

А.В. Икрамов, И.М. Рощупкин, А.Г. Сафронов

**КРУПНОГАБАРИТНОЕ БИМОРФНОЕ АДАПТИВНОЕ ЗЕРКАЛО:
РАСЧЕТ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ**

Показана эффективность применения крупногабаритного биморфного адаптивного зеркала при компенсации крупномасштабных низкочастотных искажений волнового фронта. Проведено компьютерное моделирование коррекции оптических aberrаций низкого порядка данным зеркалом. Описывается теоретический подход к проблеме адаптивной компенсации искажений. Проведен сравнительный анализ эффективности биморфного крупногабаритного зеркала и адаптивного зеркала с дискретными электромеханическими приводами. Предложен простой и эффективный способ формирования мозаичной биморфной структуры с использованием многослойных пьезоэлементов.

1. Введение

В работе [1] рассматривалась конструкция крупногабаритного биморфного адаптивного зеркала, предназначенного для использования в астрономическом телескопе. Прототипом для его построения послужило зеркало из ситалла, диаметром 3,3 м, с внутренним отверстием 0,5 м, системой пассивной вертикальной и горизонтальной разгрузки, использующее для управления формой 54 электромеханических привода. Оставляя без изменения основу конструкции (систему разгрузки и геометрические размеры), было предложено заменить управляющие электромеханические приводы на сплошной пьезоэлектрический мозаичный слой, набранный из шестиугольных пластин пьезокерамики, толщиной 1 мм, сформированный на тыльной поверхности ситаллового зеркала. Расчетным путем исследовались функции отклика управляющих электродов, влияние изменения температуры окружающей среды на деформированное состояние отражающей поверхности, частотные свойства зеркала.

На рис. 1 показана типичная функция отклика крупногабаритного биморфного адаптивного зеркала при управляющем напряжении 300 В в двух вариантах – изометрическая проекция и линии равного уровня. Величины размаха (PV), СКО (RMS), максимального и минимального значений функций отклика измерены по нормали к отражающей поверхности зеркала. Сегментация управляющих электродов на поверхности пьезокерамики показана на рис. 2. Для частоты первого резонанса адаптивного зеркала было получено значение 1 Гц. Расчетные исследования влияния изменения температуры окружающей среды на деформированное состояние зеркала показали, что при изменении температуры на 1°С смещения отражающей поверхности достигают по размаху 3,96 мкм.

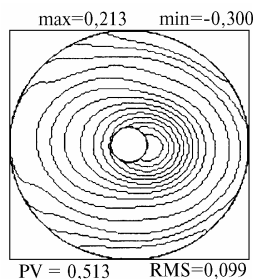


Рис. 1. Типичная функция отклика крупногабаритного биморфного адаптивного зеркала при управляющем напряжении 300 В, для электрода N 1. Величины размаха (PV), среднеквадратичного отклонения (RMS), максимального и минимального значений указаны в микрометрах

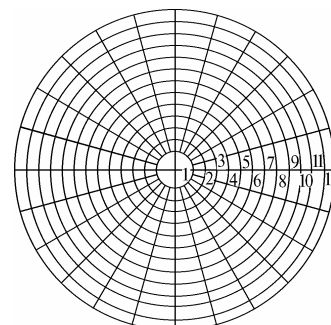


Рис. 2. Сегментация управляющих электродов на поверхности пьезокерамики

Используя полученные результаты [1], рассмотрим эффективность крупногабаритного биморфного адаптивного зеркала, а именно, на сколько хорошо оно устраняет искажения волнового фронта.

