

Дифракционная оптика светового филамента, образованного при самофокусировке фемтосекундного лазерного импульса в воздухе

А.А. Землянов, А.Д. Бульгин, Ю.Э. Гейнц*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 9.06.2011 г.

На основе нелинейного уравнения Шредингера получены уравнения для усредненных по времени дифракционных лучей, описывающих самофокусировку фемтосекундного лазерного излучения в воздухе. Путем численных расчетов показано, что вдоль дистанции распространения данные лучи проходят три стадии: 1) стадию формирования нелинейного фокуса; 2) стадию светового филамента; 3) стадию постфиламентационной эволюции. Дифракционные лучи во второй и третьей стадиях характеризуются двумя структурами: одна из них локализована в приосевой области и обладает после выхода из зоны филаментации угловой расходимостью меньше дифракционной, другая — в периферийной области с характерной расходимостью, соответствующей расходимости лазерного пучка в целом после прохождения им зоны нелинейного фокуса. Установлена принципиальная роль дифракционного взаимодействия центральной и периферийной частей лазерного пучка в формировании устойчивого светового канала вблизи оси пучка.

Ключевые слова: фемтосекундное лазерное излучение, дифракционные лучи, филаментация; femtosecond laser radiation, diffraction beams, filamentation.

Введение

Явление самофокусировки света в оптических средах активно исследуется, начиная с первой половины 60-х гг. XX в. [1–5]. Пристальное внимание к этой проблеме связано с тем, что самофокусировка лазерных импульсов представляет собой яркое проявление эффектов нелинейной физики и имеет важное практическое значение. Данное явление состоит в том, что при пиковой мощности в импульсе, превышающей некоторый критический уровень P_c , благодаря действию оптического эффекта Керра на трассе распространения формируется самонаведенная собирающая аберрационная линза, которая фокусирует излучение. В результате такой фокусировки происходит образование нелинейного фокуса, после которого формируется узкий световой канал. Светящаяся часть данного канала именуется в научной литературе филаментом. Величина критической мощности самофокусировки для лазерного пучка гауссовского поперечного профиля интенсивности оценивается по формуле $P_c = \lambda_0^2 / (2\pi n_2 n_0)$, где λ_0 — длина волны на основной частоте лазерного излучения; n_2 — коэффициент в разложении показателя преломления n в нелинейной оптической среде $n = n_0 + n_2 I$, n_0 — невозму-

щенное значение показателя преломления, I — интенсивность световой волны. Значения критической мощности для лазерного излучения с $\lambda_0 = 800$ нм, распространяющегося в воздухе на уровне моря, по данным разных авторов [1, 5] составляют $P_c = 2 \div 10$ ГВт.

С появлением в практике исследований мощных фемтосекундных лазеров явление филаментации приобрело важное значение для атмосферной оптики [6, 7]. С укорочением длительности светового импульса снижается влияние на характеристики излучения атмосферной турбулентности и оптического пробоя на аэрозольных включениях в атмосфере, являющихся естественным ограничителем распространения мощных лазерных импульсов микро- и наносекундной длительности [8]. Это дает возможность передачи большей мощности на протяженные дистанции с помощью филаментов, формирующихся в лазерном пучке [9].

Ввиду большой практической важности явления филаментации вопрос об адекватности различных физических моделей реально наблюдаемому эффекту филаментации сверхкороткого излучения является весьма актуальным. К настоящему времени известно несколько таких моделей, сформулированных на основе численного исследования уравнений процесса и экспериментальных данных. Наиболее известными из них являются представления филамента как самонаведенного волновода в среде [2, 10, 11], последовательности нелинейных движущихся (динамических) фокусов [12, 13],

* Александр Анатольевич Землянов (zaa@iao.ru); Андрей Дмитриевич Бульгин (b.a.d@iao.ru); Юрий Эльмарович Гейнц (ygeints@iao.ru).

пространственного «солитона» [14], динамически восполняющейся за счет «фотонного резервуара» области [15].

Правильное описание различных сторон эффекта филаментации с помощью перечисленных выше моделей позволяет дать некоторые количественные оценки параметров филамента, таких как координаты начала филаментации, радиус филамента и значение максимальной интенсивности при филаментации [1, 3, 4, 16, 17]. Для оценки более полной картины филаментации к указанному выше набору характеристик филаментации важно добавить длину филамента, угол расходимости всего пучка в целом в течение и после филаментации, угол расходимости светового канала, образующегося после филамента. Данные параметры одиночных филаментов представляют интерес для интерпретации экспериментальных данных, а также для разработки модели множественной филаментации широкоапертурных лазерных пучков [6, 9].

Для более полного понимания явления самофокусировки фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе и создания моделей, удовлетворяющих требованиям современных экспериментов в атмосфере, необходимы новые теоретические разработки. В настоящей статье предпринято исследование роли дифракционных эффектов в формировании и поддержании светового волноводного канала на оси лазерного пучка, при его нестационарной самофокусировке в воздухе. Для этого используется методический подход, основанный на «визуализации» распространения световой волны при помощи дифракционных лучей (траекторий, касательные к которым совпадают с вектором, являющимся отношением вектора Умова–Пойнтинга к интенсивности излучения) [18]. Отметим, что ранее подобный анализ проводился либо для стационарного самовоздействия пучка до филаментации [1, 19], либо в приближении геометрической оптики (эйкональное приближение) [20, 21]. Исследование самофокусировки лазерного импульса на основе дифракционных лучей позволяет лучше понять физические механизмы, определяющие формирование филамента, а также определить применимость известных из научной литературы приближений для исследования такого рода задач.

Уравнения для усредненных по времени дифракционных лучей

Явление самофокусировки в среде рассмотрим на основе представления оптической волны как множества дифракционных лучей. Для этого воспользуемся нелинейным уравнением Шредингера для медленно меняющейся комплексной амплитуды светового поля $E(\mathbf{r}_\perp, \tilde{z}, \tilde{t})$, зависящей от поперечных координат $\mathbf{r}_\perp \equiv (x, y)$; продольной координаты \tilde{z} – дистанции распространения; \tilde{t} – координаты времен-

ного слоя импульса. В дальнейшем будем использовать нормированные переменные: $\mathbf{r}_\perp \equiv \tilde{\mathbf{r}}_\perp / R_0$ – нормированная на начальный радиус пучка поперечная координата; $z \equiv \tilde{z} / L_d$ – нормированная на длину дифракции пучка дистанция распространения; $t = \tilde{t} / t_p$ – нормированное на длительность импульса t_p время; R_0 – начальный радиус пучка. Из нелинейного уравнения Шредингера с точностью до калибровочных преобразований могут быть получены соответствующие уравнения для дифракционных лучей $\mathbf{R}_{\perp,t}$ в пространстве-времени (\mathbf{r}_\perp, z, t) (см. Приложение):

$$\frac{d}{dz} \mathbf{R}_{\perp,t} = \mathbf{s}_{\perp,t}, \quad (1a)$$

$$\frac{d}{dz} \mathbf{s}_{\perp,t} = \mathbf{f}_d + \mathbf{f}_{geom}, \quad (1б)$$

$$\frac{d}{dz} I = -(\nabla_{\perp,t} \mathbf{s}_{\perp,t}) I - \alpha_{NL}(I) I. \quad (1в)$$

