

ИСТОЧНИКИ И ПРИЕМНИКИ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

УДК 535.8:621.37

Оптимизация процесса генерации второй гармоники при ограниченной плотности мощности основного излучения. Часть 1

В.О. Троицкий*

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

Поступила в редакцию 12.07.2021 г.

Теоретически исследован процесс генерации второй гармоники (ГВГ) лазерного излучения (ЛИ) в кристалле ВВО с целью определения таких оптимальных значений параметров фокусировки и волновой расстройки, при которых эффективность ГВГ становится максимальной. Эта задача оптимизации решалась с дополнительным условием (ДУ) — максимальная плотность мощности ЛИ в объеме кристалла не должна превышать априорно заданного значения. При этом никаких ограничений на саму мощность ЛИ не накладывалось. Исследование состоит из двух частей. В настоящей работе (первая часть) влияние ДУ на процесс и результаты решения задачи оптимизации рассмотрено с использованием приближения заданного поля. Показано, что наличие ДУ приводит к тому, что оптимальные значения параметров фокусировки и волновой расстройки становятся зависимыми от мощности ЛИ. В то же время алгоритм решения задачи оптимизации заметно упрощается, что позволяет существенно (приблизительно на порядок) уменьшить время выполнения расчетов.

Ключевые слова: генерация второй гармоники, решение системы нелинейных уравнений, приближение заданного поля, оптимизация параметров фокусировки и волновой расстройки; second harmonic generation, solution of a set of nonlinear equations, preset field approximation, optimization of focusing and wave detuning parameters.

Введение

В теории генерации гармоник (ГГ) лазерного излучения (ЛИ) в нелинейных анизотропных кристаллах, на наш взгляд, наиболее интересными в научном плане и наиболее важными для практики следует считать исследования, нацеленные на оптимизацию процессов ГГ — определение условий, обеспечивающих максимальную эффективность (η) выбранного нелинейного процесса. Понятно, что при этом величина η находится в результате численного решения соответствующей (в зависимости от конкретного типа нелинейного процесса) системы нелинейных волновых уравнений [1]. Понятно также, что в принципе найти указанное численное решение будет возможно (система уравнений будет полностью определена) только в том случае, если будут априорно заданы три (в наиболее общем случае) группы исходных параметров. Предполагается, что их задание позволит получить всю необходимую информацию о лазерных полях, участвующих в рассматриваемом нелинейном процессе; об оптической системе, фокусирующей лазерные пучки в нелинейный кристалл; и, наконец, о самой нелинейной среде. К последней группе относится и такой исходный параметр, как Δ_k — волновая расстройка [1], который явно присутствует в системе нелинейных уравнений.

В настоящей работе рассматривается процесс генерации второй гармоники (ГВГ) ЛИ (с заданными характеристиками) в нелинейном одноосном кристалле, все необходимые характеристики которого также считаются заданными. Следовательно, задача реализации максимальной эффективности ГВГ должна сводиться к определению оптимального способа фокусировки ЛИ и зависящей от этого оптимальной величины Δ_k в нелинейный кристалл. В качестве фокусирующей системы предлагается в общем случае использовать две скрещенные цилиндрические линзы, каждая из которых характеризуется своим параметром фокусировки — ξ_x и ξ_y . Подробное обсуждение исходных условий будет представлено в разд. 1.

Таким образом, ГВГ рассматривается в условиях, когда параметрами, подлежащими оптимизации, являются

$$\xi_x, \xi_y, \Delta_k. \quad (1)$$

Следовательно, и результат решения нелинейной задачи — эффективность ГВГ — удобно представлять функцией: $\eta = \eta(P, \xi_x, \xi_y, \Delta_k)$, где всегда будет указываться еще и зависимость η от мощности (P) лазерного излучения. Принимая во внимание сказанное, можно конкретизировать задачу оптимизации ГВГ, о которой говорилось в начале введения. Необходимо для одного заданного значения P (или для каждого P из заданного диапазона) найти такие оптимальные величины исходных параметров (1):

* Владимир Олегович Троицкий (qel@iao.ru).

$$\xi_x = \xi_{x,\text{opt}}(P), \quad \xi_y = \xi_{y,\text{opt}}(P), \quad \Delta_k = \Delta_{k,\text{opt}}(P), \quad (2)$$

которые обеспечили бы выполнение условия $\eta(P, \xi_{x,\text{opt}}(P), \xi_{y,\text{opt}}(P), \Delta_{k,\text{opt}}(P)) = \eta_{\max}(P)$.

Наиболее просто такая задача оптимизации решается в приближении заданного поля (ПЗП) [1, 2]. В рамках этого приближения, что легко показать, значения параметров (2) не зависят от P основного излучения. Впервые задача оптимизации процесса ГВГ была исследована именно с использованием ПЗП для случая, когда ЛИ фокусируется в кристалл сферической линзой [2]. Результаты аналогичных исследований, но для фокусирующей системы, состоящей из двух скрещенных цилиндрических линз, представлены в [3]. Детальное исследование влияния величины волновой расстройки на эффективность ГВГ можно найти в [4].

Если речь идет о наиболее интересном для практики случае – высокоэффективной ГВГ, когда использование ПЗП заведомо невозможно и, следовательно, требуется привлечение строгих методов численного решения системы нелинейных уравнений, учет влияния мощности ЛИ в (2) становится принципиально необходимым. Решения вида (2) были получены в [5], правда, только для частного случая – фокусировка ЛИ в кристалле осуществлялась одной цилиндрической линзой.

Задача оптимизации ГВГ может быть сформулирована и в несколько другом, упрощенном виде. Из четырех исходных параметров априорно заданными можно считать не один, как в (2), а два или три. При этом задача будет, разумеется, состоять в отыскании оптимальных значений уже не трех, а, соответственно, двух или одного параметра. Понятно, что в этих случаях определяемые оптимальные параметры будут функциями от всех априорно заданных. Такая упрощенная задача была рассмотрена в [6]. Заданными считались мощность ЛИ и оба параметра фокусировки; определялась величина $\Delta_{k,\text{opt}} = \Delta_{k,\text{opt}}(P, \xi_x, \xi_y)$.

Результаты исследований [5, 6] продемонстрировали известный факт [7]: в тех случаях, когда мощность ЛИ может неограниченно возрастать, эффективность ГВГ будет асимптотически стремиться к 100%, если при этом для каждого значения мощности параметры (1) будут выбираться оптимальным образом. С точки зрения теории для реализации высокоэффективной ГВГ никаких препятствий быть не должно, а вот на практике возникает принципиальная проблема. Дело в том, что при оптимальной фокусировке ЛИ (с вполне реализуемой на практике мощностью) плотность мощности (S) ЛИ в объеме кристалла может достигать единиц и даже десятков ГВт/см². При этом для наиболее распространенных нелинейных кристаллов максимально допустимая плотность мощности (S_m), которая является одной из важнейших характеристик кристалла, варьируется в диапазоне $\sim 0,1\text{--}1,0$ ГВт/см² [1]. На практике превышение величины S_m следует считать совершенно недопустимым, поскольку это с большой вероятностью будет означать повреждение или даже разрушение весьма дорогостоящих нелинейных элементов.

