

А.И. Бородулин, Б.М. Десятков, С.С. Котлярова, Н.А. Лаптева

Задача отбора представительных проб атмосферных загрязнений

НИИ аэробиологии ГНЦ ВБ «Вектор», пос. Кольцово Новосибирской обл.

Поступила в редакцию 27.11.2005 г.

При проведении мониторинга атмосферных примесей отбор проб воздуха производится за конечное время. В результате этого измеренные значения концентрации являются усредненными за период наблюдений величинами. Распространение атмосферных примесей происходит в турбулентной среде. Поэтому измеренные значения концентрации являются случайными величинами. Рассматривается задача выбора времени отбора проб, обеспечивающего получение значений концентрации примеси с заданными погрешностями.

Одним из основных методов мониторинга атмосферы является отбор проб воздуха. Поскольку он производится за время $T > 0$, то в результате измеренные значения концентрации C_T являются усредненными за период наблюдений T величинами:

$$C_T = \frac{1}{T} \int_0^T C(t) dt, \quad (1)$$

где $C(t)$ — значение концентрации примеси в момент времени t . Распространение атмосферных примесей происходит в турбулентной среде. Поэтому C и C_T являются случайными величинами. В связи с вышесказанным актуальным является обеспечение условий достоверного отбора проб с учетом того, что они будут статистически распределены. В работе рассматривается задача выбора времени отбора проб, обеспечивающего получение значений концентрации примеси с заданными погрешностями.

Рассмотрим стационарный процесс распространения примеси. В этом случае математическое ожидание концентрации примеси не зависит от времени — $\bar{C} = \text{const}$. Применяя к (1) операцию усреднения по статистическому ансамблю, получим

$$\bar{C}_T = \frac{1}{T} \int_0^T \bar{C}(t) dt. \quad (2)$$

Оценка математического ожидания измеренной концентрации примеси (1) является несмещенной, и $\bar{C}_T = \bar{C}$, а ее дисперсия σ_T^2 определяется соотношением [1]:

$$\sigma_T^2 = \frac{2}{T} \int_0^T (1 - \xi/T) B(\xi) d\xi, \quad (3)$$

где $B(\xi)$ — корреляционная функция пульсаций концентрации атмосферных примесей, выражение

для которой получено в [2] на основании точного аналитического решения уравнения Фоккера—Планда—Колмогорова для переходной плотности вероятности концентрации:

$$B(\xi) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{|\xi|}{\tau}\right), \quad (4)$$

где σ^2 — дисперсия концентрации примеси; τ — эйлеров временной масштаб пульсаций концентрации. Согласно (4) выражение для дисперсии измеренного значения концентрации примеси будет следующим:

$$\sigma_T^2 = \frac{2\tau^2}{T^2} \sigma^2 \left[\frac{T}{\tau} - 1 + \exp\left(-\frac{T}{\tau}\right) \right]. \quad (5)$$

В [3] показано, что оптимальными оценками математического ожидания измеренной концентрации и дисперсии результата измерений $\bar{C}_{T \text{opt}}$ и $\sigma_{T \text{opt}}^2$ являются

$$\bar{C}_{T \text{opt}} = \frac{\tau}{2\tau + T} \left[C(0) + C(T) + \frac{1}{T} \int_0^T C(t) dT \right]; \quad (6)$$

$$\sigma_{T \text{opt}}^2 = \frac{2\tau}{2\tau + T} \sigma^2. \quad (7)$$

При достаточно большом времени отбора, когда T много больше τ , выписанные выше оценки дисперсии (5) и (7) совпадают. В частности, при выполнении этого условия дисперсию измеренной концентрации C_T можно оценить по формуле

$$\sigma_T^2 = 2\sigma^2 \frac{\tau}{T}. \quad (8)$$

В табл. 1 приведены некоторые значения σ_T^2 в зависимости от T , рассчитанные по (8).

