова форма). Такой подход до некоторой степени оправдан лишь до начала филаментации, в процессе же филаментации временной профиль искажается и дробится [2]. Исходя из отмеченных выше обстоятельств, а также из простоты анализа, выберем модель с учетом керровской нелинейности и многофотонной ионизации. Данная модель [13] хорошо воспроизводит формирование кольцевой структуры пучка при филаментации:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} - \frac{i}{2n_0 k_0} \nabla_{\perp}^2 \right\} U(\mathbf{r}_{\perp}, z) - ik_0 n_{NL}(I) U(\mathbf{r}_{\perp}, z) + \frac{1}{2} \alpha_{NL}(I) U(\mathbf{r}_{\perp}, z) = 0, \quad (1)$$

где  $U(\mathbf{r}_{\perp}, z) = E/E_0$ ,  $E_0$  – максимальная амплитуда огибающей светового импульса при  $z = 0$ ;  $\nabla_{\perp}^2$  – поперечный лапласиан;  $k_0 = 2\pi n_0/\lambda_0$  – волновое число,  $\lambda_0$  – длина волны в вакууме, которая в нашем случае составляет 800 нм; комплексный показатель преломления среды  $n_{NL} = n_2 I$ ;  $n_2$  – коэффициент в разложении показателя преломления  $n$  в нелинейной оптической среде,  $n = n_0 + n_2 I$ ,  $n_0$  – невозмущенное значение показателя преломления,  $I = E_0^2 |U|^2$  – интенсивность светового поля; для воздуха  $n_2 = 3,2 \cdot 10^{-19}$  см<sup>2</sup>/Вт;  $\alpha_{NL} = \beta_{MFA}^{(K)} I^{K-1}$  – коэффициент нелинейного поглощения в воздухе, определяемый в соответствии с моделью МФИ [2], для воздуха скорость ( $K$ )-фотонной ионизации  $\beta_{MFA}^{(K)} = 1,23 \cdot 10^{-160}$  м<sup>17</sup>/Вт<sup>9</sup>,  $K = 10$ .

Представим поле  $U$  в виде суммы двух полей: поля плоской волны (фон)  $U_b$  и поля филаментов  $U_f$  на этом фоне.  $U = U_f + U_b$ , где поле  $U_b = A_b \exp(ik_0 n_2 I z)$  удовлетворяет уравнению

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} - ik_0 n_2 I \right\} U_b = 0. \quad (2)$$

Тогда из (1) и (2) получим следующее уравнение:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} - \frac{i}{2n_0 k_0} \nabla_{\perp}^2 - ik_0 n_2 (|U|^2 U_f + (U_b U_f^* + U_b^* U_f + |U_f|^2) U_b) \right\} U_f = -\frac{1}{2} \alpha_{NL}(I) U. \quad (3)$$

Отметим, что моделирование филаментации на основе стационарного уравнения Шредингера обеспечивает явное проявление эффекта дискретного чередования максимумов интенсивности вдоль дистанции распространения, т.е. реализуется многофокусная модель филаментации [2, 10, 11, 13, 14]. Поэтому в дальнейшем будем интерпретировать результаты численного расчета, используя понятие фокуса. Рассмотрим ситуации с граничными условиями, соответствующими двум начальным возмущениям амплитуды светового поля, имеющим гауссову форму:

$$U_f = A_f (1 - \delta) \left\{ \exp \left[ -0,5 \left( (\mathbf{r}_{\perp} - \mathbf{D}) / R_0 \right)^2 \right] + \exp \left[ 0,5 \left( (\mathbf{r}_{\perp} + \mathbf{D}) / R_0 \right)^2 \right] \right\}.$$

Здесь  $A_f \equiv |U_f|$ ;  $\delta \equiv A_b/A_f$ ; начальные возмущения выбирались с радиусом  $R_0 = 0,5$  мм и начальной мощностью  $5P_{cr}$  ( $P_{cr} = \lambda_0^2/(2\pi n_2 n_0)$ ) и для воздуха составляет 3,2 ГВт [2];  $\mathbf{D} = (d/2, 0)$  – вектор разнеса двух начальных возмущений поля.