В силу сделанного замечания получается, что сама постановка обсуждаемой задачи нуждается в некотором уточнении: оптимизация процесса ГВГ в нелинейном кристалле должна осуществляться с учетом дополнительного условия (ДУ) – плотность мощности, создаваемая ЛИ внутри кристалла, не должна превышать априорно заданного предельного значения:

$$S(P, \xi_x, \xi_y) \leq S_m. \quad (3)$$

Введение ДУ (3) никак не может повлиять на алгоритм численного решения системы нелинейных уравнений, но должно, разумеется, существенным образом отразиться на способе и результатах решения обсуждаемой задачи оптимизации, поскольку теперь в общем случае вместо (2) должно выполняться

$$\begin{aligned} \xi_{x,\text{opt}} &= \xi_{x,\text{opt}}(P, S_m), \quad \xi_{y,\text{opt}} = \xi_{y,\text{opt}}(P, S_m), \\ \Delta_{k,\text{opt}} &= \Delta_{k,\text{opt}}(P, S_m). \end{aligned} \quad (4)$$

Исследование зависимостей вида (4), а также оценка максимальных значений эффективности ГВГ, т.е. значений функции $\eta(P, S_m, \xi_{x,\text{opt}}(P, S_m), \xi_{y,\text{opt}}(P, S_m), \Delta_{k,\text{opt}}(P, S_m)) = \eta_{\max}(P, S_m)$, и есть цель настоящей работы.

Все исследования проводились с использованием ПЗП, основное следствие применения которого состоит в том, что результаты оптимизации, полученные для «классического случая» (никаких ограничений на плотность мощности ЛИ не наложено), не должны зависеть от мощности ЛИ. Решение такой «классической задачи оптимизации», представленное в данной статье, следует рассматривать в качестве первого совершенно необходимого этапа (нулевое приближение), определяющего « отправную точку » запланированных исследований. Привлечение условия (3), как будет показано ниже, приводит к тому, что даже в рамках ПЗП оптимальные значения параметров (1) становятся зависящими от мощности ЛИ, т.е. приобретают вид (4), а значит, нулевое приближение становится слишком грубым. Исследование таких ситуаций – второй этап (первое приближение); его результаты также приводятся в нашей работе.

Необходимо отметить, что основная задача второго этапа состояла не только в том, чтобы определить конкретный вид зависимостей (4), но и в том, чтобы понять, как должен измениться алгоритм решения «классической задачи оптимизации» при появлении условия (3). При этом предполагалось, что этот модифицированный алгоритм можно будет в основном использовать и на третьем (заключительном) этапе исследований, где необходимо будет учесть, что оптимальные значения параметров (1), строго говоря, должны зависеть от мощности ЛИ и при наличии, и при отсутствии условия (3). Понятно, что учет этого обстоятельства подразумевает отказ от ПЗП и привлечение строгих (численных) методов решения обсуждаемой нелинейной задачи. Результаты третьего этапа исследований, – это со-

держение второй части работы, которая будет опубликована отдельно.

Возвращаясь к настоящей статье, необходимо отметить следующий принципиальный момент. Использование ПЗП для оценок эффективности нелинейного процесса может приводить к недопустимо большим ошибкам, особенно в тех случаях, когда речь идет о ГВГ мощного ЛИ. Именно по этой причине в данной статье конкретные значения эффективности ГВГ за редким исключением не упоминаются. Оценки такого рода будут приведены во второй части работы.

1. Постановка задачи и методика расчетов

Исследования проводились для квазистатического [1] режима ГВГ прямоугольными импульсами в квадратично-нелинейном одноосном однородном отрицательном кристалле без поглощения, при скалярном «*ooe*»-взаимодействии [1]. Поле ВГ на входе в кристалл считалось отсутствующим. Предполагалось, что ЛИ, распространяющееся вдоль оси *Z* декартовой системы координат, является параксиальным пространственно когерентным и монохроматическим пучком.

В качестве нелинейной среды рассматривались кристаллы ВВО. Везде ниже, за исключением специально оговоренных случаев, длина кристалла *L* считалась равной 1 см (типичный размер). Кристалл считался помещенным в воздухе. Преломление ЛИ и второй гармоники (ВГ) на входной и выходной гранях кристалла учитывалось [8]. Влияние отраженных волн на процесс ГВГ считалось пренебрежимо малым. Необходимые характеристики нелинейной среды рассчитывались с помощью дисперсионных уравнений [9].

Для скалярного «*ooe*»-взаимодействия волновая расстройка на оси пучка определяется выражением [1]:

$$\Delta_k = 2k(n_2^e - n_{1o}), \quad (5)$$

где $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$, $n_{1o} = n_o(\omega)$; $n_2^e = n_o(2\omega)n_e(2\omega)/\sqrt{n_e^2(2\omega)\cos^2\theta + n_o^2(2\omega)\sin^2\theta}$; n_o и n_e — главные показатели преломления одноосной среды, зависящие от частоты ω ; считается, что ЛИ распространяется под углом θ к оптической оси кристалла. Везде ниже величина волновой расстройки Δ_k будет определяться, что представляется более целесообразным, с помощью безразмерного параметра Δ_{k0} (приведенная волновая расстройка):

$$\Delta_{k0} = \Delta_k L/2. \quad (6)$$

Предполагается, что ЛИ (с длиной волны $\lambda = 510,6$ нм — одна из линий лазера на парах меди) фокусируется в кристалл оптической системой, состоящей из двух скрещенных цилиндрических линз (L_x и L_y). Линза L_x имеет фокусное расстояние f_x и фокусирует пучок в плоскости *XZ* (в этой же

плоскости располагается и оптическая ось кристалла). L_y с фокусным расстоянием f_y фокусирует пучок в плоскости *YZ*. Именно такая фокусирующая система позволяет получить максимальную эффективность ГВГ, по крайней мере, в том случае, когда речь идет о приближении заданного поля [3]. «Жесткость» фокусировки в настоящей работе определялась с помощью параметров фокусировки [1]:

$$\xi_x = L/(kn\rho_x^2), \quad \xi_y = L/(kn\rho_y^2), \quad (7)$$

где $2\rho_x$ и $2\rho_y$ — характерные поперечные размеры перетяжек, создаваемых линзами L_x и L_y . Считается выполненным условие $n_2^e \approx n_{1o} \approx n$. Предполагается, что в общем случае ($\xi_x \neq \xi_y$) линзы L_x и L_y располагаются на различных расстояниях до кристалла. Эти расстояния выбираются таким образом [8], чтобы положение перетяжек от обеих линз совпадало с центром кристалла (плоскость $z = L/2$). В частном случае линзы L_x и L_y расположены в одной плоскости (линзы считаются тонкими), а $\xi_x = \xi_y \equiv \xi$, оптическая система будет эквивалентна обычной сферической линзе.