Здесь $\mathbf{s}_{\perp,t} = \nabla_{\perp,t} \varphi$ – вектор нормали к волновой поверхности поля U ; φ – фаза комплексного поля U ; $\mathbf{f}_{geom} = \nabla_{\perp,t} n_{NL}$ – геометрооптическая (рефракционная) «сила»; $\nabla_{\perp,t}$ – оператор градиента в пространстве-времени в нормированных переменных; $n_{NL} = k_0 L_d (\tilde{n}_2 - \tilde{n}_p)$; $\alpha_{NL} = \tilde{\alpha}_{NL} L_d$ (L_d – длина дифракции светового пучка);

$$\tilde{n}_2 = \tilde{I}_0 \frac{n_2}{2} \left\{ I + \int_{-\infty}^t dt' \Lambda(t-t') I(t') \right\}$$

– кубичная нелинейность показателя преломления с учетом мгновенной и инерционной составляющих эффекта Керра; $\tilde{n}_p = \text{Re}(m_p)$ – нелинейная добавка к показателю преломления, обусловленная дефокусировкой в плазме; $\tilde{\alpha}_{NL} = \text{Im}(m_p)$ – коэффициент нелинейного поглощения; m_p – комплексный показатель преломления среды; $I = |U|^2$ – нормированная интенсивность лазерного пучка; $U(\mathbf{r}_\perp, z, t)$ – нормированная на свое максимальное значение при $z = 0$ медленно меняющаяся комплексная амплитуда светового поля. Функция \mathbf{f}_d в уравнении (1б) имеет физический смысл «силы дифракции» (см. П.9). В приближении геометрооптической оптики $\mathbf{f}_d = 0$.

Заметим, что уравнения (1) описывают эволюцию лучей, вдоль которых при отсутствии поглощения в среде выполняется закон сохранения энергии в элементарной лучевой трубке [17], локализованной в пространстве-времени (\mathbf{r}_\perp, t) .

Связь между вектором $\mathbf{s}_{\perp,t}$ и полем U устанавливается в нормированных переменных через пространственную поперечную составляющую вектора Умова–Пойнтинга $\mathbf{S} \equiv \mathbf{s}I$:

$$\mathbf{S}_\perp = \frac{\nabla_\perp U U^* - \nabla_\perp U^* U}{2i} = I \nabla_\perp \varphi$$

и временную компоненту вектора \mathbf{S} :

$$S_t = -\sqrt{\frac{L_d}{L_{ds}}} \frac{\left(\frac{\partial U}{\partial t}\right) U^* - \left(\frac{\partial U^*}{\partial t}\right) U}{2i} = -I \sqrt{\frac{L_d}{L_{ds}}} \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad (2)$$

где L_{ds} – характерная длина дисперсионного расплывания импульса.

Для исследования эволюции нормированного пространственного распределения плотности энергии излучения

$$w(\mathbf{r}_\perp, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{I}(\mathbf{r}_\perp, z, t) d\tilde{t} / \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{I}_0(t) d\tilde{t}$$

введем усредненные по времени дифракционные лучи. Уравнения для усредненных лучей следуют из системы (1) и имеют вид (черта над символом обозначает его временное усреднение):

$$\frac{d^2 \bar{\mathbf{R}}_\perp}{dz^2} = \bar{\mathbf{f}}_d + \bar{\mathbf{f}}_{geom} + \bar{\mathbf{f}}_\alpha, \quad (3a)$$

$$\frac{d}{dz} \bar{\omega} = -\int_{-\infty}^{\infty} \alpha_{NL} I \frac{dt}{\sqrt{\pi}} - \int_{-\infty}^{\infty} (\nabla_{\perp,t} \mathbf{s}_{\perp,t}) I \frac{dt}{\sqrt{\pi}}. \quad (3б)$$

Здесь $\bar{\mathbf{f}}_d$ – усредненная по времени сила дифракции, определенная соотношением (П.16г); $\bar{\mathbf{f}}_{geom}$ – усредненная по времени геометрооптическая (рефракционная) сила (П.16а), (П.16б); $\bar{\mathbf{f}}_\alpha$ – диссипативная сила, обусловленная поглощением нелинейной среды (П.16в) и соответствующая силе трения в механике.

Если сравнить данные уравнения с соответствующими уравнениями лучей при стационарной самофокусировке пучка (см., например, [6]), то нетрудно заметить, что в правой части уравнения (3а) присутствует дополнительное слагаемое $\bar{\mathbf{f}}_\alpha$, учитывающее влияние потерь энергии волны в среде на траекторию луча («сила трения»). В правой части уравнения (3б) также появляется новое слагаемое, связанное с локальными фокусировками лучей в различных временных «слоях» импульса излучения.

Для построения лучевых траекторий совместно с системами (1) или (3) решались модельные уравнения (П.1)–(П.3), которые позволяют определить профили амплитуды $A(\mathbf{r}_\perp, z, t)$ и фазы $\varphi(\mathbf{r}_\perp, z, t)$ световой волны, распространяющейся в нелинейной среде. При этом на каждом шаге по эволюционной переменной в узлах расчетной сетки значения векторного поля $\bar{\mathbf{s}}_\perp$ вычислялись по формулам (2), (П.13), (П.14), а затем после линейной аппроксимации находились в каждой точке пространства \mathbf{R}_\perp . Нелинейное уравнение Шредингера (П.1) решалось с опережением на один шаг по z , при этом для корректного решения (3) требовалось наложение дополнительного условия на величину шага Δz из условия непересечения траекторий усредненных дифракционных лучей.

Возможна и упрощенная процедура вычисления лучевых траекторий лазерного импульса в условиях его нестационарной самофокусировки. В литературе известно так называемое геометрооптическое, или «эйкональное», приближение [20, 21]. Оно заключается в пренебрежении «силой дифракции» в уравнении (1а) ($\bar{\mathbf{f}}_d = 0$). Координаты лучей в этом геометрооптическом приближении будем обозначать символом $\bar{\mathbf{r}}_g$. Существует и другое приближение, при котором для учета дифракции при расчете координат лучей используют допущение об автономности поперечного профиля интенсивности [1, 15, 20, 21]. Такое описание будем называть приосевым волновым приближением. Здесь «сила дифракции» $\bar{\mathbf{f}}_d$ оценивается на основе замены реального поперечного распределения амплитуды волны вблизи оси пучка на функцию, имеющую гауссовский профиль с параметрами, зависящими от z . Также пренебрегается «силой трения» ($\bar{\mathbf{f}}_\alpha = 0$). Координаты таких лучей будем обозначать символом $\bar{\mathbf{r}}_w$.