Для возможности рассмотрения механизмов формирования фокусов вдоль дистанции распространения, которую мы нормируем на длину Рэлея  $L_R = n_0 k_0 R_0^2 / 2$ , подробно визуализируем динамику поля интенсивности (рис. 1 и 2) и число фокусов

вдоль дистанции распространения (рис. 3) для  $\delta = 0,7$ , что соответствует уровню фоновой интенсивности  $I_b \sim 10^{12}$  Вт/см<sup>2</sup> и расстоянию  $d$  между начальными возмущениями, которое выбиралось равным 0,5 мм.

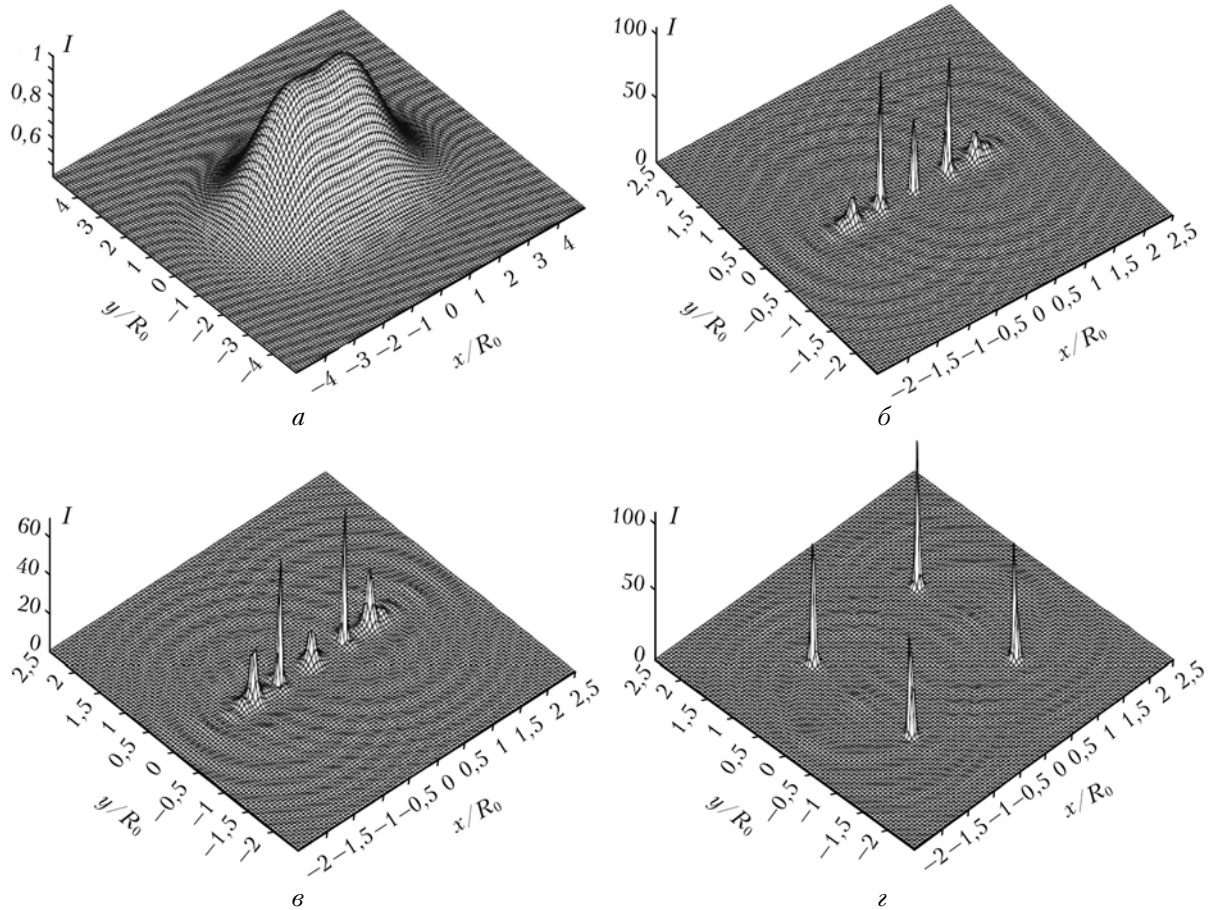


Рис. 1. Распределение интенсивности светового поля, нормированное на свое начальное пиковое значение, при различных дистанциях распространения: а –  $Z/Lr = 0$ ; б – 0,9; в – 0,91; г – 1,43

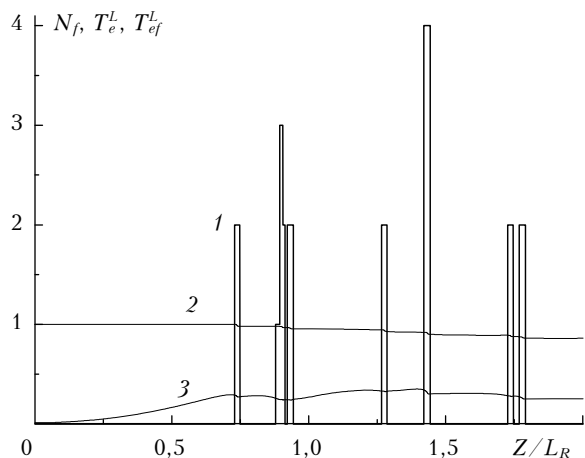


Рис. 2. Число фокусов  $N_f$  (1) вдоль трассы распространения;  $T_e^L$  – энергия пучка, нормированная на свое начальное значение (в квадрате с длиной стороны  $L = 10$  мм) (2);  $T_{ef}^L$  – энергия поля филаментов, нормированная на полную энергию всего пучка в этом же квадрате (3)

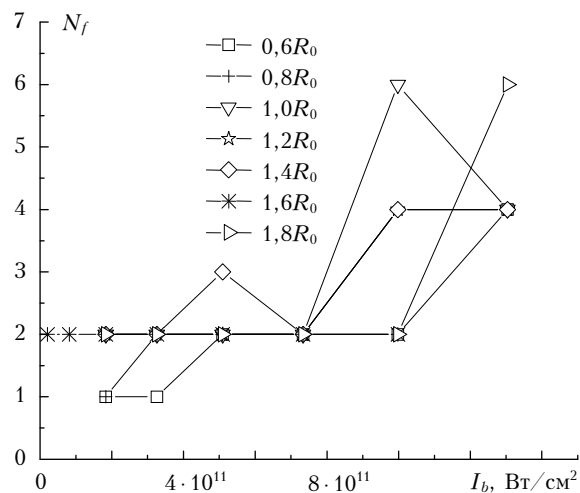


Рис. 3. Максимальное число филаментов вдоль дистанции распространения в зависимости от уровня фоновой интенсивности при различных расстояниях  $d$  между возмущениями с радиусом  $R_0 = 0,5$  мм

