

АДАПТИВНАЯ И ИНТЕГРАЛЬНАЯ ОПТИКА

УДК 520.16, 681.7

# Возможности адаптивной оптической коррекции наклонов волнового фронта при использовании сигналов от традиционной и полихроматической лазерной опорной звезды

Л.А. Больбасова<sup>✉</sup>, В.П. Лукин\*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 30.05.2022 г.;  
после доработки 18.07.2022 г.;  
принята к печати 6.08.2022 г.

Работа посвящена применению техники лазерных опорных звезд (ЛОЗ) для адаптивной оптической системы наземного телескопа. Представлены результаты исследования возможностей коррекции общего наклона волнового фронта при использовании ЛОЗ. Сравниваются методы полихроматической ЛОЗ, в которой сигнал для коррекции представляет собой результат разностной случайной рефракции, обусловленной атмосферой, для различных длин волн оптического излучения, и традиционной монохроматической ЛОЗ, где ЛОЗ рассматривается как точечный источник со случайным центром. Расчеты выполнены в приближении метода Гюйгенса—Френеля. Показано, что в этом приближении уровень сигнала от монохроматической монохроматической ЛОЗ, который используется для коррекции общего наклона волнового фронта, оказывается сравнимым с уровнем сигнала от полихроматической ЛОЗ. Представлены оценки сезонного изменения концентрации и высоты мезосферного слоя натрия для обсерваторий РФ, определяющих характеристики натриевых ЛОЗ.

*Ключевые слова:* лазерная опорная звезда, адаптивная оптика, атмосферная турбулентность; laser guide star, adaptive optics, atmospheric turbulence.

## Введение

При применении техники лазерных опорных звезд (ЛОЗ) в астрономии возникает проблема коррекции общего наклона волнового фронта [1, 2]. Она обычно решается с использованием сигнала от естественной звезды. Поскольку угол корреляции наклонов волнового фронта (изокинетический угол) при работе астрономического телескопа через всю толщу атмосферы может достигать сотен угловых секунд [3], возможно применение в качестве опорной естественной звезды, находящейся на достаточно большом угловом расстоянии от исследуемого объекта. При этом высшие абберации волнового фронта корректируются с помощью сигнала от лазерной звезды, формируемой в том же направлении, что и научный объект, исследуемый с помощью астрономического телескопа [1–3]. Если же говорить о ЛОЗ, то она, как правило, формируется с помощью фокусированного лазерного пучка, направляемого из телескопа (с земли). В результате рассеяния излучения на неоднородностях атмосферы формируется вторичный источник, который фактически

представляет собой сферическую волну со случайным центром.

Один из подходов к решению проблемы коррекции общего наклона волнового фронта с ЛОЗ основан на концепции полихроматической натриевой лазерной опорной звезды (ПЛОЗ), которая была предложена впервые в 1995 г. [4]. Он заключается в возбуждении мезосферных атомов натрия с энергетического уровня  $4D^{5/2}$  через уровень  $3P^{3/2}$ , например, с помощью двух лазерных источников на длинах волн  $\lambda = 589$  и  $569$  нм. В результате должно быть получено излучение на длинах волн  $\lambda = 330,3; 568,8; 589,0; 589,6; 1138; 1140; 2207; 2338$  нм, и глобальный наклон волнового фронта может быть оценен путем измерения относительного рефракционного смещения хроматических компонент, формируемых с помощью ПЛОЗ, пропорционально относительной разности показателей преломления

$$\delta = \frac{n(\lambda_1) - n(\lambda_2)}{n(\lambda) - 1} \text{ для любой пары длин волн } \lambda_1 \text{ и } \lambda_2.$$

В 2000 г. был проведен натурный эксперимент с использованием 50-сантиметрового телескопа и источников лазерного излучения на  $\lambda = 589$  ( $3S^{1/2} - 3P^{3/2}$ ) и  $569$  нм ( $3S^{1/2} - 3P^{3/2}$ ) при уровне турбулентности  $r_0 = 8$  см ( $r_0$  — радиус Фрида). Был изменен сигнал от слоя натрия атмосферы на  $\lambda = 330$  нм

\* Лидия Адольфовна Больбасова (sla@iao.ru); Владимир Петрович Лукин (lukin@iao.ru).