2. Теоретический подход к эффективности компенсации искажений волнового фронта

Пусть $W(\mathbf{r})$ – волновой фронт излучения, падающего на адаптивное зеркало, а $\Delta W(\mathbf{r})$ – волновой фронт отраженного излучения. Будем управлять адаптивным зеркалом таким образом, чтобы минимизировать среднеквадратическую остаточную ошибку коррекции σ , т.е.

$$\min_{\{U_i\}_{i=1}^N} \sigma = \min_{\{U_i\}_{i=1}^N} \sqrt{\frac{1}{S_\Omega} \int_{\Omega_a} [\Delta W(\mathbf{r}) - 1/S_\Omega \int_{\Omega_a} \Delta W(\mathbf{r}) d\mathbf{r}]^2 d\mathbf{r}} = \sigma_{\min}, \quad (1)$$

где S_Ω – площадь апертуры адаптивного зеркала; N – количество каналов управления адаптивным зеркалом; U_i – управляющее воздействие в i -м канале управления.

Для отраженного излучения справедливо

$$\Delta W(\mathbf{r}) = W(\mathbf{r}) - \frac{4\pi}{\lambda} \sum_{i=1}^N U_i f_i(\mathbf{r}), \quad (2)$$

где λ – длина волны излучения; $f_i(\mathbf{r})$ – i -я функция отклика при максимальном значении U_i .

В (2) предполагается нормальное (или почти нормальное) падение излучения на адаптивное зеркало, а параметры U_i нормированы на свое максимальное значение, так что выполняется условие:

$$-1 \leq U_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, N. \quad (3)$$

Поскольку волновой фронт определен с точностью до постоянного смещения, то без ограничения общности можно считать, что средние значения всех рассматриваемых функций равны нулю.

Тогда условие минимума среднеквадратической остаточной ошибки коррекции запишется в виде

$$\min_{\{A_i\}_{i=1}^N} \int_{\Omega_a} \left[W(\mathbf{r}) - \sum_{i=1}^N A_i f_i(\mathbf{r}) \right]^2 d\mathbf{r}, \quad (4)$$

где $A_i = (4\pi/\lambda) U_i$, $i = 1, \dots, N$.

Представим $W(\mathbf{r})$ в виде ряда по полиномам Цернике $Z_i(\mathbf{r})$ [1]. На практике достаточно учитывать несколько первых членов разложения. Пусть M – число полиномов Цернике, достаточное для представления функции $W(\mathbf{r})$ и $M > N$. Тогда

$$W(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^M \alpha_i Z_i(\mathbf{r}); \quad (5)$$

$$\alpha_i = \int_{\Omega_a} W(\mathbf{r}) Z_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (6)$$

Таким образом, мы имеем вектор

$$\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_M), \quad (7)$$

описывающий падающий волновой фронт.

Каждую из N функций отклика $f_i(\mathbf{r})$ также разложим в аналогичный ряд

$$f_i(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^M F_{ij} Z_j(\mathbf{r}), \quad j = 1, \dots, N. \quad (8)$$

Следовательно, мы имеем N векторов \mathbf{F}_j :

$$\mathbf{F}_j = (F_{1j}, \dots, F_{Mj}), j = 1, \dots, N, \quad (9)$$

каждый из которых описывает конкретную функцию отклика.

Возвращаясь к выражению (2), перепишем его в виде

$$\Delta = \alpha - \hat{F} \mathbf{A}, \quad (10)$$

где

$$\Delta = (\Delta_1, \dots, \Delta_M) \quad (11)$$

– вектор, описывающий отраженное излучение с волновым фронтом $\Delta W(\mathbf{r})$, причем

$$\Delta W(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^M \Delta_i Z_i(\mathbf{r}), \quad (12)$$

$$\mathbf{A} = (A_1, \dots, A_N) \quad (13)$$

– вектор, описывающий управляющие воздействия;

$$\hat{F} = \begin{pmatrix} F_{11} & \dots & F_{1N} \\ \dots & \dots & \dots \\ F_{M1} & \dots & F_{MN} \end{pmatrix} \quad (14)$$

– матрица, столбцами которой являются векторы \mathbf{F}_j .