## Обсуждение результатов

Из рис. 1–3 видно, что в процессе распространения лазерного излучения с граничными условиями в форме двух возмущений с гауссовым профилем (рис. 1, *a*) могут формироваться три и более фокусов. Механизмы формирования вторичных фокусов обусловлены перекрытием колец, формирующихся в рассматриваемой нами модели НУШ исключительно за счет дифракционных эффектов. Конечно, в более полной постановке задачи, когда решается нестационарное уравнение Шредингера, в формировании кольцевой структуры проявляется и эффект дефокусировки, однако, как показано в работе [14], определяющими эффектами в остановке коллапса и формировании кольцевой структуры служат именно дифракционные эффекты. Существенную роль при формировании фокусной структуры играет фоновое поле, что обусловлено эффектами интерференции фоновой плоской волны с полем филаментов. Так, из рис. 1 и 2 видно, что в процессе распространения происходит существенный рост энергии филаментационного поля:

$$W_{ef}^L(z) = W_0^L T_{ef}^L(z),$$

где  $T_{ef}^L = \iint_L I_f dx dy$ . При этом общая энергия светового поля  $W_e^L(z) = W_0^L T_e^L(z)$ , как и следовало ожидать, убывает  $\left( T_e^L = \iint_L I dx dy \right)$ . Эффект перекачки энергии реализуется за счет совместного проявления интерференции и керровской нелинейности.