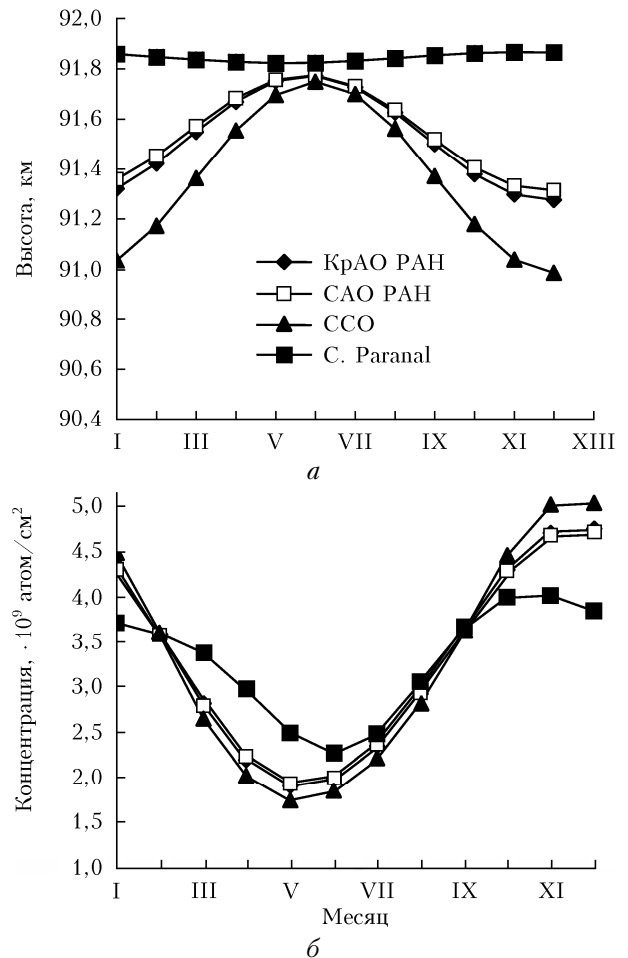
из ожидаемого спектрального диапазона от 330 нм до 2,3 мкм [5]. Затем в 2006 г. была предложена альтернативная концепция натриевой ПЛОЗ на основе однофотонного возбуждения атомов натрия, которая заключалась в непосредственном возбуждении уровня натрия  $4P^{3/2}$  с помощью одного лазера, работающего на  $\lambda = 330$  нм [6]. Но экспериментальные работы в этом направлении не проводились, вероятно, в связи с уровнем развития технологий, в том числе лазерных, который на тот момент времени не позволял реализовать предложенные концепции. Благодаря прогрессу в области разработки лазерных источников, достигнутому за последние годы [7, 8], вновь стали актуальными исследования, направленные на развитие различных концепций ПЛОЗ [9, 10]. В большей части работ изучаются энергетические характеристики таких опорных источников и не рассматривается эффективность коррекции волнового фронта.

В настоящей работе анализируются возможности коррекции наклонов волнового фронта при использовании сигналов от полихроматической и традиционной ЛОЗ.

### Высота слоя и концентрация натрия для обсерваторий РФ

Возможности натриевой лазерной опорной звезды зависят от высоты и концентрации натрия в атмосфере, поэтому знания о параметрах мезосферного слоя натрия для места расположения телескопа являются важными при проектировании систем адаптивной оптики (АО) с ЛОЗ. Метеорная абляция — основной источник металлических частиц (натрия, железа, калия и др.) в области мезосферы и нижней термосферы на высотах от 80 до 110 км. Распределение слоев металлов в мезосфере имеет широтный характер. Результаты натурных наблюдений с помощью наземных лидаров наиболее информативны для получения статистических данных о свойствах мезосферных слоев металлов. В настоящее время в РФ такие лидары отсутствуют. Альтернативой является использование спутниковых измерений или моделей атмосферы. На рисунке представлены результаты оценки средних значений высоты слоя и концентрации натрия для Специальной астрофизической обсерватории РАН, Крымской обсерватории РАН и Саянской солнечной обсерватории ИСЗФ СО РАН. Телескопы этих трех астрономических обсерваторий РФ потенциально могут быть оснащены АО с ЛОЗ [11]. Для сравнения сделан расчет для Паранальской обсерватории (Чили), где АО с ЛОЗ работает на постоянной основе. Нами использовалась методика [12], основанная на данных спутниковых измерений прибора GOMOS Envisat за 2002–2008 гг. Результаты, полученные с помощью этого метода, показали хорошее согласие с данными, полученными другими методами, в том числе лидарными [12, 13].

Из рисунка видна сезонная зависимость рассмотренных параметров мезосферного слоя натрия.



Средние значения высоты (а) и концентрации слоя натрия (б) для Специальной астрофизической обсерватории (САО РАН), Крымской обсерватории (КрАО РАН), Саянской солнечной обсерватории ИСЗФ СО РАН (ССО) и Паранальской обсерватории (С. Paranal)

Нужно отметить увеличение интегрального содержания атомов в слое с июня по ноябрь и уменьшение высоты слоя в этот период. Высота слоя определяет высоту формирования ЛОЗ, при этом чем выше ЛОЗ, тем больше информации возможно получить об искажениях в канале распространения излучения.