Предполагается (главным образом для упрощения расчетов), что ЛИ, падающее на оптическую систему, является гауссовым пучком с плоским фазовым фронтом, т.е. имеет вид

$$U(x, y) = A_0 \exp(-(x^2 + y^2)/a_0^2), \quad (8)$$

где $A_0 = \sqrt{16P_0/ca_0^2}$, P_0 — импульсная мощность ЛИ до кристалла, c — скорость света; $a_0 = 4$ см.

Для теоретических исследований процессов ГВГ используется методика, подробно рассмотренная в [3, 5, 10]. Ее наиболее характерная особенность состоит в том, что решение выбранной системы нелинейных волновых уравнений (т.е. численные представления для комплексных амплитуд взаимодействующих полей) находится не на выходе из кристалла, а на произвольном расстоянии z_0 позади кристалла. Везде ниже $z_0 = 10^8$ см. Если входная грань кристалла располагается в плоскости $z = 0$, то решение нелинейной задачи будет определено на плоскости $z = L + z_0$. На этой же плоскости должны быть заданы и граничные условия.

Для поля на основной частоте граничное условие находится в результате решения обычной линейной задачи распространения ЛИ от некоторой плоскости перед фокусирующей системой, где задано поле (8), до плоскости наблюдения. Это означает, что дистанция распространения включает в себя фокусирующую систему (потери мощности на линзах считаем несущественными) и кристалл, который в задаче конкретизации граничного условия считается линейной одноосной средой. В связи с последним замечанием необходимо отметить, что в силу выбранного типа взаимодействия («*ooe*») ЛИ будет распространяться внутри кристалла как обыкновенная волна. Решение для поля ВГ (поскольку оно отсутствует на входе в нелинейный кристалл) должно удовлетворять нулевому граничному условию.

Лазерное излучение, которое перед фокусирующей системой имеет вид (8), внутри кристалла,

в плоскости перетяжки ($z = L/2$), будет создавать плотность мощности

$$S(P_0, \xi_x, \xi_y) = \frac{2T_1^2 n P_0}{\pi \rho_x \rho_y} = \frac{2T_1^2 n^2 k P_0 \sqrt{\xi_x \xi_y}}{\pi L}, \quad (9)$$

где $T_1 = 2/(n+1)$ – коэффициент Френеля для преломления на входной грани кристалла при нормальном падении [11]; все остальные использованные обозначения даны выше. Далее подразумевается, что именно плотность мощности (9) не должна превышать максимально допустимого значения S_m из (3).

Процедура решения системы нелинейных волновых уравнений для ГВГ выглядит следующим образом. Сначала задаются мощность P_0 из (8) и параметры фокусировки (7). Это позволяет конкретизировать вид граничного условия для основного излучения [12]. После этого задается величина приведенной волновой расстройки (6). На этом все необходимые исходные параметры (см. введение) оказываются определенными, и указанная система уравнений может быть численно решена с использованием, например, приближенной методики, подробно рассмотренной в [13]. Многочисленные проверки, проведенные в ходе выполнения настоящей работы (эти результаты здесь для экономии места не приводятся), показали, что выбранная численная схема позволяет с достаточной точностью и быстрой определить мощности P_1 (основное излучение) и P_2 (излучение ВГ) взаимодействующих волн после кристалла (на плоскости $z = L + z_0$). Сказанное остается справедливым при любых комбинациях исходных параметров, которые рассматривались в настоящей работе.

Используя найденные значения P_1 и P_2 можно определить эффективность (или КПД) процесса ГВГ

$$\eta = 100\% \cdot \frac{P_2}{P} = 100\% \cdot \frac{P_2}{T_1^2 T_2^2 P_0} = 100\% \cdot \frac{P_2}{P_1 + P_2}, \quad (10)$$

где P – мощность ЛИ после нелинейного кристалла; $T_2 = 2n/(n+1)$ – коэффициент Френеля для преломления на выходной грани кристалла при нормальном падении [11]. Первое равенство в (10) выполняется по определению и учитывает потери мощности основного излучения, связанные с отражениями от входной и выходной граней кристалла. Второе равенство в (10) означает, что найденное решение нелинейной задачи точно обеспечивает выполнение закона сохранения энергии. Это обстоятельство обусловлено тем, что выбранная численная схема решения системы нелинейных уравнений, как было показано в [13], является консервативной.

С учетом сказанного получается, что рассматриваемая задача оптимизации сводится, по сути, к отысканию максимума функции (10) трех переменных (1). Значения P_0 и S_m в проведенных исследованиях всегда считались заданными. Указанная задача решалась с использованием стандартного алгоритма. Сначала на основе предварительных исследований определялись диапазоны варьирования параметров (1), внутри которых должны рас-

полагаться искомые значения (4): $\xi_{x,1} \leq \xi_x \leq \xi_{x,N}$, $\xi_{y,1} \leq \xi_y \leq \xi_{y,N}$, $\Delta_{k0,1} \leq \Delta_{k0} \leq \Delta_{k0,N}$. Для упрощения рассуждений предполагается, что каждый из этих диапазонов разбивается на $(N - 1)$ равных частей, что позволяет определить N значений для каждого из параметров (1). Введение дополнительного условия (3) приводит, как будет сказано ниже, всего лишь к ограничению сверху максимальных значений параметров фокусировки. Решение задачи оптимизации сводится к тому, чтобы, последовательно перебирая все возможные значения параметров (1) из выбранных диапазонов, определить множество, содержащее N^3 значений функции $\eta(P_0, S_m, \xi_x, i, \xi_y, j, \Delta_{k0, n})$, где $i, j, n = 1, 2, \dots, N$. После чего определяется такая комбинация параметров (1), при которой эффективность ГВГ оказывается максимальной. Найденные значения параметров и объявляются искомым решением (4) задачи оптимизации.

Вышесказанное относится к ситуации, когда фокусировка пучка в кристалл осуществляется двумя скрещенными цилиндрическими линзами. В дальнейшем для упрощения записи этот способ фокусировки будет обозначаться аббревиатурой «ЦФ». Понятно, что в частном случае – фокусировка одной сферической линзой (в дальнейшем будет использоваться аббревиатура «СФ») – максимум (10) должен определяться в результате двойного перебора, т.е. при варьировании только двух параметров: $\xi_x = \xi_y = \xi$ и Δ_{k0} .

В настоящей статье влияние условия (3) на результаты решения задачи оптимизации процесса ГВГ будет исследовано с использованием ПЗП. Суть ПЗП [1] состоит в том, что возмущения, которые претерпевает поле на основной частоте в процессе нелинейного взаимодействия, считаются незначительными. Это позволяет существенно упростить вычислительные процедуры, связанные с численным решением системы нелинейных уравнений, которая в ПЗП распадается на два отдельных уравнения: для поля на основной частоте (однородное) и для поля ВГ (неоднородное). Если нелинейная задача решается в ПЗП и, кроме того, предполагается, что ЛИ является гауссовым пучком, т.е. имеет вид (8), то объем необходимых вычислений становится еще меньше. В настоящей работе для решения нелинейной задачи в ПЗП применялись результаты из [14].