Допускается и несколько иная процедура усреднения по времени дифракционных лучей. При этом выражение для сил в правой части уравнений для лучей записывается через значения сил, усредненных по времени с весовой функцией интенсивности светового поля, – «среднеинтенсивное» усреднение [см. (П.13), (П.6б)].

Введение таких «среднеинтенсивных» лучей является важным с точки зрения сопоставления картины для дифракционных лучей, эволюционирующих вдоль z , для которых в лучевой трубке выполняется закон сохранения энергии, и приближенных вычислений, на которых основана геометрическая интерпретация эффекта стационарной самофокусировки [12]. Также представляет интерес установление связи рассматриваемых «среднеинтенсивных» лучей с результатами построения геометрооптических лучей в различных временных срезах [22]. Уравнение для «среднеинтенсивного» геометрооптического луча $\langle \mathbf{r}_g \rangle$ имеет вид

$$\frac{d^2 \langle \mathbf{r}_g \rangle}{dz^2} = \langle \mathbf{f}_{geom} \rangle. \quad (4)$$

Соответственно уравнение для «среднеинтенсивного» луча $\langle \mathbf{r}_w \rangle$ в приосевом волновом приближении представимо в форме

$$\frac{d^2 \langle \mathbf{r}_w \rangle}{dz^2} = \langle \mathbf{f}_{geom} \rangle + \langle \mathbf{f}_w \rangle, \quad \mathbf{f}_w \equiv \mathbf{f}_d \Big|_{I=I_0 \exp(-|\mathbf{r}_\perp/r_f|^2)}, \quad (5)$$

где r_f – радиус лазерного пучка по e^{-1} от пиковой интенсивности.

Эти приближения были использованы для оценок значений координаты начала филаментации, максимальной интенсивности на оси, радиуса филамента [1, 3, 4]. В работах [20, 21] с помощью приближений (4) и (5) моделировался процесс филаментации, т.е. вычислялись распределения амплитуды и градиента фазы поля $U(\mathbf{r}_\perp, z, t)$. В дальнейшем

проведем сопоставление дифракционных лучей, полученных путем численного решения системы (3), с соответствующими лучами, рассчитанными в геометрооптическом эйкональном и приосевом волновом приближениях.

Обсуждение результатов

На рис. 1–4 приведены результаты численного расчета системы уравнений (П.1), (П.2), (3). В качестве начального профиля пучка выбирался гауссовский профиль по поперечным координатам и времени

$$U(\mathbf{r}_\perp, z, t)|_{z=0} = \exp\left[\left(-|\mathbf{r}_\perp|^2(1 + i/F_0) - t^2\right)/2\right]$$

при начальной пиковой мощности импульса излучения $P_0 = 5P_c$, радиусе пучка $R_0 = 1$ мм, сфокусированного на половину длины дифракции $F_0 \equiv \tilde{F}_0/L_d = 1/2$ ($L_d \equiv k_0 R_0^2$ — длина дифракции для гауссовского профиля), длительности лазерного импульса $t_p = 100$ фс и центральной длине волны лазерного излучения $\lambda_0 = 2\pi n_0/k_0 = 800$ нм.

Из рис. 1, 2 видно, что при своем распространении фемтосекундное лазерное излучение проходит три пространственные зоны: зону керровской самофокусировки, зону филаментации с сопутствующим эффектом плазмообразования и зону бесплазменного распространения, или зону постфиламентации. Рассмотрим по отдельности ход лучей в каждой из этих зон.

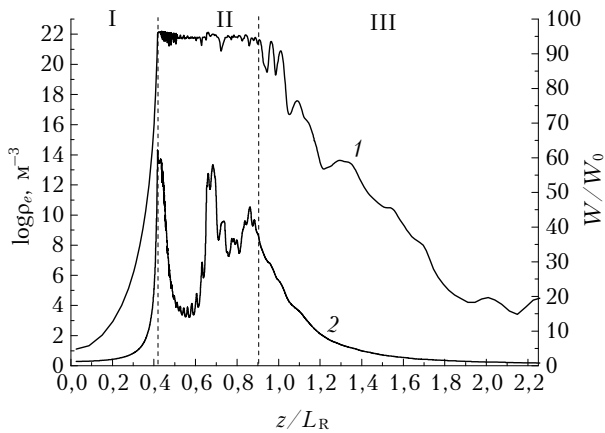


Рис. 1. Концентрация свободных электронов (1) и плотность энергии на оси пучка (2) от дистанции распространения, нормированной на длину Рэлея $L_R \equiv L_d/2$ в трех зонах

В первой зоне под действием светового излучения нелинейная среда становится оптически неоднородной, показатель преломления увеличивается от периферии к центру пучка. Здесь геометрооптические и дифракционные лучи ведут себя практически одинаково (ср. рис. 2–4). Отличия между ними тем меньше, чем больше геометрическая сила, обусловленная в первой зоне керровской фокусировкой, преобладает над дифракционной силой:

$\bar{f}_{geom} \gg \bar{f}_d$. Таким образом, при начальной мощности пучка, значительно превышающей критическое значение P_c , в первой зоне самофокусировки вполне правомерно использование геометрооптического приближения для описания эволюции дифракционных лучей.

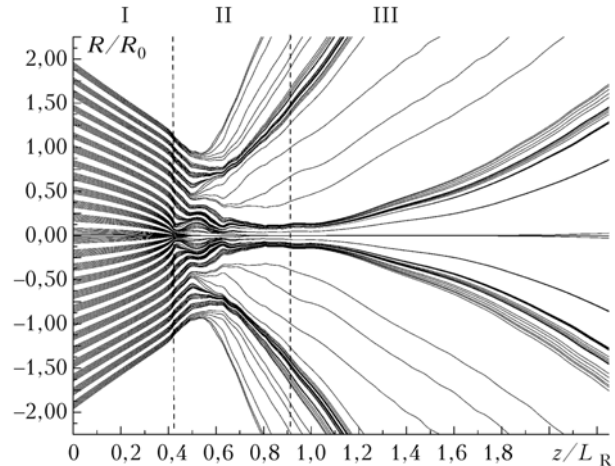


Рис. 2. Траектории дифракционных лучей от дистанции распространения, нормированной на длину Рэлея $L_R \equiv L_d/2$, в трех зонах

Первая зона оканчивается при достижении значения интенсивности лазерного излучения 10^{13} – 10^{14} Вт/см², при котором в воздухе становятся существенными механизмы многофотонной и туннельной ионизации среды. Плазмообразование останавливает рост интенсивности на оси пучка — реализуется остановка коллапса. Вследствие формирования больших значений градиента кривизны функции амплитуды светового поля [т.е. больших сил дифракции, см. (П. 9)] механизм дифракции «размывает» оптические неоднородности размерами порядка длины волны. Формирование больших значений сил дифракции реализуется, главным образом, потому, что рост интенсивности пучка ограничивается механизмом многофотонной ионизации и дефокусировкой в плазме.