Влияние обнаруженного изменения высоты слоя в различные сезоны на эффективность адаптивной коррекции можно оценить, используя аналитическое выражение для отношения Штреля как параметра эффективности коррекции из наших работ [14]:

$$St \approx \left[ 1 + 4\pi^2 \frac{\int_0^x d\xi C_n^2(\xi)(\xi/x)^2 (2R_0)^{-1/3}}{(\lambda/2R_0)^2} \right]^{-1}, \quad (1)$$

где  $R_0$  — радиус приемной апертуры телескопа;  $x$  — высота формирования ЛОЗ;  $C_n^2(\xi)$  — высотный профиль структурной постоянной показателя преломления атмосферы. Расчет с моделью HV5/7 [15]

для телескопов с апертурами диаметром  $D = 1-3$  м показывает, что изменение высоты слоя от 91 до 92 км, а значит, и высоты формирования ЛОЗ не будут приводить к ухудшению фазовой коррекции (табл. 1).

Т а б л и ц а 1  
Эффективность коррекции с ЛОЗ  
(параметр Штреля)

Высота расположения ЛОЗ, км	Радиус приемной апертуры телескопа, м		
	0,5	1	1,5
91,0	0,79	0,54	0,37
92,0	0,79	0,55	0,36

### Измерение наклона волнового фронта с помощью моностатической ЛОЗ

Предположим, что ЛОЗ формируется в атмосфере на высоте  $X$ . Проанализируем саму возможность коррекции общего наклона волнового фронта с использованием сигнала от классической ЛОЗ. Ранее уже были выполнены вычисления дисперсии углового дрожания изображения ЛОЗ и при этом было использовано предположение об аддитивности вкладов флуктуаций на проходе оптической волны снизу вверх (при формировании ЛОЗ) и на проходе волны сверху вниз (дрожание изображения точечного источника), т.е.

$$\Phi_{\text{ЛОЗ}} = \Phi_{\text{лп}} + \Phi_{\text{сф}}, \quad (2)$$

где  $\Phi_{\text{лп}} = \rho_{\text{лп}}/X$ ;  $\rho_{\text{лп}}$  – дрожание центра тяжести лазерного пучка излучения;

$$\Phi_{\text{сф}} = -\frac{1}{k\Sigma} \iint_{\Sigma} d^2\rho \nabla_{\rho} S_{\text{сф}}(\rho), \quad (3)$$

$\Sigma = \pi R^2$  – площадь апертуры,  $S_{\text{сф}}(\rho)$  – флуктуации фазы оптической волны, обусловленные действием атмосферной турбулентности, распространяющей от точечного источника, удаленного на расстояние  $X$  от телескопа.

Последняя формула характеризует угловое дрожание изображения сферической волны (с центром в начале координат) в фокусе телескопа. Если воспользоваться (2), для дисперсии флуктуаций положения ЛОЗ, получаем

$$\langle \Phi_{\text{ЛОЗ}}^2 \rangle = \langle \Phi_{\text{лп}}^2 \rangle + \langle (\Phi_{\text{сф}})^2 \rangle + 2\langle \Phi_{\text{лп}}\Phi_{\text{сф}} \rangle. \quad (4)$$

Первые два слагаемых (4) рассчитаны в [1, 3]. Представляет интерес расчет третьего слагаемого. Ранее были выполнены его расчеты и показано, что при условии  $\Omega = ka^2/X \gg 1$ , т.е. при фокусировке лазерного пучка исходного размера  $a$ , в диффузионном приближении [16]:

$$\langle \Phi_{\text{ЛОЗ}}^2 \rangle = 2^{7/6} \pi^2 0,033 \Gamma\left(\frac{1}{6}\right) \int_0^X d\xi C_n^2(\xi) [1 - \xi/X]^{5/3} \times \\ \times \left[ R_0^{-1/3} + a^{-1/3} - 2^{7/6} (R_0^2 + a^2)^{-1/6} \right]. \quad (5)$$

Из (5) видно, что при  $R_0 = a$  дисперсия дрожания изображения ЛОЗ, сформированной путем фокусировки пучка с использованием моностатической схемы ее формирования, тождественно равна нулю. Этот эффект был обнаружен давно и послужил основой утверждения о невозможности коррекции наклона при использовании сигнала от моностатической ЛОЗ. В конечном итоге это привело к появлению нового метода – так называемой полихроматической опорной звезды [4].

### Расчет на основе теоремы Фуруцу–Новикова

Правильность формулы (5) и подходов к расчету дисперсии  $\langle (\Phi_{\text{сф}})^2 \rangle$  и члена  $\langle \Phi_{\text{лп}}\Phi_{\text{сф}} \rangle$  вызывают сомнения. При подобных вычислениях необходимо корректно рассчитать корреляцию интегральных и локальных фазовых флуктуаций, обусловленных влиянием турбулентности атмосферы. Наиболее последовательно это было сделано на основе теоремы Фуруцу–Новикова в [16]. Поскольку ЛОЗ формируется фокусировкой лазерного излучения с земли, порожденный ею вторичный источник излучения можно представить как сферическую волну, идущую сверху вниз с высоты  $X$  из точки с координатой  $\rho_{\text{лп}}$ . Тогда фазовые флуктуации, которые возникают в такой волне, могут быть записаны как

$$S_{\text{сф}}(\rho, \rho_{\text{лп}}) = k \int_0^X d\xi \iint d^2n(\kappa, X - \xi) \exp\{i\kappa\rho(\xi/X) + \\ + i\kappa\rho_{\text{лп}}(1 - \xi/X)\} = k \int_0^X d\xi \iint d^2n(\kappa, \xi) \times \\ \times \exp\{i\kappa\rho(1 - \xi/X) + i\kappa\rho_{\text{лп}}(\xi/X)\}, \quad (6)$$