2. Решение задачи оптимизации без ограничений на величину плотности мощности

Если решение нелинейной задачи проводится в ПЗП и никаких ограничений на плотность мощности нет (т.е. в (3) $S_m = \infty$), то оптимальные значения параметров (1) не будут зависеть от мощности ЛИ. В справедливости сказанного легко убедиться, обратившись к внешнему виду выражения для поля ВГ [14]. Для кристалла КДР решение обсуждаемой задачи оптимизации в ПЗП можно найти в работах, указанных во введении. Результаты аналогичных

исследований, но уже применительно к кристаллам ВВО, представлены на рис. 1.

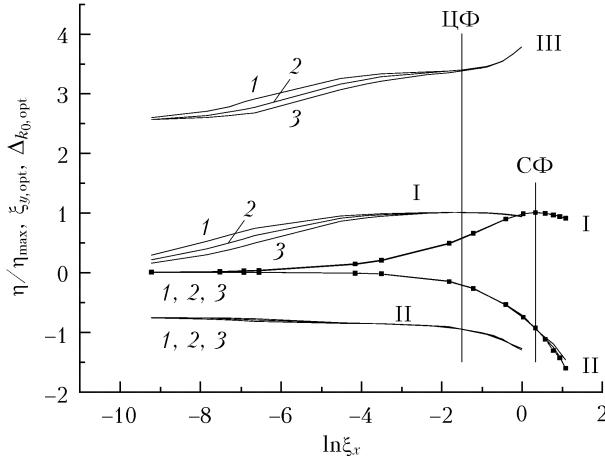


Рис. 1. Зависимости нормированной на максимум эффективности ГВГ (кривые I), а также оптимальных значений Δ_{k_0} (II) и ξ_y (III) от ξ_x . Кривые с символами относятся к случаю СФ; кривые без символов – к случаю ЦФ; $L = 0,5$ (кривые 1), 1 (2) и 2 см (3)

На рис. 1 для СФ и ЦФ показано, как при изменении параметра ξ_x (логарифмический масштаб) будет изменяться нормированная на максимум эффективность ГВГ (кривые I). Параметры Δ_{k_0} (кривые II) и ξ_y (кривые III) при этом выбирались оптимальными. Понятно, что при СФ для каждого значения $\xi_x = \xi_y = \xi$ оптимизируется только один параметр – Δ_{k_0} . Все результаты расчетов представлены для трех значений длины нелинейного кристалла.

Исследования, результаты которых приведены на рис. 1, показывают, что при использовании СФ и ЦФ эффективность ГВГ в кристаллах ВВО достигает максимума, соответственно, при следующих комбинациях исходных параметров:

$$\begin{aligned} \xi_x &= \xi_y = \xi_{\text{opt}} \equiv \Psi_0 \approx 1,42 \pm 0,005, \\ \Delta_{k_0} &= \Delta_{k_0, \text{opt}} \equiv D_0 \approx -0,95 \pm 0,015; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \xi_x &= \xi_{x, \text{opt}} \equiv \Psi_{x_0} \approx 0,222 \pm 0,002, \\ \xi_y &= \xi_{y, \text{opt}} \equiv \Psi_{y_0} \approx 3,387 \pm 0,002, \\ \Delta_{k_0} &= \Delta_{k_0, \text{opt}} \equiv D_0 \approx -0,95 \pm 0,015. \end{aligned} \quad (12)$$

Доверительные интервалы, приведенные в (11), (12), отражают возможный разброс значений исследуемых параметров, который наблюдается при использовании различных способов решения задачи оптимизации: стандартная методика (см. разд. 1); методика, построенная на интерполяционном интегрировании [14]; стандартная методика с двойной точностью; применение метода сглаживающих функций.

Проведенные исследования показали (здесь эти результаты в целях экономии места не приводятся), что в практическом плане решения (11), (12) можно считать не зависящими от длины кристалла (см. рис. 1). Это означает, что за счет уточнения значений (11), (12) при изменении длины кристалла максимальную эффективность ГВГ удается увеличить

не больше чем на $\sim 0,1\%$, – для практических целей точность более чем достаточная. Справедливость сказанного проверялась для типичных размеров кристаллов ВВО от $\sim 0,5$ до ~ 2 см. Если же интересоваться именно положением максимума, то необходимо считать, что оптимальные значения ξ_{opt} , $\xi_{x, \text{opt}}$ и $\xi_{y, \text{opt}}$ (а, следовательно, и величина $\Delta_{k_0, \text{opt}}$) являются зависимыми от L . Например можно показать, что значение $\xi_{x, \text{opt}}$ уменьшается от $\sim 0,266$ ($L = 0,5$ см) до $\sim 0,218$ ($L = 2$ см). Оптимальные значения остальных параметров зависят от L гораздо слабее, и можно приближенно считать, что они остаются в пределах доверительных интервалов, указанных в (11), (12).

3. Решение задачи оптимизации при ограниченной величине плотности мощности ЛИ. Фокусировка пучка в кристалл сферической линзой

Введение в задачу условия на максимально допустимую S_m приводит к тому, что параметр фокусировки $\xi_x = \xi_y \equiv \xi$ может принимать только такие значения, при которых не нарушается выполнение условия (3). Это означает, что параметр ξ не может быть больше некоторого предельного значения ξ_m , которое зависит и от P_0 , и от S_m . В частности, для гауссовых пучков, используя (9), легко показать, что

$$\xi_m(P_0, S_m) = \pi L S_m / (2T_1^2 n^2 P_0 k). \quad (13)$$

Важно подчеркнуть, что сказанное имеет значение только в тех случаях, когда оказываются нарушенным условие

$$S(P_0, \xi = \Psi_0) \leq S_m. \quad (14)$$

Для всех значений P_0 и S_m , при которых (14) выполняется, решение задачи оптимизации будет, разумеется, по-прежнему иметь вид (11).

Если условие (14) не выполняется, то решение задачи оптимизации существенно упрощается. Это проиллюстрировано на рис. 2, где представлены зависимости эффективности ГВГ от параметра ξ для трех значений P_0 : $P_1 = 2,5$ (кривая 1), $P_2 = 5,75$ (2) и $P_3 = 8,75$ кВт (3). Если никаких ограничений на плотность мощности нет, то указанные зависимости будут полностью эквивалентными. Последнее означает, что если все значения η , например на кривой 1, увеличить в $(P_3/P_1) = 3,5$ раза, то в результате точно получится кривая 3 и т.д. Разумеется, эти три зависимости будут также эквивалентны соответствующим зависимостям (кривые I с символами), приведенным на рис. 1, и, в частности, согласно (11), иметь максимум при $\xi = \xi_{\text{opt}} = \Psi_0$.