Строгий учет дифракции может быть проведен только численным путем. Для аналитических оценок в ряде работ [11, 20, 21] используют самосогласованное геометрооптическое приближение, когда интенсивность, определяющая нелинейные слагаемые в правой части уравнений для лучей, находится не из уравнения Шредингера (П.1), а в соответствии с системой уравнений, имеющих вид типа (П.6б), но без учета дифракционных слагаемых. В таком приближении коллапс пучка останавливается лишь за счет дефокусировки в плазме, противодействующей керровскому сжатию пучка. В приосевом волновом приближении дифракционные эффекты проявляются лишь как малые поправки, которые приводят к небольшому изменению положения нелинейного фокуса.

Результаты расчетов, представленные на рис. 3 и 4, указывают на то, что геометрооптические лучи и лучи, полученные в приосевом волновом прибли-

жени, пересекаются. Отсюда следует, что в области коллапса для лучей не выполняется критерий применимости геометрической оптики $f_{geom} \gg f_d$. Из последнего, в свою очередь, следует, что решение

самосогласованной геометрической оптики не является корректным, даже если выполняется необходимое, но недостаточное условие их применимости, такое как остановка коллапса [20, 21].

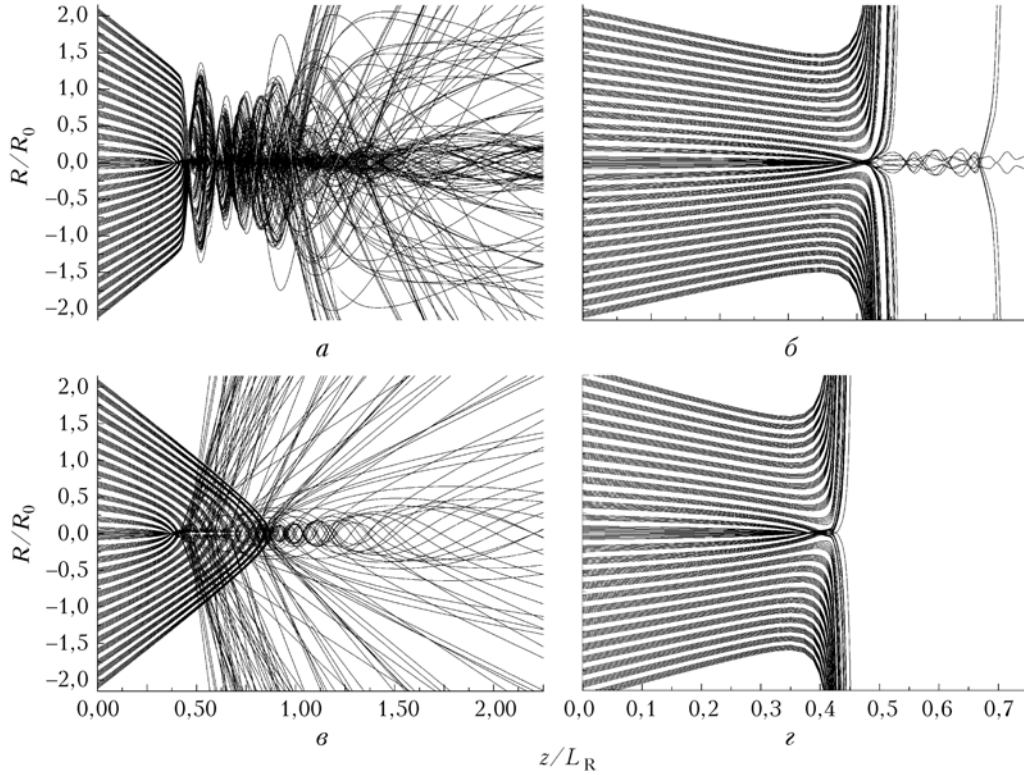


Рис. 3. Траектории геометрических и волновых приосевых лучей в различных приближениях от дистанции распространения, нормированной на длину Рэлея $L_R \equiv L_d/2$: $a - \bar{r}_g$, $б - \bar{r}_w$, $в - \langle r_g \rangle$, $г - \langle r_w \rangle$

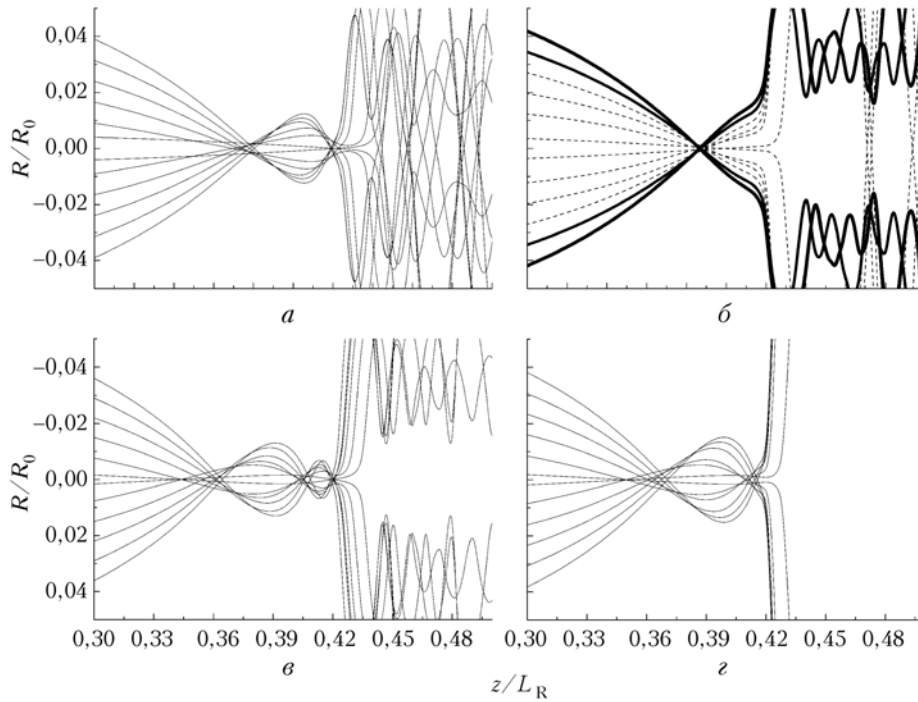


Рис. 4. Траектории геометрических и волновых приосевых лучей в окрестности фокуса в различных приближениях от дистанции распространения, нормированной на длину Рэлея $L_R \equiv L_d/2$: $a - \bar{r}_g$, $б - \bar{r}_w$, $в - \langle r_g \rangle$, $г - \langle r_w \rangle$