Условие (4) перепишется в виде

$$\min \sum_{i=1}^M \Delta_i^2, \quad (15)$$

где минимум подразумевается по всем возможным значениям вектора \mathbf{A} . Очевидно, условие (15) можно записать как

$$\frac{\partial}{\partial A_k} \sum_{i=1}^M \Delta_i^2 = 0, k = 1, \dots, N. \quad (16)$$

Учитывая (10), получаем систему дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial}{\partial A_k} \sum_{i=1}^M (\alpha_i - \sum_{j=1}^N F_{ij} A_j)^2 = 0, k = 1, \dots, N. \quad (17)$$

Проводя дифференцирование, получим систему линейных уравнений

$$\sum_{i=1}^M (\alpha_i - \sum_{j=1}^N F_{ij} A_j) F_{ik} = 0, k = 1, \dots, N \quad (18)$$

относительно неизвестных $A_j, j = 1, \dots, N$. Решив (18), мы, очевидно, найдем вектор

$$\mathbf{A}_0 = (A_{01}, \dots, A_{0N}), \quad (19)$$

при котором выполняется (15).

Заметим, что множество решений системы (18) зависит от соотношения между числом функций отклика N и количеством полиномов Цернике M . Если $N > M$, то (18) не имеет единственного решения. Покажем это. Перепишем (18) в виде

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N F_{ij} A_j F_{ik} = \sum_{i=1}^M \alpha_i F_{ik}, k = 1, \dots, N. \quad (20)$$

Изменяя порядок суммирования в левой части, получим

$$\sum_{j=1}^N A_j \sum_{i=1}^M F_{ik} F_{ij} = \sum_{i=1}^M \alpha_i F_{ik}, \quad k = 1, \dots, N. \quad (21)$$

Вспомним, что \mathbf{F}_k – M -мерный вектор с координатами в ортонормированном базисе Z_j , $j = 1, \dots, M$, см. (9). Тогда скалярное произведение двух векторов запишется как

$$(\mathbf{F}_k, \mathbf{F}_j) = \sum_{i=1}^M F_{ik} F_{ij}. \quad (22)$$

Следовательно, из (20) имеем

$$\sum_{j=1}^N (\mathbf{F}_k, \mathbf{F}_j) A_j = \sum_{i=1}^M \alpha_i F_{ik}, \quad k = 1, \dots, N. \quad (23)$$

Основная матрица линейной системы уравнений (23) будет иметь следующий вид:

$$\begin{pmatrix} (\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_1) & \dots & (\mathbf{F}_1, \mathbf{F}^M) \\ \dots & \dots & \dots \\ (\mathbf{F}^M, \mathbf{F}_1) & \dots & (\mathbf{F}^M, \mathbf{F}^M) \end{pmatrix}. \quad (24)$$

Очевидно, что в рассматриваемом случае ($N > M$) система векторов \mathbf{F}_j , $j = 1, \dots, N$ линейно зависима, поскольку размерность ортонормированного базиса Z_j , $i = 1, \dots, M$ равна M . Это означает, что хотя бы один из векторов \mathbf{F}_j можно представить в виде линейной комбинации остальных. Пусть это будет вектор

$$\mathbf{F}_n = p_1 \mathbf{F}_1 + \dots + p_{n-1} \mathbf{F}_{n-1} + p_{n+1} \mathbf{F}_{n+1} + \dots + p_N \mathbf{F}_N = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^N p_i \mathbf{F}_i, \quad (25)$$

где p_i ; $i = 1, \dots, N$; $i \neq n$ – коэффициенты линейной комбинации. Тогда матрица (24) переписется в виде

$$\begin{pmatrix} (\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_1) & \dots & (\mathbf{F}_1, \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^N p_i \mathbf{F}_i) & \dots & (\mathbf{F}_1, \mathbf{F}^M) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ (\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^N p_i \mathbf{F}_i, \mathbf{F}_1) & \dots & (\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^N p_i \mathbf{F}_i, [\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^N p_i \mathbf{F}_i]) & \dots & (\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^N p_i \mathbf{F}_i, \mathbf{F}^M) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ (\mathbf{F}^M, \mathbf{F}_1) & \dots & (\mathbf{F}^M, \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^N p_i \mathbf{F}_i) & \dots & (\mathbf{F}^M, \mathbf{F}^M) \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Вынося p_i за знак скалярного произведения, n -ю строку матрицы (26) преобразуем к виду