Конкретизируем условие (3). Предположим, что S в (9) не должна превышать, например, $S_m = 1$ ГВт/см². Теперь для каждого значения мощности ЛИ можно найти, используя (13), максимальные значения параметров фокусировки: $\xi_m(P_1, S_m) = 3,25$; $\xi_m(P_2, S_m) = 1,42$ и $\xi_m(P_3, S_m) = 0,93$.

На рис. 2 они отмечены вертикальными прямыми 1–3 соответственно. Следовательно, в выбранном диапазоне ($0,1 \leq \xi \leq 7$) параметр ξ может принимать только те значения $\xi \leq \xi_m$, которым на рис. 2 соответствуют участки с полужирными линиями.

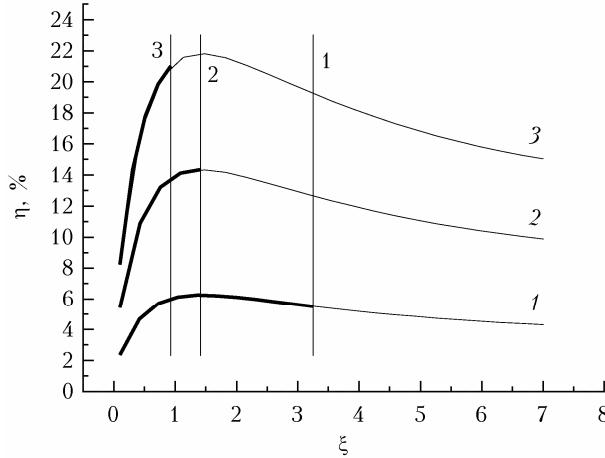


Рис. 2. Для случая СФ зависимости эффективности ГВГ от параметра фокусировки ξ для $P_0 = 2,5$ (кривая 1); 5,75 (2); 8,75 кВт (3). Вертикальными прямыми отмечены максимальные значения параметров фокусировки: $\xi_m(P_1, S_m) = 3,25$ (прямая 1); $\xi_m(P_2, S_m) = 1,42$ (2); $\xi_m(P_3, S_m) = 0,93$ (3); $S_m = 1 \text{ ГВт}/\text{см}^2$

Для проведения расчетов мощности P_1 , P_2 и P_3 были подобраны таким образом, чтобы оказались выполнеными условия $\xi_m(P_1, S_m) > \Psi_0$; $\xi_m(P_2, S_m) = \Psi_0$; $\xi_m(P_3, S_m) < \Psi_0$. В силу этого результаты, представленные на рис. 2, позволяют убедиться в справедливости следующего вывода:

$$\xi_{\text{opt}}(P_0, S_m) = \Psi_0, \text{ если } \xi_m(P_0, S_m) > \Psi_0,$$

$$\xi_{\text{opt}}(P_0, S_m) = \xi_m(P_0, S_m), \text{ если } \xi_m(P_0, S_m) \leq \Psi_0. \quad (15)$$

Из (15) следует, что наиболее простой вариант решения задачи оптимизации реализуется в том случае, когда нарушается условие (14). Второе равенство в (15) позволяет сразу указать точное значение $\xi_{\text{opt}}(P_0, S_m)$, после чего остается только найти (пебором всех возможных значений Δ_{k_0}) оптимальное значение приведенной волновой расстройки $\Delta_{k_0, \text{opt}}(P_0, S_m) = \Delta_{k_0, \text{opt}}(\xi_m(P_0, S_m))$.

Для случая СФ зависимости параметров (4) от мощности ЛИ представлены на рис. 3.

Для большей наглядности по оси X откладывается натуральный логарифм отношения P_0/P_{00} , где мощность P_0 выражена в Вт, а $P_{00} = 1$ Вт. Зависимости приведены для трех значений S_m . Горизонтальными участками кривых соответствуют ситуации, когда условие (14) выполняется, и, следовательно, значения (4) удовлетворяют (11). Падающие участки кривых I показывают, как с увеличением мощности ЛИ (при заданной величине S_m) уменьшается ξ_m (13). Понятно, что уменьшение параметра $\xi_{\text{opt}} = \xi_m$ сопровождается, как и должно быть [4], уменьшением абсолютного значения $\Delta_{k_0, \text{opt}}$.

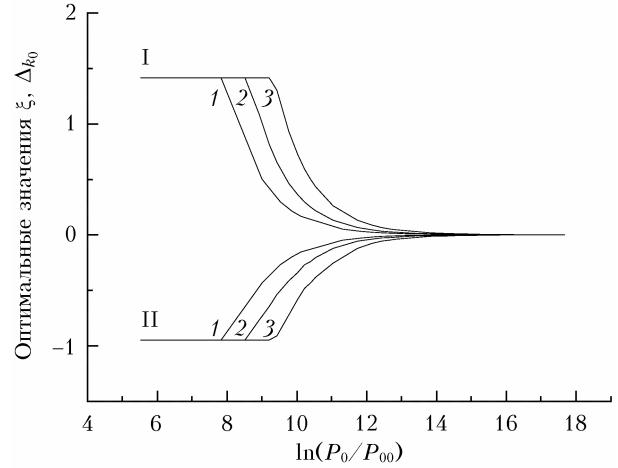


Рис. 3. Для случая СФ $\xi_{\text{opt}}(P_0, S_m)$ (кривые I) и $\Delta_{k_0, \text{opt}}(P_0, S_m)$ (II) для $S_m = 0,5$ (кривые 1); 2 ГВт/см² (3)

4. Решение задачи оптимизации при ограниченной величине плотности мощности ЛИ. Фокусировка пучка в кристалл двумя скрещенными цилиндрическими линзами

В случае ЦФ решение задачи оптимизации процесса ГВГ с дополнительным условием (3) подразумевает, что один из параметров (7) (в настоящей работе ξ_x) может принимать любые значения, а второй параметр (ξ_y) не должен превышать ξ_{ym} , которое для гауссова пучка легко находится с привлечением (9):

$$\xi_{ym}(\xi_x, P_0, S_m) = \left(\pi L S_m / (2T_1^2 n^2 P_0 k) \right)^2 / \xi_x. \quad (16)$$

Понятно, что сказанное имеет принципиальное значение только в тех случаях, когда нарушается условие

$$S(P_0, \xi_x = \Psi_{x0}, \xi_y = \Psi_{y0}) \leq S_m. \quad (17)$$

Если (17) выполняется, то решение задачи оптимизации будет по-прежнему удовлетворять (12).