Вторая зона самовоздействия соответствует режиму филаментации пучка и характеризуется квазипостоянным уровнем плотности свободных электронов на оси пучка (см. рис. 1). Плотность энергии светового поля при распространении вдоль оси z проходит ряд максимумов и минимумов, где максимумам соответствуют фокусы усредненных дифракционных лучей, видимые на рис. 2. Заметим, что здесь под фокусами мы понимаем такие состояния светового поля, которые соответствуют положениям локального минимума приосевых дифракционных лучей. Из рис. 2 следует, что вблизи оси, начиная с некоторой дистанции, реализуется каналирование лазерного излучения. Выделяющийся световой канал имеет переменный радиус, координаты минимума которого и соответствуют фокусам плотности энергии светового поля. Локализованная по поперечным координатам вблизи оси пучка, протяженная вдоль дистанции распространения энергетическая структура светового поля представляет собой световой филамент.

Из сопоставления рис. 2–4 видна роль силы дифракции. Дифракционные силы, как было отмечено выше, играют существенную роль в остановке коллапса, не давая лучам пересечься на оси. В то же время сила дифракции не позволяет приосевым лучам выйти на периферию после прохождения фокуса из-за дифракционного взаимодействия с периферийными лучами. При таком взаимодействии между выходящими из приосевой области (филамента) лучами и лучами, стремящимися к оси пучка из периферийной области, приосевые лучи приобретают отрицательное значение поперечной компоненты вектора Умова–Пойнтинга, т.е. вектора, направленного к оси пучка. В свою очередь, дифракционные лучи из периферии приобретают положительное значение поперечной компоненты вектора Умова–Пойнтинга. Последнее обстоятельство обеспечивает приращение расходимости пучка в целом и, как следствие, дефокусировку пучка после выхода из глобального фокуса [23].

Таким образом, в результате дифракционного взаимодействия центральной и периферийной частей лазерного пучка формируется устойчивый световой канал вблизи оси пучка. Анализ численных результатов показывает, что филаментацию лазерного пучка с точки зрения дифракционных лучей можно интерпретировать как результат динамического баланса четырех сил для каждого приосевого дифракционного луча: силы керровской фокусировки, силы плазменной дефокусировки, силы дифракции и диссипативной силы.

В некоторой пространственной области, вблизи оси пучка реализуется условие динамического баланса между силами, обусловленными керровской фокусировкой и дефокусировкой в наведенной лазерной плазме [4] (см. рис. 3, б, в и 4, б, в). Так, в [24] для оценки характерных значений интенсивности лазерного излучения в филаменте и его радиуса были использованы геометрическое и волновое приосевое приближения. Эти приближения выполняются для лучей в форме $\vec{f}_w + \vec{f}_{geom} = 0$ (см.

рис. 4, б) или же для лучей, построенных через усредненные по интенсивности силы в геометрическом приближении (см. рис. 4, в) $\langle \vec{f}_{geom} \rangle = 0$, в других приближениях для лучей $\langle \vec{r}_w \rangle$ (см. рис. 3, г и 4, г) и \vec{r}_g (см. рис. 3, а и 4, а) условие баланса не выполняется даже локально.

Третья зона самовоздействия характеризуется процессом разделения двух пространственных лучевых структур: приосевой и периферийной (см. рис. 2). Приосевая часть пучка соответствует направленному световому каналу, имеющему после выхода из зоны филаментации угловую расходимость, меньшую дифракционной. Периферийная структура содержит лучи, расходящиеся под углами к оси пучка, близкими по значению к расходимости пучка в целом после прохождения им глобального фокуса [23]. Данная структура характеризуется наличием радиальных колец в поперечном профиле энергии излучения после филаментации [1, 3]. Центральная часть поперечного профиля плотности энергии в приосевом канале близка к гауссовскому, а переносимая им мощность меньше критической мощности самофокусировки.

Заключение

На основе нелинейного уравнения Шредингера получены уравнения для усредненных по времени дифракционных лучей, соответствующих самовоздействию мощного фемтосекундного лазерного импульса при его филаментации и в постфиламентационном режиме в воздухе.

Проведены численные расчеты и выполнено построение усредненных дифракционных лучей, а также геометрических лучей вдоль трассы распространения. Установлено, что при филаментации дифракционные эффекты играют определяющую роль в формировании светового канала вблизи оси пучка, включающую область филамента. Показано, что используемые в научной литературе геометрическое и приосевое волновое приближения для исследования задачи о самофокусировке фемтосекундного лазерного излучения являются корректными лишь на дистанции, меньшей чем координаты начала филаментации.

Также показано, что соотношения баланса между силами керровской фокусировки и плазменной дефокусировки реализуются лишь для небольшого числа приосевых лучей. Это объясняет правомерность использования балансовой модели образования филамента для оценки значения его пиковой интенсивности и радиуса, но не для моделирования всего процесса филаментации, т.е. нахождения распределения амплитуды и градиента фазы светового поля излучения.

Установлено, что с момента начала филаментации внутри пучка формируются две характерные лучевые структуры: приосевая часть, имеющая после выхода из зоны филаментации угловую расходимость меньше дифракционной, и внешняя часть с характерной расходимостью, соответствующей

расходимости лазерного пучка в целом после прохождения зоны нелинейного фокуса. Данная структура характеризуется наличием радиальных колец в поперечном профиле энергии излучения после филаментации. Поперечный профиль плотности энергии в приосевом канале близок к гауссовскому, а переносимая им мощность меньше критической мощности самофокусировки.