где  $d^2n(\kappa, \xi)$  – спектральное разложение флуктуаций показателя преломления по пространственным частотам  $\kappa$ .

В результате вычислений [17] было получено выражение для дисперсии случайного дрожания изображения сферической волны со случайным центром:

$$\langle \Phi_{\text{сф}}^2(\rho_{\text{лп}}) \rangle = \pi^2 \int_0^X d\xi \left(\frac{\xi}{X}\right)^2 \int_0^\infty d\kappa_0 \kappa_0^3 \Phi_{\varepsilon}(\kappa_0) \times \\ \times \exp\left(-\kappa_0^2 \left(\frac{\xi}{X}\right)^2 R_0^2 / 2\right) - \frac{\pi^2}{4} \int_0^X d\xi' \left(\frac{\xi'}{X}\right)^2 \int_0^X d\xi'' \left(\frac{\xi''}{X}\right)^2 (\xi'\xi'') \times \\ \times \int d^2\kappa_1 \Phi_{\varepsilon}(\kappa_1) \int d^2\kappa_2 \Phi_{\varepsilon}(\kappa_2) \exp\left(-\frac{\kappa_1^2 a_{\text{сф}}^2(\eta')}{4} - \frac{\kappa_2^2 a_{\text{сф}}^2(\eta'')}{4} - \right. \\ \left. - \frac{\kappa_1^2 (\xi'/X)^2 R_0^2}{4} - \frac{\kappa_2^2 (\xi''/X)^2 R_0^2}{4}\right) \times \\ \times \exp\left[-\frac{\sigma_{\text{лп}}^2}{4} \left(\kappa_1 \frac{\eta'}{X} + \kappa_2 \frac{\eta''}{X}\right)^2\right] \times$$

$$\begin{aligned} & \times (\kappa_1 \kappa_2) \left[ \kappa_1^2 \kappa_2^2 \left( \frac{\eta'}{X} \right) \left( \frac{\eta''}{X} \right) + (\kappa_1 \kappa_2) \kappa_2^2 \left( \frac{\eta''}{X} \right)^2 + \right. \\ & \left. + (\kappa_1 \kappa_2) \kappa_1^2 \left( \frac{\eta'}{X} \right)^2 + \kappa_1^2 \kappa_2^2 \left( \frac{\eta'}{X} \right) \left( \frac{\eta''}{X} \right) \right]. \quad (7) \end{aligned}$$

Здесь  $\Phi_\varepsilon(\kappa)$  – спектральная плотность флуктуаций  $\varepsilon$ ;  $\sigma_{\text{лп}}^2$  – дисперсия дрожания лазерного пучка;  $a_{\text{эфф}}$  – эффективный размер пучка. Для удобства вычислений сделана замена переменных:

$$X - \xi' = \eta', \quad X - \xi'' = \eta'',$$

$$\left( 1 - \frac{\xi'}{X} \right) = \frac{\eta'}{X}, \quad \left( 1 - \frac{\xi''}{X} \right) = \frac{\eta''}{X}, \quad \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_1 = \mathbf{k}.$$

Анализ показывает, что первый член в (7) представляет собой дисперсию дрожания изображения исходно неподвижной сферической волны, а второй член входит в выражение (7) со знаком минус и зависит как от размера самого лазерного пучка, так и от дисперсии дрожания фокусируемого лазерного пучка  $\sigma_{\text{лп}}^2$  в плоскости формирования ЛОЗ и от размера приемной апертуры телескопа  $R_0$ .

### Аппроксимационный расчет

Нами было показано, что если при расчете взаимной корреляции  $\langle \Phi_{\text{лп}} \Phi_{\text{сф}} \rangle$  применить расщепление локальных и интегральных флуктуаций, то можно получить аппроксимационное выражение для дисперсии углового смещения ЛОЗ в целом в фокальной плоскости телескопа, т.е. для сигнала  $\Phi_{\text{ЛОЗ}} = \Phi_{\text{лп}} + \Phi_{\text{сф}}(\rho_{\text{лп}})$ :

$$\begin{aligned} \langle \Phi_{\text{ЛОЗ}}^2 \rangle &= \left( 2\pi^2 0,033\Gamma \left( \frac{1}{6} \right) 2^{1/6} \right) \int_0^X d\xi C_n^2(\xi) \left( 1 - \frac{\xi}{X} \right)^2 \times \\ & \times \left\{ \left[ R_0^{-1/3} \left( 1 - \frac{\xi}{X} \right)^{-1/3} + a_{\text{эфф}}^{-1/3} \right] - \right. \\ & \left. - 2^{7/6} \left[ (a_{\text{эфф}}^2 + R_0^2) \left( 1 - \frac{\xi}{X} \right)^2 + 2 \langle \rho_{\text{лп}}^2 \rangle \left( \frac{\xi}{X} \right)^2 \right]^{-1/6} \right\}. \quad (8) \end{aligned}$$