Специфика задачи оптимизации ГВГ при ЦФ (ограничений на величину плотности мощности пока нет) состоит в том, что теперь для каждого произвольно выбранного значения ξ_x всегда можно указать такие значения $\xi_{y, \text{opt}}(\xi_x) \equiv \Psi_{y, \text{opt}}(\xi_x)$ (кривые III на рис. 1) и $\Delta_{k_0, \text{opt}}(\xi_x, \Psi_{y, \text{opt}}) \equiv D_{\text{opt}}(\xi_x, \Psi_{y, \text{opt}})$ (кривые II без символов на рис. 1), при которых эффективность ГВГ достигает максимума. При этом должно, очевидно, выполняться $\Psi_{y, \text{opt}}(\Psi_{x0}) = \Psi_{y0}$, $D_{y, \text{opt}}(\Psi_{x0}, \Psi_{y0}) = D_0$, где значения Ψ_{x0} , Ψ_{y0} и D_0 определены в (12).

Возвращаясь к решению задачи с дополнительным условием (3) и учитывая сказанное выше, легко показать, что при любом заданном значении ξ_x должны выполняться равенства

$$\xi_{y, \text{opt}}(\xi_x, P_0, S_m) = \Psi_{y, \text{opt}}(\xi_x),$$

$$\text{если } \Psi_{y,\text{opt}}(\xi_x) < \xi_{ym}(\xi_x, P_0, S_m); \quad (18)$$

$$\xi_{y,\text{opt}}(\xi_x, P_0, S_m) = \xi_{ym}(\xi_x, P_0, S_m),$$

$$\text{если } \Psi_{y,\text{opt}}(\xi_x) \geq \xi_{ym}(\xi_x, P_0, S_m). \quad (19)$$

Иллюстрацией сказанного служат результаты, приведенные на рис. 4.

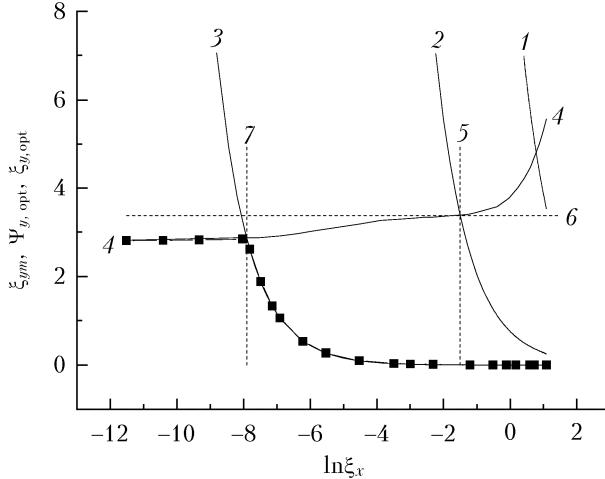


Рис. 4. Функции: $\xi_{ym}(\xi_x, P_0, S_m)$ при $P_0 = 2,5$ (кривая 1); $9,325$ (2); 250 кВт (3) и $S_m = 1$ ГВт/см 2 ; $\Psi_{y,\text{opt}}(\xi_x)$ (кривая 4); $\ln(\Psi_{x0}) = \ln(0,222) \approx -1,505$ (линия 5); $\xi_y = \Psi_{y0} = 3,387$ (линия 6); $\xi_{xE}(P_0 = P_3, S_m)$ (линия 7)

Параметр ξ_{xE} (линия 7) находится в результате численного решения уравнения

$$\xi_{ym}(\xi_{xE}, P_0, S_m) = \Psi_{y,\text{opt}}(\xi_{xE}). \quad (20)$$

Обратившись к рис. 4, легко увидеть, что при выполнении условий $\xi_{xE}(P_0, S_m) > \Psi_{x0}$ (этой ситуации соответствует кривая 1) или $\xi_{xE}(P_0, S_m) = \Psi_{x0}$ (кривая 2, $P_2 = 9,325$ кВт была специально подобрана) условие (17) выполняется и, следовательно, решение задачи оптимизации будет иметь вид (12). В случае, когда P_0 велика настолько, что (17) нарушается (кривая 3 на рис. 4), с привлечением (18), (19) находим, что

$$\xi_{y,\text{opt}}(\xi_x, P_0, S_m) = \Psi_{y,\text{opt}}(\xi_x), \text{ если } \xi_x < \xi_{xE}, \quad (21)$$

$$\xi_{y,\text{opt}}(\xi_x, P_0, S_m) = \xi_{ym}(\xi_x, P_0, S_m), \text{ если } \xi_x \geq \xi_{xE}. \quad (22)$$

Вид функции $\xi_{y,\text{opt}}(\xi_x, P_0 = P_3, S_m)$, полученный с учетом (21), (22), на рис. 4 показан кривой с символами.

Равенства (21), (22) означают, что задача оптимизации (имеется в виду случай ЦФ при невыполнении условия (17)) должна решаться разными способами в зависимости от текущего значения $\xi_{x,i}$. Если $\xi_{x,i} < \xi_{xE}$, то стандартный алгоритм, обсуждавшийся в разд. 1 и использованный для получения результатов в разд. 2, полностью сохраняется. Для каждого значения $\xi_{x,i}$ двойным перебором определяется такая пара параметров $\xi_{y,j} = \Psi_{y,\text{opt}}(\xi_{x,i})$ и $\Delta_{k0,n} = D_{\text{opt}}(\xi_{x,i}, \Psi_{y,\text{opt}}(\xi_{x,i}))$, которая обеспечивает текущий

максимум функции $\eta(\xi_{x,i}, \Psi_{y,\text{opt}}, D_{\text{opt}}) = \eta_{\max}(\xi_{x,i})$. Второй способ реализуется при $\xi_{x,i} \geq \xi_{xE}$. При этом получение аналогичного результата — определение значений функции $\eta_{\max}(\xi_{x,i})$ — осуществляется заметно (как правило, больше чем на порядок) быстрее. Это обусловлено тем, что теперь отпадает необходимость перебирать все возможные значения $\xi_{y,j}$, определяя $\Psi_{y,\text{opt}}(\xi_{x,i})$, а можно сразу в силу (22) утверждать, что $\xi_{y,\text{opt}}(\xi_{x,i}) = \xi_{ym}(\xi_{x,i}, P_0, S_m)$. После этого остается только найти (перебором) величину $\Delta_{k0,n}(\xi_{x,i}, \xi_{ym}(\xi_{x,i}, P_0, S_m))$.

Легко догадаться, что решение задачи оптимизации стало бы еще проще, если бы удалось показать, что при тех значениях P_0 и S_m , когда (17) не выполняется, имеет место другое условие:

$$\xi_{x,\text{opt}}(P_0, S_m) \geq \xi_{xE}(P_0, S_m). \quad (23)$$

Выполнение (23) (вместе с (22)) позволило бы вообще исключить необходимость вычисления значений функции $\Psi_{y,\text{opt}}(\xi_x)$, которое требует достаточно большого времени. Результаты, представленные на рис. 5, как раз и позволяют доказать, что (23) в рамках рассматриваемой задачи действительно имеет место.