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^N p_i (\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_1) \dots \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^N p_i (\mathbf{F}_i, [\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^N p_i \mathbf{F}_i]) \dots \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^N p_i (\mathbf{F}_i, \mathbf{F}^M). \quad (27)$$

Выражение (27) есть не что иное, как линейная комбинация строк матрицы (26). Следовательно, определитель матрицы (24) при $N > M$ равен нулю. И следовательно, система (18) в этом случае не имеет единственного решения.

Очевидно, при $N = M$ система (18) будет иметь единственное решение, причем

$$\min_A \sum_{i=1}^M \Delta_i^2 = 0. \quad (28)$$

В этом случае мы найдем вектор-решение A_0 , но ничего не сможем сказать о точности компенсации.

При $N < M$ система (18) также будет иметь единственное решение, зная которое, можно вычислить (15) и определить минимальную ошибку компенсации.

3. Компьютерное моделирование

При компьютерном моделировании искажения излучения, падающего на адаптивное зеркало, задавались в виде модельных волновых фронтов, описываемых отдельными полиномами Цернике, а именно:

- дефокусировкой $C_4 \sqrt{3} (2r^2 - 1)$;
- астигматизмом $C_6 \sqrt{6} r^2 \cos 2\Theta$;
- комой $C_8 \sqrt{8} (3r^3 - 2r) \cos \Theta$;
- трилистником $C_{10} \sqrt{8} r^3 \cos 3\Theta$;
- сферической аберрацией $C_{11} \sqrt{5} (6r^4 - 6r^2 + 1)$.

Мы рассматривали аберрации только в косинус-представлении, поскольку при нашей сегментации управляющих электродов в силу симметрии задачи результаты для синус-представления будут аналогичны.

Для рассматриваемого крупногабаритного биморфного адаптивного зеркала число функций отклика N равно 288. Мы использовали при разложении функций 55 полиномов Цернике. Причем при численном решении системы (18) использовалась симметрия задачи для уменьшения числа функций отклика (т. е. для выполнения условия $N < M$). В силу осевой симметрии дефокусировки и сферической аберрации ясно, что при оптимальной компенсации управляющие напряжения на электродах одного кольца будут равны. Поэтому для этих аберраций управляющих электродов было 12, т. е. электроды одного кольца <коммутировались> между собой, образуя один электрод. Следовательно, условие $N < M$ выполняется и можно найти остаточную ошибку компенсации.

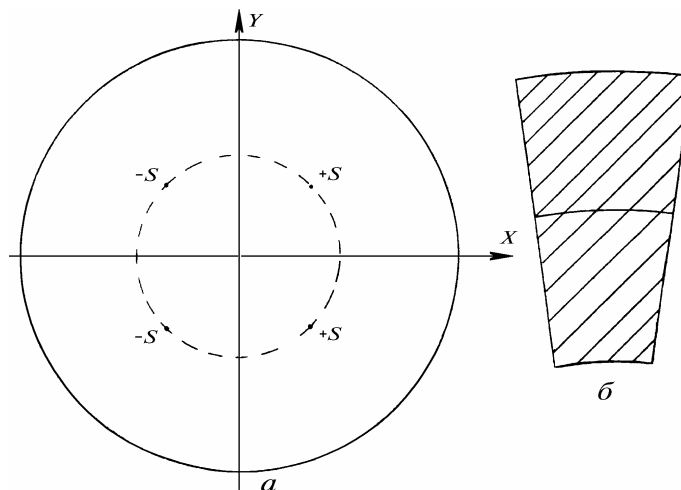


Рис. 3. Симметрия комы (а) и вид управляющего электрода при компенсации (б)