Выполним расчет этой величины при  $R_0 = a_{\text{эфф}}$ . Исходя из условия  $\langle \rho_{\text{лп}}^2 \rangle = 0$  получаем, что  $\langle \Phi_{\text{ЛОЗ}}^2 \rangle = 0$ , т.е. лазерный опорный источник в моностатической схеме имеет фиксированную позицию. Если размер звезды меньше, чем апертура телескопа и размер фокусируемого лазерного источника, т.е.  $\langle \rho_{\text{лп}}^2 \rangle \langle (a_{\text{эфф}}^2 + R_0^2) \rangle$ , то

$$\begin{aligned} \langle \Phi_{\text{ЛОЗ}}^2 \rangle &\approx \frac{2^{7/6} \langle \rho_{\text{лп}}^2 \rangle}{3(a_{\text{эфф}}^2 + R_0^2)^{7/6}} \left( 2\pi^2 0,033\Gamma \left( \frac{1}{6} \right) 2^{1/6} \right) \times \\ & \times \int_0^X d\xi C_n^2(\xi) \left( \frac{\xi}{X} \right)^2 \left( 1 - \frac{\xi}{X} \right)^{-1/3}. \quad (9) \end{aligned}$$

При применении широкого фокусируемого опорного источника, для которого верно  $a_{\text{эфф}} \approx a(1 - \xi/X)$ , получаем

$$\begin{aligned} \langle \Phi_{\text{ЛОЗ}}^2 \rangle &\approx \frac{\langle \rho_{\text{лп}}^2 \rangle}{3R_0^2} \left( \pi^2 0,033\Gamma \left( \frac{1}{6} \right) 2^{4/3} \right) R_0^{-1/3} \times \\ & \times \int_0^X d\xi C_n^2(\xi) \left( \frac{\xi}{X} \right)^2 \left( 1 - \frac{\xi}{X} \right)^{-1/3}. \quad (10) \end{aligned}$$

Из этих формул заключаем, что если размер апертуры телескопа составляет несколько метров или реализуются условия хорошего астроклимата, то дисперсия дрожания опорной звезды в фокусе телескопа действительно оказывается малой. Но для телескопов средних размеров величина случайного дрожания положения ЛОЗ будет достаточной для использования в коррекции наклона волнового фронта.

Оказалось, что дисперсия дрожания изображения сферической волны с флуктуирующим положением источника (т.е. при наличии флуктуаций положения источника) меньше, чем дисперсия дрожания изображения неподвижной сферической волны через одинаковый турбулентный слой. Это может привести к тому, что вывод о неподвижности моностатической опорной звезды не будет иметь место, т.е. моностатическая звезда будет «дрожать» и этот сигнал может быть использован для коррекции «глобального» наклона волнового фронта в телескопах. Причем, как показывают оценки [17], измеряемое значение такого остаточного дрожания будет как минимум сопоставимо по величине с сигналом от ПЛОЗ [4].

### Расчет разностной (полихроматической) случайной рефракции

Для сравнения проведем расчеты величины сигнала для полихроматической схемы формирования ЛОЗ [5]. Для этого предварительно рассчитаем величину разностного сигнала. Будем исходить из зависимости показателя преломления от длины волны

$$n(\lambda) = 1 + 10^{-6} N_\lambda, \quad (11)$$

где для диапазона  $\lambda = 0,2-20$  мкм индекс рефракции может быть рассчитан по формуле

$$N_\lambda = \frac{77,6P}{T} + \frac{0,584}{T\lambda^2} - 0,06P_{\text{вп}} \quad (12)$$

с использованием известных параметров атмосферы: температуры  $T$ , в Кельвинах, атмосферного давления  $P$ , в мб, и парциального давления водяного пара  $P_{\text{вп}}$ .

Значение индекса рефракции для диапазона длинных волн  $N_\infty = \frac{77,6P}{T} = 273$  в сухом воздухе и при стандартных условиях  $P = 1013$  мб,  $T = 288$  К. Зависимость индекса рефракции атмосферы от длины волны (12) довольно слабая. А если учесть, что в земной атмосфере давление водяного пара не превышает 40–50 мб, а в средних широтах оно редко

достигает 15–20 мб, то вклад водяного пара в показатель преломления в оптическом диапазоне волн 0,2–20 мкм невелик. Следует отметить, что формула (11) справедлива только в «окнах прозрачности» атмосферы. В полосах и линиях поглощения показатель преломления атмосферного воздуха может заметно отличаться от зависимости (11). В этих участках спектра наблюдается очень сильная зависимость оптических параметров воздуха от длины волны [18]. Молекулярное поглощение при расчете флуктуационных помех можно учесть, добавляя к индексу рефракции чисто мнимое слагаемое.