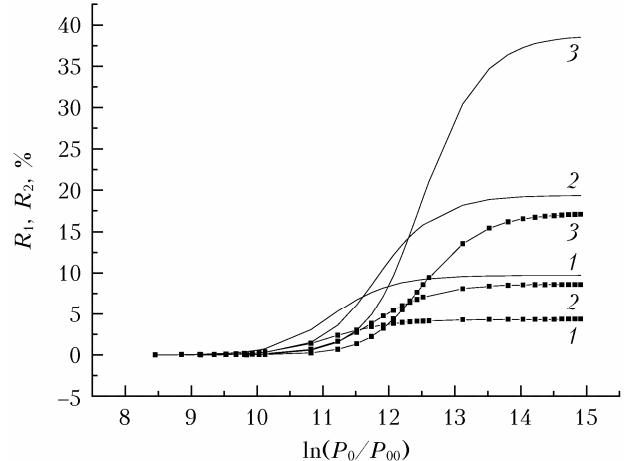


Рис. 5. Функции $R_1(P_0, S_m)$ (кривые с символами) и $R_2(P_0, S_m)$ (без символов) при $S_m = 0,5$ (кривые 1) (2); 2 ГВт/см 2 (3)

На рис. 5 приведены зависимости от натурального логарифма P_0/P_{00} (см. рис. 3) функций

$$R_1(P_0, S_m) = \eta(\xi_+, \xi_{y,\text{opt}}(\xi_+)) - \eta(\xi_{xE}, \xi_{y,\text{opt}}(\xi_{xE})), \quad (24)$$

$$R_2(P_0, S_m) = \eta(\xi_{xE}, \xi_{y,\text{opt}}(\xi_{xE})) - \eta(\xi_-, \xi_{y,\text{opt}}(\xi_-)), \quad (25)$$

где параметр ξ_{xE} определен в (20); $\xi_+ = \xi_{xE} \cdot 1,05$; $\xi_- = \xi_{xE} \cdot 0,95$. В (24), (25) использовалась упрощенная форма записи $\eta(P_0, S_m, \xi_x, \xi_{y,\text{opt}}(\xi_x, P_0, S_m), \Delta_{k0,n}(\xi_x, \xi_{y,\text{opt}}(\xi_x))) \equiv \eta(\xi_x, \xi_{y,\text{opt}}(\xi_x))$. При вычислении значений функций (24), (25) использовались равенства $\xi_{y,\text{opt}}(\xi_+, P_0, S_m) = \xi_{ym}(\xi_+, P_0, S_m)$, $\xi_{y,\text{opt}}(\xi_-, P_0, S_m) = \Psi_{y,\text{opt}}(\xi_-)$, которые выполняются в силу (21), (22).

(22), а также равенство $\xi_{y,\text{opt}}(\xi_{xE}, P_0, S_m) = \xi_{ym}(\xi_{xE}, P_0, S_m) = \Psi_{y,\text{opt}}(\xi_{xE})$, которое выполняется по определению (20).

На рис. 5 для каждого значения S_m начальное значение мощности ЛИ ($P_0 = P_n$) определялось из решения уравнения $S(P_n, \Psi_{x0}, \Psi_{y0}) = S_m$. Таким образом, условие $P_0 = P_n$ определяет максимальное значение мощности ЛИ, при котором еще выполняется (17), а значит, имеют место (12) и равенство $\xi_{x,\text{opt}}(P_0 = P_n, S_m) = \xi_{xE}(P_0 = P_n, S_m) = \Psi_{x0} \approx 0,222$. Понятно, что в силу последнего должно выполняться $R_2(P_0 = P_n, S_m) < 0$. Для всех остальных $P_0 > P_n$ (см. рис. 5) значения функций $R_1(P_0, S_m)$ и $R_2(P_0, S_m)$ остаются положительными. Из этого следует, что, по крайней мере, для всех $S_m \leq 2 \text{ ГВт}/\text{см}^2$ выполняются неравенства

$$\begin{aligned} \eta(\xi_-, \xi_{y,\text{opt}}(\xi_-)) &< \eta(\xi_{xE}, \xi_{y,\text{opt}}(\xi_{xE})) < \\ &< \eta(\xi_+, \xi_{y,\text{opt}}(\xi_+)). \end{aligned} \quad (26)$$

Поскольку функция $\eta(P_0, S_m, \xi_x, \xi_{y,\text{opt}}(\xi_x, P_0, S_m), \Delta_{k0,\text{opt}}(\xi_x, \xi_{y,\text{opt}})) = \eta(\xi_x)$ имеет только один максимум (см. рис. 1), то неравенства (26) доказывают справедливость предположения (23).

Выполнение (23) позволяет провести следующее упрощение рассматриваемой задачи. При заданных значениях P_0 и S_m вместо того, чтобы искать максимум исходной функции трех переменных $\eta(P_0, S_m, \xi_x, \xi_y, \Delta_{k0})$, можно исследовать на экстремум другую (характеристическую) функцию

$$\begin{aligned} \eta_0(P_0, S_m, \xi_x, \Delta_{k0}) &= \\ &= \eta(P_0, S_m, \xi_x, \xi_{ym}(\xi_x, P_0, S_m), \Delta_{k0}), \end{aligned} \quad (27)$$

которая будет зависеть уже только от двух переменных. Легко увидеть, что в силу (22) и (23) исходная и характеристическая функции будут иметь максимум при одной и той же комбинации параметров (1), которая имеет вид (4), где необходимо только учитывать, что $\xi_{y,\text{opt}}(P_0, S_m) = \xi_{ym}(\xi_{x,\text{opt}}, P_0, S_m)$.

Таким образом, основное преимущество характеристической функции состоит в том, что при ее использовании число параметров, определяемых перебором, уменьшается на единицу. Это, в свою очередь, позволяет заметно ускорить решение задачи оптимизации. Однако использовать эту возможность в полной мере предполагается только во второй части работы, где вопросы оптимизации ГВГ будут рассматриваться с привлечением строгих методов решения системы нелинейных уравнений.

На рис. 6 показано, как зависят значения параметров (4) P_0 при ЦФ.

Для большей наглядности графики I построены для величин $10 \cdot \xi_{x,\text{opt}}(P_0, S_m)$. Горизонтальные участки графиков соответствуют ситуациям $P_0 \leq P_n$, при которых условие (17) выполняется и значения (4) удовлетворяют (12). При мощности $P_0 > P_n$ условие (17) нарушается, но начинают выполняться (23) и (22). В силу этого падающие участки

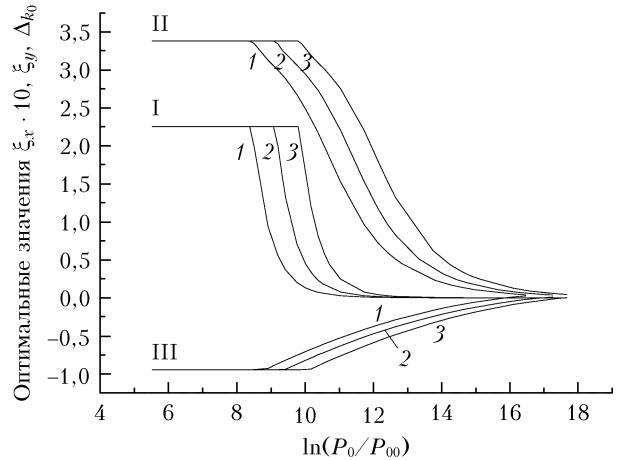


Рис. 6. Параметры $10 \cdot \xi_{x,\text{opt}}(P_0, S_m)$ (кривые I), $\xi_{y,\text{opt}}(P_0, S_m)$ (II) и $\Delta_{k0,\text{opt}}(P_0, S_m)$ (III) при $S_m = 0,5 \text{ ГВт}/\text{см}^2$ (кривые 1); 1 (2); 2 ГВт/ см^2 (3)

кривых II являются графиками зависимостей $\xi_{ym}(\xi_{x,\text{opt}}(P_0, S_m), P_0, S_m)$.