На рис. 3 показана зависимость максимального числа фокусов, формирующихся вдоль дистанции распространения, от расстояния между начальными возмущениями  $d$  и уровнем фоновой интенсивности  $I_b$ . Видно, что число фокусов по сравнению с первоначальным числом возмущений растет при достижении уровня фоновой интенсивности  $5 \cdot 10^{11}$  Вт/см<sup>2</sup> и насыщается при уровне интенсивности  $10^{12}$  Вт/см<sup>2</sup> (что качественно согласуется с экспериментальными результатами, представленными в [4]) и расстоянии между первоначальными возмущениями  $d \sim R_0$ . Причем оптимальное начальное расстояние, с точки зрения минимального уровня фоновой интенсивности, при котором происходит «размножение» фокусов, составляет  $1,4R_0$ . Выше подробно рассмотрена ситуация для  $R_0 = 0,5$  мм (это значение соответствует вполне типичным масштабам возмущений, формирующихся при множественной филаментации), однако нами был проанализирован и случай с  $R_0 = 1$  мм, здесь не представленный, при этом закономерности для  $R_0 = 0,5$  мм сохранялись достаточно точно в абсолютных единицах и для  $R_0 = 1$  мм.

Заметим, что в рассмотренной нами численной модели хотя и отсутствуют механизмы дефокусировки, тем не менее наблюдается насыщение числа филаментов. Это свидетельствует о том, что эффект насыщения плотности числа филаментов, возможно,

совсем не связан с взаимодействием плазменных каналов, формирующихся при филаментации, как предполагается в [4]. Эффект же насыщения числа фокусов, обнаруженный в данной работе, обусловлен, по-видимому, тем, что возмущения, формирующиеся в процессе филаментации при повышении фонового уровня интенсивности, начинают более эффективно сливаться. Это приводит к формированию более длинных филаментов, т.е. филаментов с большим числом фокусов, идущих друг за другом, и с большей частотой следования этих фокусов вдоль дистанции распространения.

## Заключение

Наличие фонового поля существенным образом влияет на формирование и развитие множественной филаментации и может существенно повышать вероятность увеличения числа филаментов вдоль трассы распространения.

Эффекты, связанные с включением фонового поля, наиболее заметно проявляются при достижении уровня его интенсивности примерно  $5 \cdot 10^{11}$  Вт/см<sup>2</sup> и расстоянии между первоначальными возмущениями  $d \approx 0,7$  мм.

Механизм данного эффекта обеспечивается интерференцией поля филаментов и поля фоновой волны, сопровождающейся совместно с керровской нелинейностью.

Предложено новое объяснение эффекта насыщения плотности числа филаментов. Этот эффект вызван тем, что возмущения, формирующиеся в процессе филаментации при повышении фонового уровня интенсивности, начинают «эффективней» сливаться.

Отметим, что мы представили лишь промежуточные результаты, основанные на рассмотрении наиболее простого варианта нестационарного уравнения Шредингера при наличии двух первоначальных возмущений. В дальнейшем предполагается рассмотреть данную задачу в более общем случае.