Таблица 1

Зависимость дисперсии измеренного значения концентрации примеси от времени отбора атмосферных проб

σ_T^2 / σ^2	0,1	0,05	0,01
T/τ	20	40	200

Существует еще один фактор, который необходимо учитывать при выборе времени отбора проб. Он также определяется статистической природой процесса распространения примесей и связан с наличием эффекта перемежаемости концентрации — вероятностью наблюдения ее нулевых значений. Таким образом, при планировании отбора проб необходимо также иметь оценки вероятности получения нулевых значений концентрации.

Функция распределения концентрации распространяющейся примеси имеет вид [4]:

$$F(C) = 1 + \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{C - \bar{C}}{\beta} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{C + \bar{C}}{\beta} \right) \right], \quad (9)$$

где erf — интеграл вероятности; β — второй параметр функции распределения. Выражение для функции распределения измеренных значений концентрации C_T совпадает с (9) с точностью до обозначений [4]. Выписанная функция распределения является точным аналитическим решением уравнения Фоккера—Планка—Колмогорова и получена в рамках предположений, которые делаются при полуэмпирическом подходе к описанию процесса распространения атмосферных примесей. Зависимость (9) обоснована циклом лабораторных экспериментов, проведенных на аэродинамической трубе, и соответствует классическим свойствам асимптотик функций распределения концентрации из теории турбулентного горения [4]. Из (9) следует, что вероятность нулевых значений концентрации примеси будет равна

$$F(0) = 1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\bar{C}}{\beta} \right). \quad (10)$$

Для определения параметра β удобно использовать соотношение [4]:

$$\frac{\sigma^2}{\bar{C}^2} = \operatorname{erf} \left(\frac{\bar{C}}{\beta} \right) \left(1 + \frac{\beta^2}{2\bar{C}^2} \right) - 1 + \frac{\beta}{\sqrt{\pi} \bar{C}} \exp \left(-\frac{\bar{C}^2}{\beta^2} \right). \quad (11)$$

При T много больше τ из (8), (10) и (11) получается следующее выражение для вероятности наблюдения нулевых значений концентрации примеси:

$$F(0) = 1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\bar{C}}{4\sigma \sqrt{T/\tau}} \right). \quad (12)$$

На рис. 1 приведена зависимость $F(0)$ от T/τ для ряда значений интенсивности пульсаций концентрации примеси $I = \sigma/\bar{C}$.

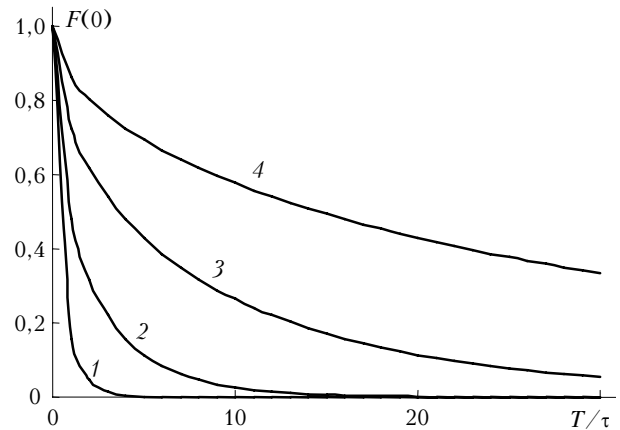


Рис. 1. Зависимость $F(0)$ от T/τ . Кривые 1–4 — значения $I = 0,25; 0,5; 1; 2$

Таким образом, увеличение времени отбора проб приводит не только к снижению дисперсии измерений, но и к уменьшению вероятности наблюдения нулевых значений концентрации. Как видно, эта вероятность может быть весьма значимой.

В [4] приведено эмпирическое соотношение для оценки эйлерова временного масштаба пульсаций скорости ветра τ_u , основанное на анализе временных рядов пульсаций скорости ветра, полученных с помощью акустического анемометра в приземном слое атмосферы:

$$\tau_u \approx (45 \pm 8) \frac{z}{\bar{U}}, \quad (13)$$

где z — высота над подстилающей поверхностью, м; \bar{U} — среднее значение модуля скорости ветра, м/с. Аналогичное соотношение использовалось в [5] при определении лагранжева временного масштаба пульсаций концентрации. Предположим, что соотношение (13) может быть также применено и для оценок эйлерова временного масштаба τ .