При компенсации комы использовалась симметрия этой аберрации с учетом знака деформации отражающей поверхности зеркала (рис. 3, а). Из рисунка видно, что если в некоторой точке поверхности, соответствующей коме, деформация равна $+S$, то тем самым известна деформация еще в трех точках, сопряженных с данной. Следовательно, число электродов можно уменьшить в 4 раза. Для выполнения условия $N < M$ в этом случае достаточно <закоммутиро-

вать> электроды, как показано на рис. 3, б, при этом результаты компенсации, по всей вероятности, снизятся. Число электродов в случае комы составляло 36.

При компенсации астигматизма также учитывалась симметрия этой aberrации с учетом знака деформаций. Число управляющих электродов составило 36, т. е. условие $N < M$ по-прежнему справедливо.

Симметрия трилистника с учетом знака позволяет свести число электродов к 24, что также обеспечивает выполнение условия $N < M$.

На рис. 4 показаны результаты коррекции перечисленных aberrаций с применением крупногабаритного биморфного адаптивного зеркала при нормальном падении излучения. Максимальное управляющее напряжение, использованное при коррекции, равно ± 300 В.

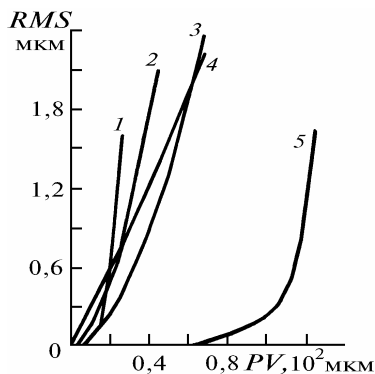


Рис. 4. Среднеквадратическая остаточная ошибка компенсации (RMS) aberrаций 3-го порядка крупногабаритным биморфным адаптивным зеркалом в зависимости от размаха (PV) aberrаций: 1–сферическая aberrация; 2–трилистник; 3–астигматизм; 4–кома; 5–дефокусировка

В таблице представлены максимальные значения размаха (PV) aberrаций 3-го порядка, при компенсации которых с помощью рассмотренного зеркала среднеквадратическая ошибка не превышает $\lambda/20$ ($\lambda = 0,55$ мкм). Указано также количество управляющих электродов для каждой aberrации.

Т а б л и ц а

Название aberrации	Форма представления	PV для адаптивного зеркала с 54-мя приводами, мкм	Биморфное адаптивное зеркало	
			PV, мкм	Количество электродов при компенсации
Дефокусировка	$C_4 \sqrt{3} (2r^2 - 1)$	2,4	69	12
Астигматизм	$C_6 \sqrt{6} r^2 \cos 2\theta$;	9,1	7,2	36
Кома	$C_8 \sqrt{8} (3r^3 - 2r) \cos \theta$;	1,1	1	36
Трилистник	$C_{10} \sqrt{8} r^3 \cos 3\theta$;	–	4,8	24
Сферическая aberrация	$C_{11} \sqrt{5} (6r^4 - 6r^2 + 1)$	0,3	8,5	12

Для сравнения в таблице приведены аналогичные данные для адаптивного зеркала с 54-мя электромеханическими приводами, полученные ранее.

4. Обсуждение результатов

Известно, что наибольшими возможностями крупногабаритное биморфное зеркало обладает при компенсации осесимметричных aberrаций – дефокусировки и сферической aberrации. Коррекция трилистника, астигматизма и комы менее эффективна и составляет несколько микрометров. Заметим также, что в наших исследованиях максимальные напряжения на управляющих электродах не превышали ± 300 В, хотя для данной пьезокерамики, толщиной 1 мм, это не предел. При больших управляющих напряжениях деформации отражающей поверхности крупногабаритного биморфного адаптивного зеркала, естественно, будут выше, а следовательно, и коррекция искажений эффективнее. Мы использовали для управления зер-

калом напряжения до ± 300 В лишь потому, что, как нам представляется, при больших напряжениях возникают сложности при построении системы управления.