Установлена принципиальная роль дифракционного взаимодействия центральной и периферийной частей лазерного пучка в формировании устойчивого светового канала вблизи оси пучка.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Для моделирования распространения ультракороткого лазерного излучения в воздухе используется нелинейное уравнение Шредингера (НУШ) для нормированной U комплексной амплитуды медленно меняющейся напряженности электромагнитного поля $E(\mathbf{r}_\perp, z, t)$ светового импульса [1, 5]. НУШ учитывает дифракцию пучка, частотную дисперсию групповой скорости импульса, а также основные нелинейные эффекты, сопровождающие распространение и ответственные за амплитудную и фазовую самомодуляцию излучения. В системе координат, связанной с движущимся импульсом, используем НУШ в следующем виде [18]:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} - \frac{i}{2} \nabla_\perp^2 + i \frac{L_d}{L_{ds}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} U(\mathbf{r}_\perp, z; t) - in_{NL}U(\mathbf{r}_\perp, z; t) + \alpha_{NL}U(\mathbf{r}_\perp, z; t) = 0. \quad (\text{П.1})$$

Здесь $U(\mathbf{r}_\perp, z) = E/E_0$, E_0 — максимальная амплитуда огибающей светового импульса при $z = 0$; ∇_\perp^2 — поперечный лапласиан; $k_0 = 2\pi n_0/\lambda_0$ — волновое число; λ_0 — длина волны в вакууме; $L_{ds} = t_p^2/k_\omega''$ — длина дисперсии, $k_\omega'' = \partial^2 k/\partial \omega^2$ (0,21 фс²/см при $\lambda_0 = 800$ нм) — дисперсия групповой скорости светового импульса в воздухе; комплексный показатель преломления среды m_p определяется в соответствии с моделью Друде–Лоренца газа свободных электронов [25]:

$$m_p = m - n_0 = -\frac{\omega_p^2 \tau_c^2}{2n_0(\omega^2 \tau_c^2 + 1)} \left(1 - \frac{i}{\omega \tau_c} \right), \quad (\text{П.2})$$

где $\omega_p = \sqrt{e^2 \rho_e / (m_e \epsilon_0)}$ — плазменная частота; ρ_e — концентрация свободных электронов (плотность плазмы); τ_c — характерное время столкновения свободных электронов с тяжелыми частицами; e , m_e — заряд и масса электрона; ω — частота световой волны; ϵ_0 — универсальная электрическая постоянная. Инерционная составляющая в Керр-эффекте, как известно, связана с конечным временем ориентации анизотропных молекул вещества вдоль вектора электрического поля. Данная инерционность откли-

ка учитывалась нами в рамках модели затухающего осциллятора: $\Lambda(t) = \theta(t) \Omega_R \exp(-t/\tau_d) \sin \Omega_R t$, где для воздуха $\Omega_R = 20$ ТГц — частота колебаний молекулы; $\tau_d = 70$ фс — характерное затухание; $\theta(t)$ — функция Хэвисайда.

Мгновенная плотность свободных электронов в среде может быть определена из скоростного уравнения, учитывающего многофотонный и каскадный механизмы ионизации, а также снижение концентрации электронов за счет их рекомбинации с ионами:

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} = W_I(I)(\rho_{nt} - \rho_e) + \frac{\sigma_c}{n_0 \Delta E_i} \rho_e I - \nu_r \rho_e^2, \quad (\text{П.3})$$

где $W_I(I)$ — скорость фотоионизации среды, определяемая по модели МФИ [25]; ρ_{nt} — плотность нейтральных атомов (молекул); $\sigma_c = \frac{\omega_p^2 \tau_c}{c \rho_e (\omega^2 \tau_c^2 + 1)}$

и ΔE_i — сечение каскадной ионизации и энергия ионизации атома соответственно; ν_r — скорость электрон-ионной рекомбинации. Процедура численного интегрирования НУШ (П.1) проводилась с использованием стандартной методики расщепления по физическим факторам.

Вывод уравнений для траекторий дифракционных лучей основан на представлении медленно меняющейся комплексной амплитуды поля U через ее действительные амплитуду A и фазу φ :

$$U \equiv A e^{i\varphi}. \quad (\text{П.4})$$

Подставляя (П.4) в НУШ (П.1) и разделяя действительную и мнимую части, найдем систему двух связанных уравнений для амплитуды и фазы волны:

$$\frac{\partial}{\partial z} A = -\frac{1}{2} (\nabla_\perp^2 \varphi) A - \nabla_\perp A \nabla_\perp \varphi + \frac{2L_d}{L_{ds}} \frac{\partial}{\partial t} A \frac{\partial}{\partial t} \varphi + \frac{L_d}{L_{ds}} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi \right) A - \frac{1}{2} \alpha_{NL} [I] A, \quad (\text{П.5a})$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \varphi = \frac{(\nabla_\perp^2 A)}{2A} - \frac{L_d/L_{ds}}{2A} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{1}{2} (\nabla_\perp \varphi)^2 + \frac{L_d/L_{ds}}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 + n_{NL} [I]. \quad (\text{П.5б})$$

Введем пространственно-временной вектор нормали к волновому фронту поля светового импульса $\mathbf{s} \equiv (\mathbf{s}_\perp, -(\partial \varphi / \partial t) \sqrt{L_d/L_{ds}})$, где пространственная компонента вектора определена как $\mathbf{s}_\perp \equiv \nabla_\perp \varphi$. Тогда из уравнений (П.5) для \mathbf{s}_\perp и $I = A^2$ найдем

$$\frac{d}{dz} \mathbf{s}_\perp = \mathbf{f}_d [I] + \nabla_\perp n_{NL} [I], \quad (\text{П.6a})$$

$$\frac{d}{dz} I = -(\nabla_{\perp,t} \mathbf{s}_{\perp,t}) I - \alpha_{NL} [I] I. \quad (\text{П.6б})$$

Заметим, что соотношения (П.6) выражают закон преобразования энергии δW в элементарном объеме δV вдоль траектории векторного поля \mathbf{s} :

$$\frac{d}{dz}\delta W = \delta V \frac{d}{dz}I + I \frac{d}{dz}\delta V =$$

$$= -\delta V(\nabla_{\perp,t}\mathbf{s}_{\perp,t} + \alpha_{NL}[I])I + I(\nabla_{\perp,t}\mathbf{s}_{\perp,t}\delta V) = -\delta V\alpha_{NL}[I]I \quad (\text{П.7})$$

при

$$\frac{d}{dz}\mathbf{R}_{\perp,t} = \mathbf{s}_{\perp,t}. \quad (\text{П.8})$$

Здесь полная производная d/dz связана с производной по направлению d/de_s (вдоль направления \mathbf{e}_s луча \mathbf{s}) известным соотношением [26]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} &\equiv \left(\frac{\partial}{\partial z} + \mathbf{s}_{\perp,t}\nabla_{\perp,t} \right) f = |\mathbf{s}| \left(\frac{1}{|\mathbf{s}|} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{|\mathbf{s}|} \mathbf{s}_{\perp,t}\nabla_{\perp,t} \right) f \equiv \\ &\equiv |\mathbf{s}| \lim_{dz \rightarrow 0} \frac{f(\mathbf{r} + \mathbf{s}dz) - f(\mathbf{r})}{|s|dz} = |\mathbf{s}| \frac{d}{de_s} f, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \nabla_{\perp,t} &\equiv (\nabla_{\perp}, \sqrt{L_d/L_{ds}} \partial/\partial t); \\ \mathbf{s}_{\perp,t}\nabla_{\perp,t} &\equiv \mathbf{s}_{\perp}\nabla_{\perp} - (L_d/L_{ds})\partial^2\phi/\partial t^2, \end{aligned}$$