Заключение

Проведенные исследования позволяют сделать важный для дальнейшей работы вывод. В тех случаях, когда мощность ЛИ велика настолько, что условия (14) или (17) (в зависимости от рассматриваемого способа фокусировки) не выполняются, максимум эффективности ГВГ достигается при таких оптимальных значениях (4), при которых плотность мощности ЛИ в перетяжке будет равна максимально допустимой плотности мощности:

$$S(P_0, \xi_{x,\text{opt}}(P_0, S_m), \xi_{y,\text{opt}}(P_0, S_m)) = S_m. \quad (28)$$

Из этого утверждения и следуют все основные приведенные выше результаты, касающиеся упрощения алгоритма решения задачи оптимизации. В частности, для случая СФ из (28) сразу получается второе равенство (15), в силу которого решение задачи оптимизации сводится всего лишь к определению величины $\Delta_{k0,\text{opt}}(P_0, S_m)$. Если речь идет о ЦФ, то (28) будет, очевидно, иметь место только в том случае, когда окажется выполненным равенство (22). Это и сводит решение задачи оптимизации к определению максимума характеристической функции (27), зависящей уже только от двух переменных ξ_x и Δ_{k0} . Другими словами, именно выполнение (28) позволяет при обоих способах фокусировки уменьшить на единицу число параметров, подлежащих оптимизации, что существенно (больше чем на порядок) уменьшает время выполнения расчетов.

1. Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. Прикладная нелинейная оптика. Издание 2-ое. М.: Физматлит, 2004. 512 с.
2. Boyd G.D., Kleinman D.A. Parametric interaction of focused Gaussian light beams // J. Appl. Phys. 1968. V. 39, N 8. P. 3597–3639.

3. Колосов В.В., Троицкий В.О. Оптимальная фокусировка пучка при генерации второй гармоники в однородном кристалле. Приближение заданного поля // Оптика атмосф. и океана. 2007. Т. 20, № 2. С. 106–112.
4. Троицкий В.О. Особенности генерации второй гармоники лазерного излучения при углах синхронизма, близких к 90° // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 7. С. 601–607; Troitskii V.O. Generation peculiarities of the second harmonics laser radiation at synchronism angles close to 90° // Atmos. Ocean. Opt. 2011. V. 24, N 1. P. 102–108.
5. Троицкий В.О. Некоторые вопросы оптимальной фокусировки при генерации второй гармоники в нелинейных кристаллах. Часть 2. Результаты численных расчетов // Оптика атмосф. и океана. 2015. Т. 28, № 10. С. 941–949; Troitskii V.O. Some problems of optimum focusing in the process of second harmonic generation in nonlinear crystals. Part 2. Results of numerical calculations // Atmos. Ocean. Opt. 2016. V. 29, N 2. P. 199–207.
6. Троицкий В.О. Оптимизация волновой расстройки при эффективной генерации второй гармоники // Оптика атмосф. и океана. 2020. Т. 33, № 1. С. 25–31; Troitskii V.O. Optimization of wave detuning during effective second harmonic generation // Atmos. Ocean. Opt. 2020. V. 33, N 3. P. 238–244.
7. Гуламов А.А., Ибрагимов Э.А., Редкоречев В.И. Преобразование частоты лазерного излучения с предельной эффективностью. Ташкент: ФАН, 1990. 248 с.
8. Колосов В.В., Троицкий В.О. Параксиальное приближение для задачи распространения пучков в плоско-слоистой среде // Оптика атмосф. и океана. 2005. Т. 18, № 9. С. 754–759.
9. Kato K. Second harmonic generation to 2048 A in β -BaB₂O₄ // IEEE J. Quant. Electron. 1986. V. QE-22, N 7. P. 1013–1014.
10. Троицкий В.О. Генерация второй гармоники лазерного излучения в одноосных кристаллах. Варианты решения задачи в приближении заданного поля // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 4. С. 281–286; Troitskii V.O. Second harmonic generation of laser radiation in uniaxial crystals. Alternate problem solutions in the assumed field approximation // Atmos. Ocean. Opt. 2010. V. 23, N 4. P. 278–283.
11. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 719 с.
12. Троицкий В.О. Генерация второй гармоники при фокусировке пучка в одноосный кристалл скрещенными цилиндрическими линзами. Приближение заданного поля // Оптика атмосф. и океана. 2006. Т. 19, № 8. С. 741–747.
13. Колосов В.В., Троицкий В.О. Приближенная методика решения задачи о генерации второй гармоники в нелинейных кристаллах. Часть 2 // Оптика атмосф. и океана. 2019. Т. 32, № 12. С. 1012–1019; Колосов В.В., Троицкий В.О. Approximate technique for solving the problem of second harmonic generation in nonlinear crystals: Part 2 // Atmos. Ocean. Opt. 2020. V. 33, N 3. P. 312–319.
14. Колосов В.В., Троицкий В.О. Приближенная методика решения задачи о генерации второй гармоники в нелинейных кристаллах. Часть 1 // Оптика атмосф. и океана. 2019. Т. 32, № 12. С. 1001–1011; Колосов В.В., Троицкий В.О. Approximate technique for solution of the problem of second harmonic generation in nonlinear crystals: Part 1 // Atmos. Ocean. Opt. 2020. V. 33, N 3. P. 302–311.

V.O. Troitskii. Second harmonic generation optimization under limited power density of fundamental radiation. Part 1.

The process of second harmonic generation (SHG) of laser radiation in a BBO crystal is theoretically studied with the aim of determining optimal values of focusing and wave detuning parameters providing maximal SHG efficiency. This optimization problem is solved under an additional condition, that is, the maximal radiation power density should not exceed an a priori specified value. No restrictions are posed on the radiation power. The study consists of two parts. In the first part (this work), the influence of this additional condition on the process and results of solution of the optimization problem is studied with the use of the preset field approximation. Due to the additional condition, optimal focusing and wave detuning parameters become dependent on the radiation power, but the algorithm of solution of the problem becomes noticeably simpler, which allows the computation time to be significantly reduced, by about an order of magnitude.