Рассмотрим случай, когда используется ПЛОЗ. При этом атом натрия возбуждается коротковолновым излучением на  $\lambda = 0,33$  мкм, а прием отраженного сигнала (собственно сигнала от ЛОЗ) осуществляется уже на другой длине волны, например  $\lambda = 0,589$  мкм. Эффект от применения полихроматической ЛОЗ основан на изменении случайной атмосферной рефракции с длиной волны излучения. Величина сигнала от ПЛОЗ будет зависеть именно от этого фактора. Далее, воспользовавшись формулой (12), получаем

$$n(\lambda_1) - n(\lambda_2) = 0,584 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{P}{T} \left( \frac{1}{\lambda_1^2} - \frac{1}{\lambda_2^2} \right), \quad (13)$$

$$n(\lambda_1) - 1 \approx 10^{-6} \left( \frac{77,6P}{T} + \frac{0,584}{T\lambda^2} \right). \quad (14)$$

Если пренебречь вторым слагаемым в (14), то коэффициент разностной рефракции

$$\delta = \frac{n(\lambda_1) - n(\lambda_2)}{n(\lambda_1) - 1} \approx \frac{0,584}{77,6} (\lambda_1^{-2} - \lambda_2^{-2}). \quad (15)$$

Подставляя  $\lambda_1 = 0,33$  мкм и  $\lambda_2 = 0,589$  мкм, находим

$$\delta \approx 7,5 \cdot 10^{-3} \left( \frac{1}{0,109} - \frac{1}{0,347} \right) = 4,7 \cdot 10^{-2}.$$

## Расчет по традиционной схеме

Полученный из формулы (15) результат следует сравнить с данными асимптотического расчета по формуле (10):

$$\langle \varphi_{\text{ЛОЗ}}^2 \rangle \approx \frac{\langle \rho_{\text{пл}}^2 \rangle}{3R_0^2} \left( \pi^2 0,033 \Gamma \left( \frac{1}{6} \right) 2^{4/3} \right) R_0^{-1/3} \times \int_0^X d\xi C_n^2(\xi) \left( \frac{\xi}{X} \right)^2 \left( 1 - \frac{\xi}{X} \right)^{-1/3}. \quad (16)$$

Предварительно рассчитаем числовой коэффициент, входящий в выражение (16):

$$\pi^2 0,033 \Gamma \left( \frac{1}{6} \right) 2^{4/3} / 3 \approx 1,52.$$

Далее воспользуемся простейшей моделью высотного хода структурного показателя преломления

$$C_n^2(h) = C_n^2(0) \exp(-h/h_e), \quad (17)$$

где  $h$  – текущая высота точки наблюдения;  $h_e$  – эффективная атмосферная толщина атмосферы;  $C_n^2(0)$  – значение структурного параметра показателя преломления в начальной точке атмосферной трассы.

Пусть  $h_e = 9$  км. Тогда

$$\langle \varphi_{\text{ЛОЗ}}^2 \rangle \approx 1,52 \frac{\langle \rho_{\text{пл}}^2 \rangle}{R_0^2} R_0^{-1/3} X C_n^2(0) \times B(2/3, 3) {}_1F_1(3, 11/3; -X/h_e). \quad (18)$$

Если высота формирования звезды  $X < h_e$ , то

$$\langle \varphi_{\text{ЛОЗ}}^2 \rangle \approx 1,52 \frac{\langle \rho_{\text{пл}}^2 \rangle}{R_0^2} R_0^{-1/3} X C_n^2(0) \times B(2/3, 3) \left\{ 1 - \frac{1}{11} (X/h_e) \right\}, \quad (19)$$

если  $X > h_e$ , то

$$\langle \varphi_{\text{ЛОЗ}}^2 \rangle \approx 2 \frac{\langle \rho_{\text{пл}}^2 \rangle}{R_0^2} R_0^{-1/3} C_n^2(0) \frac{h_e^3}{X^2}. \quad (20)$$

Для числовой оценки воспользуемся следующими данными:  $C_n^2(0) = 10^{-15}$  см<sup>-2/3</sup>,  $h_e = 9$  км,  $X = 20$  км,  $R_0 = 1$  м. Тогда (для случая  $X > h_e$ )  $\langle \varphi_{\text{ЛОЗ}}^2 \rangle \approx 2,56 \cdot 10^{-12}$ , т.е.  $\sqrt{\langle \varphi_{\text{ЛОЗ}}^2 \rangle} \approx 0,33$  угл. с.