а также введена сила дифракции

$$\mathbf{f}_d = \nabla_{\perp} \left(\frac{(\nabla_{\perp}^2 A)}{2A} - \frac{L_d/L_{ds}}{2A} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \right). \quad (\text{П.9})$$

Перейдем к исследованию интегральных по времени величин, т.е. нормированной на начальное значение плотности энергии светового поля

$$w(\mathbf{r}_{\perp}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} I(\mathbf{r}_{\perp}, z, t) \frac{dt}{\sqrt{\pi}},$$

для которого из (П.5б) следует соотношение

$$\frac{d}{dz}w = - \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_{NL} I \frac{dt}{\sqrt{\pi}} - \int_{-\infty}^{\infty} (\nabla_{\perp,t}\mathbf{s}_{\perp,t}) I \frac{dt}{\sqrt{\pi}}, \quad (\text{П.10})$$

а также векторного поля $\bar{\mathbf{R}}_{\perp}$ в пространстве (x, y) , вдоль которого выполняется соотношение (П.4) в интегральной по времени форме, т.е.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz}\delta_{\perp}W &= -\delta V_{\perp} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \alpha_{NL}[I] I \frac{dt}{\sqrt{\pi}} + \int_{-\infty}^{\infty} (\nabla_{\perp,t}\mathbf{s}_{\perp,t}) I \frac{dt}{\sqrt{\pi}} \right) + \\ &+ w(\nabla_{\perp}\bar{\mathbf{s}}_{\perp}\delta V_{\perp}) = -\delta V_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_{NL}[I] I \frac{dt}{\sqrt{\pi}}. \quad (\text{П.11}) \end{aligned}$$

Из уравнения (П.11) следует соотношение для вектора $\bar{\mathbf{s}}_{\perp}$, определяющего ход усредненных лучей в пространстве $\bar{\mathbf{R}}_{\perp}$:

$$\nabla_{\perp}\bar{\mathbf{s}}_{\perp} = \int_{-\infty}^{\infty} (\nabla_{\perp,t}\mathbf{s}_{\perp,t}) I dt / \int_{-\infty}^{\infty} I(\mathbf{r}_{\perp}, z, t) dt \quad (\text{П.12})$$

Из соотношения (П.12) с точностью до линейной комбинации солиноидального и постоянного векторного поля может быть известным образом [26] определено значение вектор-функции $\bar{\mathbf{s}}_{\perp}$. Учитывая рассматриваемый в данной статье частный случай аксиальной симметрии, из уравнения (П.12) однозначным образом можно определить поле $\bar{\mathbf{s}}_{\perp}$ в точке $\mathbf{r}_{\perp} \equiv \mathbf{e}_r|\mathbf{r}_{\perp}|$ и после интегрирования по частям несложно найти

$$\bar{\mathbf{s}}_{\perp} = \langle \mathbf{s}_{\perp} \rangle_t - \sqrt{2}\mathbf{e}_r \int_0^{|\mathbf{r}_{\perp}|/\sqrt{2}} dx \int_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{s}_{x,t}\nabla_{x,t})(I/\omega) \frac{dt}{\sqrt{\pi}}, \quad (\text{П.13})$$

где введен среднеинтенсивный по времени вектор

$$\langle \mathbf{s}_{\perp} \rangle_t \equiv \int_{-\infty}^{\infty} S_{\perp} \frac{dt}{\sqrt{\pi}} / \omega.$$

Таким образом, уравнения для среднеинтенсивного во времени луча $\bar{\mathbf{R}}_{\perp}$, вдоль которого сохраняется энергия, для консервативного случая имеют вид

$$\frac{d\bar{\mathbf{R}}_{\perp}}{dz} = \bar{\mathbf{s}}_{\perp}. \quad (\text{П.14})$$

Далее, используя (П.14) и дифференцируя по координате z уравнение (П.9), найдем, что

$$\frac{d^2\bar{\mathbf{R}}_{\perp}}{dz^2} = \bar{\mathbf{f}}_d + \bar{\mathbf{f}}_{geom} + \bar{\mathbf{f}}_{\alpha}, \quad (\text{П.15a})$$

$$\frac{d}{dz}w = - \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_{NL}[I] I \frac{dt}{\sqrt{\pi}} - \int_{-\infty}^{\infty} (\nabla_{\perp,t}\mathbf{s}_{\perp,t}) I \frac{dt}{\sqrt{\pi}}, \quad (\text{П.15б})$$

где введено следующее обозначение:

$$\bar{\mathbf{f}}_{geom} = \langle \mathbf{f}_{geom} \rangle - \sqrt{2}\mathbf{e}_r \int_0^{|\mathbf{r}_{\perp}|/\sqrt{2}} dx \int_{-\infty}^{\infty} \nabla_{x,t} n_{NL} \nabla_{x,t} (I/\omega) \frac{dt}{\sqrt{\pi}}, \quad (\text{П.16a})$$

$$\langle \mathbf{f}_{geom} \rangle \equiv \nabla_{\perp} \langle n_{NL}[I] \rangle, \quad (\text{П.16б})$$

$$\bar{\mathbf{f}}_{\alpha} = \langle \mathbf{s}_{\perp} \alpha_{NL}[I] \rangle_t - \langle \mathbf{s}_{\perp} \rangle_t \langle \alpha_{NL}[I] \rangle_t +$$

$$+ \sqrt{2}\mathbf{e}_r \int_0^{|\mathbf{r}_{\perp}|/\sqrt{2}} dx \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{s}_{x,t} \nabla_{x,t} \left((I/\omega) (\alpha_{NL}[I] - \langle \alpha_{NL}[I] \rangle_t) \right) \frac{dt}{\sqrt{\pi}}, \quad (\text{П.16в})$$

$$\bar{\mathbf{f}}_d = \langle \mathbf{f}_d \rangle + \langle \mathbf{s}_{\perp} (\nabla_{\perp,t}\mathbf{s}_{\perp,t}) \rangle - \langle \mathbf{s}_{\perp} \rangle_t \langle (\nabla\mathbf{s}) \rangle -$$

$$- \sqrt{2}\mathbf{e}_r \int_0^{|\mathbf{r}_{\perp}|/\sqrt{2}} dx \left(\int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{f}_d \nabla_x (I/W) \frac{dt}{\sqrt{\pi}} + \right.$$

$$\left. + \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{s}_{x,t} \nabla_{x,t} \left((\nabla_{\perp,t}\mathbf{s} - \langle (\nabla_{\perp,t}\mathbf{s}) \rangle) I/\omega \right) \frac{dt}{\sqrt{\pi}} \right). \quad (\text{П.16г})$$

Из этих соотношений видно, что, во-первых, «сила» \mathbf{f}_{α} отлична от нуля лишь в области, где про-

является поглощение, т.е. при филаментации, где есть плазмообразование. Во-вторых, диссипативная сила f_α играет роль силы трения, обуславливая «сглаживание» движения для лучей в областях их фокусов.