Интересно сравнить полученные результаты с приведенными выше данными для аналогичного крупногабаритного зеркала с 54-мя электро-механическими приводами. Результаты коррекции для двух зеркал сопоставимы лишь в случае астигматизма и комы. При компенсации дефокусировки и сферической аберрации преимущество биморфного зеркала весьма существенно.

Напомним, что результаты, приведенные в данной статье и работе [1], говорящие о высокой эффективности крупногабаритного биморфного адаптивного зеркала при компенсации крупномасштабных низкочастотных искажений волнового фронта, получены для управляющего мозаичного пьезоэлектрического слоя, толщиной 1 мм (при толщине зеркальной пластины 78 мм). Подобное соотношение толщин, по всей видимости, не оптимально и было выбрано лишь для демонстрации возможностей крупногабаритного биморфного адаптивного зеркала. Предлагалось использовать многослойную мозаичную пьезоэлектрическую структуру для понижения управляющего напряжения. Очевидно, подобный подход может быть применен и для набора оптимальной толщины пьезоэлектрической структуры.

Здесь мы бы хотели привести еще один вариант формирования пьезоэлектрической структуры крупногабаритного зеркала телескопа. Он заключается в следующем. По-прежнему используется один мозаичный пьезоэлектрический слой, толщина которого предварительно оптимизирована для заданной толщины зеркальной пластины по критерию максимума управляемых деформаций отражающей поверхности. Однако сами элементы выполняются в виде многослойной композиции с возможно меньшей толщиной пьезоэлектрической пленки и оптимизированной общей толщиной. Авторы знакомы с отдельными экспериментами, в которых использовалась толщина пленок порядка 20–40 мкм. Элемент может быть запрессован в пластик, наподобие описанной нами ранее конструкции пьезоприводов [2]. Такие элементы весьма удобны при эксплуатации и сформировать на их основе мозаичную пьезоэлектрическую структуру крупногабаритного зеркала телескопа не составляет труда. Вероятно, поперечный размер такого многослойного элемента может составлять порядка 50 мм (что соответствует типичному диаметру промышленных пьезопластин), а предельное управляющее напряжение – несколько десятков вольт. При формировании мозаичной пьезоэлектрической структуры на обратной стороне крупногабаритного зеркала не обязательно соединять отдельные элементы между собой: достаточно обеспечить минимальные зазоры между соседними элементами для наибольшего заполнения обратной поверхности зеркала.

Нам представляется, что подобная конструкция крупногабаритного биморфного зеркала будет обеспечивать весьма высокую амплитуду управляемых деформаций отражающей поверхности. Однако для получения конкретных численных оценок требуются дополнительные компьютерные расчеты.

1. Воронцов М.А., Шмальгаузен В.И. Принципы адаптивной оптики. М.: Наука, 1985. 336 с.
2. Икрамов А.В., Романов С.В., Рощупкин И.М. и др. // ОМП. 1992. N 5. С. 60–63.

Научно-производственное объединение "КОМПОЗИТ"
г. Калининград Московской области

Поступила в редакцию
30 марта 1993 г.

A. V. Ikramov, I. M. Roshchupkin, A. G. Safronov. **Large Aperture Bimorph Adaptive Mirror: Computer Simulation of the Construction.**

Computation of the application efficiency of the large bimorph adaptive mirror application to compensating the large scale low frequency distortions of the wave front is demonstrated. Computer simulation of the low order optical aberrations correction by the mirror is conducted. A theoretical approach to problem on adaptive compensation of distortions is described. A comparison of efficiencies of the large bimorph mirror and one with discrete electromechanical actuators is performed. A simple and efficient method of mosaic bimorph structure forming with use of multilayer piezoelements is suggested.