Как альтернативу простейшей модели (17) выполним подобные расчеты, воспользовавшись моделью Миронова [3]:

$$C_n^2(h) = C_n^2(0) (h/h_0)^{-4/3} \exp(-h/h_e), \quad (21)$$

где  $h_0 = 2,5$  м,  $h_e = 9$  км.

В результате вычисления имеем  $\langle \varphi_{\text{ЛОЗ}}^2 \rangle \approx 45,6 C_n^2(0)$ . Если для примера использовать  $h_e = 9$  км,  $X = 20$  км,  $R_0 = 1$  м,  $C_n^2(0) = 2 \cdot 10^{-14}$  см<sup>-2/3</sup>, то получаем, что остаточный уровень дрожания изображения опорной «звезды» в фокальной плоскости телескопа  $\sqrt{\langle \varphi_{\text{ЛОЗ}}^2 \rangle} \approx 1$  угл. с. Для плоской волны модель Миронова (21) дает величину дисперсии дрожания изображения порядка 2 угл. с, это соответствует радиусу Фрида (для  $\lambda = 0,55$  мкм)  $r_0 \sim 5$  см.

В табл. 2 приведены результаты расчетов сигнала дрожания изображения ЛОЗ при работе

Таблица 2  
Остаточный уровень дрожания изображения (16) при коррекции с помощью ЛОЗ

Высота расположения ЛОЗ, км	$\varphi_{\text{ЛОЗ}}^2$
88,0	0,75
91,5	0,85
95,0	0,90

по моностатической схеме для случаев «звезды», расположенной на различных высотах. Высота слоя натрия мезосферы для обсерваторий РФ, как показано выше, в среднем равна 91,5 км. Слои других металлов мезосферы, которые также могут быть использованы для создания ЛОЗ, в основном располагаются ниже, например слой железа — на высоте 88 км для средних широт. В расчетах использовалась модель высотного профиля структурной постоянной показателя преломления атмосферы NV 5/7.

Если сопоставить численные результаты, оказывается, что для моностатической монохроматической ЛОЗ уровень сигнала дрожания изображения, т.е. того сигнала, который используется для коррекции общего наклона волнового фронта, сравним с сигналом от полихроматической звезды. Конечно, создание лазера, способного генерировать ПЛОЗ, требует дополнительных затрат, а также приемной аппаратуры более высокого уровня для построения датчика волнового фронта, работающего с такой ЛОЗ. Однако результат сравнения доказывает возможность получения сигнала от традиционной ЛОЗ для коррекции глобального наклона волнового фронта, что позволит отказаться от второго контура системы АО, работающей по сигналу от естественной звезды в качестве опорной.

## Заключение

Представлены результаты исследования возможностей коррекции общего наклона волнового фронта при использовании сигналов от полихроматической ЛОЗ, в которой сигнал представляет собой результат разностной случайной рефракции, обусловленной атмосферой, различных длин волн оптического излучения, и традиционной монохроматической ЛОЗ. При этом ЛОЗ рассматривается как не разрешаемый апертурой телескопа точечный опорный источник сферической волны со случайным центром тяжести. Расчеты выполнены в приближении метода Гюйгенса—Френеля. В результате расчетов для моностатической монохроматической ЛОЗ показано, что уровень сигнала для коррекции общего наклона волнового фронта сравним с сигналом от полихроматической ЛОЗ. Представлены оценки концентрации и высоты мезосферного натриевого слоя для обсерваторий РФ, которые могут быть полезны при проектировании АО систем с ЛОЗ телескопов в этих обсерваториях, в частности позволяют определять энергетические характеристики ЛОЗ в зависимости от сезона.