Рассмотрим пример расчетов эйлерова временного масштаба по (13) для г. Новосибирска. Поля скорости ветра над рассматриваемой площадкой определялись с помощью численно-аналитической модели [6]. Для первого варианта расчетов задавались типичные для июля на 3 ч местного времени метеорологические условия — западный ветер со скоростью 1 м/с на высоте флюгера на левой границе расчетной области. Для второго варианта метеорологические условия соответствовали 15 ч местного времени и скорости ветра 5 м/с.

На рис. 2 для высоты $z = 10$ м над подстилающей поверхностью приведены изолинии рассчитанных значений τ для первого и второго вариантов.

Видно, что характерные временные масштабы пульсаций существенно различаются в ночных и дневных условиях. Представленные поля изолиний имеют сложную структуру, обусловленную различными типами подстилающей поверхности на рассматриваемой площадке. Поскольку дневные значения временного масштаба τ больше ночных, то

корректный отбор проб в дневных условиях необходимо проводить за время, существенно превосходящее аналогичное в ночных условиях.

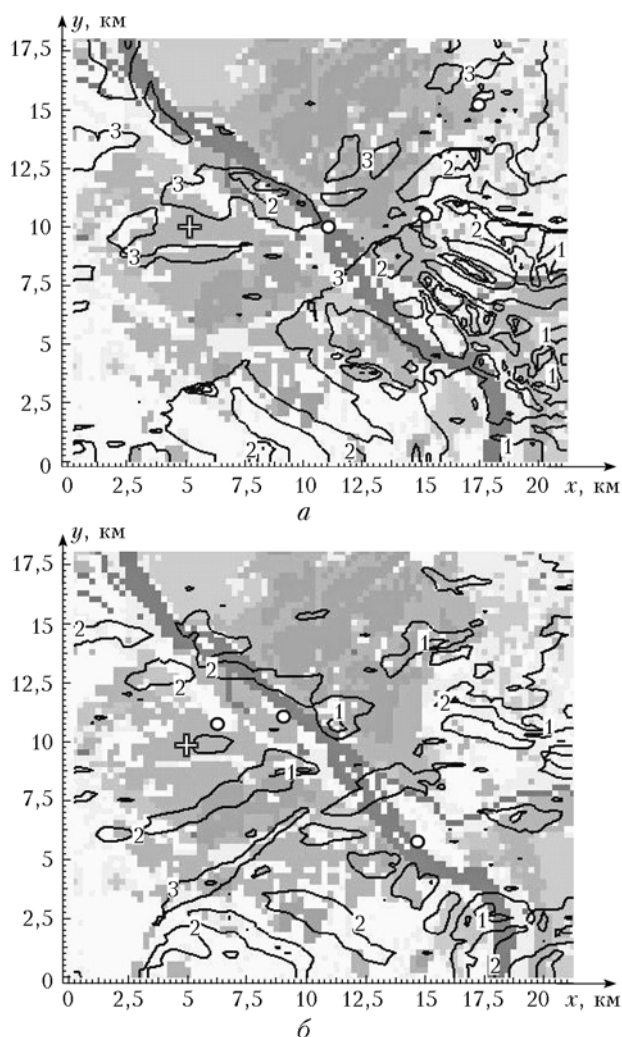


Рис. 2. Изолинии τ , рассчитанные на 3 (а) и 15 ч (б) местного времени. Изолинии 1–3 для $\tau = 20; 40; 60$ с (а); 300; 600; 1200 с (б)

Для использованных выше метеорологических условий были проведены оценки вероятности нулевых значений концентрации примеси. Для этого в точке с координатами $x_0 = 5$ км, $y_0 = 10$ км, $z_0 = 50$ м был задан точечный стационарный источник примеси мощностью $Q_0 = 10^{10}$ усл. ед. и диаметром частиц 10 мкм. Источник отмечен на рис. 2 крестиком. Значения \bar{C} и σ^2 находились решением полуэмпирического уравнения турбулентной диффузии и уравнения для дисперсии концентрации [7, 8] соответственно. Коэффициенты турбулентной диффузии задавались в соответствии с алгебраической моделью типа [9].