Сила \bar{f}_d обусловлена чисто дифракционными эффектами, т.е. в приближении геометрической оптики (эйкональное приближение) обращается в нуль.

1. *Boyd R.W., Lukishova S.G., Shen Y.R.* Self-focusing: Past and Present // Topics in Appl. Phys. N. Y.: Springer, 2009. V. 114. 605 с.
2. *Аскарьян Г.А.* Воздействие градиента поля интенсивного электромагнитного луча на электроны и атомы // Ж. эксперим. и теор. физ. 1962. V. 42, вып. 6. P. 1567–1570.
3. *Berge L.* Wave collapse in physics: principles and applications to light and plasma waves // Phys. Rep. 1998. V. 303. P. 259–370.
4. *Berge L., Skupin S., Nuter R., Kasparian J., Wolf J.-P.* Ultrashort filaments of light in weakly ionized, optically transparent media // Repts. Progr. Phys. 2007. V. 70, N 10. P. 1633–1713.
5. *Кандидов В.П., Косарева О.Г., Можжев Е.И., Тамаров М.П.* Фемтосекундная нелинейная оптика атмосферы // Оптика атмосфер. и океана. 2000. Т. 13, № 5. С. 429–436.
6. *Kasparian J., Rodriguez M., Mejean G., Yu J., Salmon E., Wille H., Bourayou R., Frey S., Andre Y.-B., Mysyrowicz A., Sauerbrey R., Wolf J.-P., Woste L.* White-light filaments for atmospheric analysis // Science. 2003. V. 301, N 5629. P. 61–64.
7. *Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Кабанов А.М., Матвиенко Г.Г.* Нелинейная фемтосекундная оптика атмосферы. Томск: Изд-во Института оптики атмосферы СО РАН, 2010. 212 с.
8. *Зуев В.Е., Землянов А.А., Копытин Ю.Д.* Нелинейная оптика атмосферы. Л.: Гидрометеониздат, 1989. 256 с.
9. *Wille H., Rodriguez M., Kasparian J., Mondelain D., Yu J., Mysyrowicz A., Sauerbrey R., Wolf J.-P., Woste L.* Teramobile: a mobile femtosecond-terawatt laser and detection system // Eur. Phys. J. Appl. Phys. 2002. V. 20, AP. 20. P.183–190.
10. *Braun A., Korn G., Liu X., Du D., Squier J., Mourou G.* Self-channeling of high-peakpower femtosecond laser pulses in air // Opt. Lett. 1995. V. 20, N 1. P. 73–75.
11. *Ахманов С.А., Сухоруков А.П., Хохлов Р.В.* Самофокусировка и дифракция света в нелинейной среде // Успехи физ. наук. 1967. Т. 93, вып. 1. С. 19–70.
12. *Lugovoi V.N., Prokhorov A.M.* A possible explanation of the smallscale self-focusing filaments // JETP Lett. 1968. V. 7, N 5. P. 117–119.
13. *Brodeur A., Kosareva O.G., Chien C.Y., Ilkov F.A., Kandidov V.P., Chin S.L.* Moving focus in the propagation of ultrashort laser pulses in air // Opt. Lett. 1997. V. 22, N 5. P. 304–306.
14. *Chiao R.Y., Garmire E., Townes C.H.* Self-trapping of optical beams // Phys. Rev. Lett. 1964. V. 13, N 15. P. 479–482.
15. *Mlejnek M., Wright E.M., Moloney J.V.* Power dependence of dynamic spatial replenishment of femtosecond pulses propagating in air // Opt. Express. 1999. V. 4, N 7. P. 223–228.
16. *Marburger J.H.* Self-focusing: theory // Progr. Quantum Electron. 1975. V. 4, N 1. P. 35–110.
17. *Hercher M.* Laser-induced damage in transparent media // J. Opt. Soc. Amer. 1964. V. 54, N 4. P. 563–573.
18. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973. С. 721.
19. *Grow T.D., Ishaaya A.A., Vuong L.T., Gaeta A., Gavish N., Fibich G.* Collapse dynamics of supergaussian beams // Opt. Express. 2006. V. 14. P. 5468–5475.
20. *Tatarinova L.L., Garcia M.E.* Exact solutions of the eikonal equations describing self-focusing in highly nonlinear geometrical optics // Phys. Rev. A. 2008. V. 78. 021806.
21. *Kovalev V.F., Bychenkov V.Yu., Tikhonchuk V.T.* Renormalization-group approach to the problem of light-beam self-focusing // Phys. Rev. A. 2000. V. 61. 033809.
22. *Ting-Ting Xi, Xin Lu, Jie Zhang.* Spatiotemporal moving focus of long femtosecond-laser filaments in air // Phys. Rev. E. 2008. V. 78. 055401.
23. *Землянов А.А., Гейнц Ю.Э.* Спектральные, энергетические и угловые характеристики суперконтинуума, формируемого фемтосекундным лазерным излучением в воздухе // Оптика атмосфер. и океана. 2007. Т. 20, № 1. С. 40–47.
24. *Lange H.R., Grillon G., Ripoche J.-F., Franco M.A., Lamouroux B., Prade B. S., Mysyrowicz A., Nibbering E.T.J., Chiron A.* Anomalous long-range propagation of femtosecond laser pulses through air: moving focus or pulse self-guiding? // Opt. Lett. 1998. V. 23, N 2. P. 120–122.
25. *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. М.: Наука, 1987. 592 с.
26. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1974. 832 с.

A.A. Zemlyanov, A.D. Bulygin, Yu.E. Geints. **Diffraction optics of a light filament generated during self-focusing of femtosecond laser pulse in air.**

The equations for time-averaged diffraction beams describing self-focusing of femtosecond laser radiation in air are derived on a basis of nonlinear Schrodinger equation. It is shown numerically that these beams pass three stages along propagation distance: 1) nonlinear focus formation; 2) light filament; and 3) post-filamentation evolution. The diffraction beams at the second and third stages are characterized by two structures; one of them, localized in a paraxial area, has an angular divergence, less than the diffraction one after output from a filamentation zone. Another structure is a peripheral area with characteristic divergence, corresponding to divergence of the laser beam on the whole after passing through the nonlinear focus zone. The principal role of diffraction interaction between central and peripheral parts of a laser beam in formation of stable light channel near the beam axis is established.