**Финансирование.** Работа выполнена в рамках государственного задания ИОА СО РАН.

## Список литературы

1. *Ragazzoni R.* Absolute tip-tilt determination with laser beacons // *Astron. Astrophys.* 1996. V. 305. P. L13–L16.
2. *Лукин В.П.* Лазерные опорные звезды и проблема измерения наклона волнового фронта // *Оптика атмосф. и океана.* 1996. Т. 9, № 11. С. 1433–1442.
3. *Лукин В.П., Фортес Б.В.* Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 214 с.
4. *Foy R., Migus A., Biraben F., Grynberg G., McCullough P.R., Tallon M.* The polychromatic artificial sodium star: A new concept for correcting the atmospheric tilt // *Astron. Astrophys.* 1995. V. 111. P. 569–578.
5. *Foy R., Tallon M., Tallon-Bosc I., Thiébaud E., Vailant J., Foy F.-C., Robert D., Friedman H., Biraben F., Grynberg G., Gex J.-P., Mens A., Migus A., Weulersse J.-M., Butler D.J.* Photometric observations of a polychromatic laser guide star // *J. Opt. Soc. Am. A.* 2000. V. 17. P. 2236–2242.
6. *Pique J.P., Moldova I.C., Fesquet V.* Concept for polychromatic laser guide stars: One-photon excitation of the  $4P^{3/2}$  level of a sodium atom // *J. Opt. Soc. Am. A.* 2006. V. 23, N 11. P. 2817–2828.
7. *Qing-Shuang Zong, Chuan Guo, Qi Bian, Chang Xu, Jun-Wei Zuo, Lin Han, Yu Shen, Zhi-Min Wang, Nan Zong, Yong Bo, Da-Fu Cui, Qin-Jun Peng, Zu-Yan Xu.* Watt level laser source for a polychromatic laser guide stars: Double resonant fluorescence from  $3S_{1/2}$ – $3P_{3/2}$ – $3D_{5/2}$  transition of sodium atoms // *Opt. Express.* 2019. V. 27. P. 12255–12263.
8. *Huo X., Qi Y., Zhang Y., Chen B., Bai Z., Ding J., Wang Y., Lu Z.* Research development of 589 nm laser for sodium laser guide stars // *Opt. Laser. Engin.* 2020. V. 134. P. 106207–14.
9. *Albert J.E., Budker D., Chance K., Gordon I.E., Bustos F.P., Pospelov M., Rochester S.M., Sadeghpour H.R.* A precise photometric ratio via laser excitation of the sodium layer – I. One-photon excitation using 342.78 nm light // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 2021. V. 508, N 3. P. 4399–4411.
10. *Albert J.E., Budker D., Chance K., Gordon I.E., Bustos F.P., Pospelov M., Rochester S.M., Sadeghpour H.R.* A precise photometric ratio via laser excitation of the sodium layer – II. Two-photon excitation using lasers detuned from 589.16 and 819.71 nm resonances // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 2021. V. 508, N 3. P. 4412–4428.
11. *Большасова Л.А., Лукин В.П.* Исследования атмосферы для задач адаптивной оптики // *Оптика атмосф. и океана.* 2021. Т. 34, № 4. С. 254–271; *Bolbasova L.A., Lukin V.P.* Atmospheric research for adaptive optics // *Atmos. Ocean. Opt.* 2022. V. 35, N 3. P. 288–302.
12. *Fussen D., Vanhellemont F., Tétard C., Mateshvili N., Dekemper E., Loodts N., Bingen C., Kyrölä E., Tamminen J., Sofieva V., Hauchecorne A., Dalaudier F., Bertaux J., Barrot G., Blanot L., d'Andon O.F., Fehr T., Saavedra L., Yuan T., She C.* A global climatology of the mesospheric sodium layer from GOMOS data during the 2002–2008 period // *Atmos. Chem. Phys.* 2010. V. 10, N 19. P. 9225–9236.
13. *Langowski M.P., von Savigny C., Burrows J.P., Fussen D., Dawkins E.C.M., Feng W., Plane J.M.C., Marsh D.R.* Comparison of global datasets of sodium densities in the mesosphere and lower thermosphere from GOMOS, SCIAMACHY and OSIRIS measurements and WACCM model simulations from 2008 to 2012 // *Atmos. Meas. Tech.* 2017. V. 10. P. 2989–3006.

14. *Большасова Л.А., Лукин В.П.* Адаптивная коррекция атмосферных искажений оптических изображений на основе искусственного опорного источника. М.: Физматлит, 2012. 128 с.
15. *Большасова Л.А., Лукин В.П.* Аналитические модели высотной зависимости структурной постоянной показателя преломления турбулентной атмосферы для задач адаптивной оптики // Оптика атмосф. и океана. 2016. Т. 29, № 11. С. 918–925.
16. *Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С.* Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
17. *Большасова Л.А., Лукин В.П., Носов В.В.* О дрожании изображения лазерной опорной звезды в моностатической схеме формирования // Опт. и спектроскоп. 2009. Т. 107, № 5. С. 830–838.
18. *Gjessing D.T.* Atmospheric structure deduced from the forward scatter wave propagation experiments // Radio Sci. 1969. N 12. P. 1195–1210.

*L.A. Bolbasova, V.P. Lukin.* **Possibilities of adaptive optical correction of the global wavefront tilt using signals from traditional and polychromatic laser guide stars.**

The work is devoted to the application of laser guide stars (LGS) technology for the adaptive optics system of a ground-based telescope. The results of the study of the possibilities of correcting the global wavefront tilt with the use of LGS are presented. Two approaches are compared: polychromatic LGS, where the correction signal is a difference random refraction due to the atmosphere for different optical radiation wavelengths, and traditional monochromatic LGS, where an LGS is considered as a point source with a random center. The calculations were performed in the approximation of the Huygens–Fresnel method. It is shown that in this approximation, the signal from a monostatic monochromatic LGS used to correct the global wavefront tilt is comparable to the signal from a polychromatic LGS. Seasonal changes in the concentration and altitude of the mesospheric sodium layer, which determines the characteristics of sodium LGS, are estimated for Russian observatories.