В табл. 2 приведены примеры рассчитанных значений $F(0)$ для нескольких значений интенсивности пульсаций концентрации примеси в ряде точек плоскости $z = 10$ м. Видно, что чем больше

интенсивность пульсаций концентрации, тем больше вероятность нулевых значений концентрации. Таким образом, измерения концентрации в точках с большой интенсивностью пульсаций концентрации следует проводить за существенно большее время, чем в тех точках, где последняя мала.

Таблица 2

Вероятности наблюдения нулевых значений концентрации примеси в некоторых точках площадки

*Координаты точек $x; y$, км в плоскости $z = 10$ м	$I = \sigma/\bar{C}$	$F(0) = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\bar{C}}{\beta}\right)$
<i>Вариант 1:</i>		
11,25; 10,25	0,1	0
15,00; 10,75	0,495	0,045
17,50; 15,50	2	0,746
<i>Вариант 2:</i>		
8,25; 10,75	0,108	0
5,75; 11,00	0,492	0,043
12,50; 8,25	2,01	0,747

* Точки отмечены на рис. 2 кружочками.

Аналогичный анализ можно провести и для случая нестационарных полей концентрации распространяющейся примеси, когда $\bar{C} = \bar{C}(t)$. Для этого можно использовать «квазистационарное» приближение для корреляционной функции пульсаций концентрации [4]:

$$B(t, \xi) = \sigma^2(t) \exp\left(-\frac{|\xi|}{\tau}\right), \quad (14)$$

которое совместимо с полуэмпирическим подходом к описанию процесса распространения атмосферных примесей [4]. В этом случае выражение для дисперсии концентрации (3) принимает вид

$$\sigma_T^2 = 2\tau \int_0^T \sigma^2(t) \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right] dt. \quad (15)$$

Таким образом, при проведении мониторинга атмосферных примесей от известных источников для типичного набора метеорологических условий можно заранее оценить погрешности отбора проб, связанные со статистической природой процесса распространения атмосферных примесей. В общем случае, когда расположение источников примеси неизвестно, оценка погрешностей измерения концентрации атмосферных примесей становится более сложной задачей.

1. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.
2. Бородулин А.И., Десятков Б.М., Марченко В.В. Корреляционная функция пульсаций концентрации атмосферной примеси // Оптика атмосф. и океана. 1999. Т. 12. № 8. С. 748–750.
3. Виленкин С.Я. Статистическая обработка результатов исследования случайных функций. М.: Энергия, 1979. 320 с.

4. *Бородулин А.И., Майстренко Г.А., Чалдин Б.М.* Статистическое описание процесса турбулентной диффузии аэрозолей в атмосфере. Метод и приложения. Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 1992. 124 с.
5. *Le Dimet F.X., Rosset R.* Un Schema Langrangian de Diffusion Turbulent // J. Rech. Atmos. 1978. V. 1. N 1. P. 35–44.
6. *Десятков Б.М., Сарманаев С.Р., Бородулин А.И.* Численно-аналитическая модель переноса аэрозолей в термически стратифицированном пограничном слое атмосферы // Оптика атмосфер и океана. 1996. Т. 9. № 6. С. 815–820.
7. *Монин А.С., Яглом А.М.* Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности. М.: Наука, 1965. Ч. 1. 720 с.
8. *Роди В.* Модели турбулентности окружающей среды // Методы расчета турбулентных течений. М.: Мир, 1984. С. 227–321.
9. *Теверовский Е.Н., Дмитриев Е.С.* Перенос аэрозольных частиц турбулентными потоками. М.: Энергоатомиздат, 1988. 160 с.

A.I. Borodulin, B.M. Desyatkov, S.S. Kotlyarova, N.A. Lapteva. **The problem of selection of representative samples of atmospheric pollutants.**

At atmospheric pollutants monitoring, air sampling is performed during a finite time period. As a result, the measured concentration values are averaged over the observation period. The spread of atmospheric pollutants occurs in a turbulent medium. That's why the measured concentration values are random ones. The work considers the problem of selection of the sampling time that provides obtaining of pollutant concentration values with the given errors.