1. Kasparian J., Rodriguez M., Mejean G., Yu J., Salmon E., Wille H., Bourayou R., Frey S., André Y.-B., Mysyrowicz A., Sauerbrey R., Wolf J.-P., Wöste L. White-light filaments for atmospheric analysis // Science. 2003. V. 61, iss. 301. P. 61–64.
2. Boyd R.W., Lukishova S.G., Shen Y.R., eds. Self-focusing: Past and Present // Springer-IQEC. 2009. 605 p.
3. Bejot P., Bonacina L., Extermann J., Moret M., Wolf J.-P., Ackermann R., Lascoux N., Salame R., Kasparian J., Berge L., Champeaux S., Guet C., Blanchot N., Mazataud E., Mennerat G., Patissou L., Prevot V., Raffestin D., Ribolzi J. 32 TW atmospheric white-light laser // Appl. Phys. Lett. 2007. V. 90, iss. 15. P. 151106-1–151106-3.
4. Henin S., Petit Y., Kasparian J., Wolf J.-P., Jochmann A., Kraft S.D., Bock S., Schramm U., Sauerbrey R., Nakama W.M., Stelmaszyk K., Rohwetter P., Wöste L., Soulez C.-L., Mauger S., Bergé L., Skupin S. Saturation of the filament density of ultrashort intense laser impulse in air // Appl. Phys. B. 2010. doi: 10.1007/s00340-010-3941-x.

5. Беспалов В.И., Таланов В.И. О нитевидной структуре пучков света в нелинейных жидкостях // Письма в ЖЭТФ. 1966. Т. 3, вып. 2. С. 471–476.
6. Kandidov V.P., Dormidonov A.E., Kosareva O.G., Akozbek N., Scalora M., Chin S.L. Optimum small-scale management of random beam perturbations in a femtosecond laser pulse // Appl. Phys. B. 2007. V. 87, iss. 1. P. 29–36.
7. Mlejnek M., Kolesik M., Moloney J.V., Wright E.M. Optically turbulent femtosecond light guide in air // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83, N 15. P. 2938–2941.
8. Косарева О.Г., Панов Н.А., Кандидов В.П. Сценарий многофиламентации и генерации суперконтинуума мощного фемтосекундного лазерного импульса // Оптика атмосф. и океана. 2000. Т. 18, № 3. С. 223–231.
9. Skupin S., Berge L., Peschel U., Lederer F., Mejean G., Yu J., Kasparian J., Salmon E., Wolf J.-P., Rodriguez M., Woste L., Bourayou R., Sauerbrey R. Filamentation of femtosecond light pulses in the air: Turbulent cells versus long-range clusters // Phys. Rev. E. 2004. V. 70, N 4. P. 046602-1–046602-15.
10. Балашов А.Д., Пергамент А.Х. Математическое моделирование распространения фемтосекундного импульса // Матем. моделирование. 2006. Т. 18, № 4. С. 3–18.
11. Луговой В.Н., Прохоров А.М. Теория распространения мощного лазерного излучения в нелинейной среде // Успехи физ. наук. 1973. Т. 111, вып. 1. С. 203–247.
12. Gadi F., Boaz I. Vectorial and random effects in self-focusing and in multiple filamentation // Physica D. 2001. V. 157, iss. 1–2. P. 112–146.
13. Porras M.A., Parola A., Faccio D., Dubietis A., Di Trapani P. Nonlinear unbalanced Bessel beams: stationary conical waves supported by nonlinear losses // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 93, N 15. P. 153902-1–153902-4.
14. Землянов А.А., Булыгин А.Д., Гейнц Ю.Э. Дифракционная оптика светового филемента, образованного при самофокусировке фемтосекундного лазерного импульса в воздухе // Оптика атмосф. и океана. 2011. Т. 24, № 10. С. 839–847.

*A.A. Zemlyanov, A.D. Bulygin. Peculiarities of development of light field perturbations in Kerr medium with nonlinear absorption.*

The propagation of two, three or more filaments in the background of a plane wave was considered. Based on the numerical solution of the truncated nonlinear Schrodinger equation the role of the background field, the formation of filamentation in the origin and maintaining of secondary filaments are demonstrated, as well as the possibility of growth in the number of filaments due to their breeding grounds, against the background of a plane wave. It is established that the intensity of the background field increases with the maximum number of filaments along the propagation path, but only up to a value of the intensity of background waves. With further increase in the intensity of the background wave, maximal number of filaments, formed along the route, decreases.