

УДК 535.016

## Определение статистических моментов уклонов морской поверхности оптическими сканерами

А.С. Запевалов\*

Морской гидрофизический институт РАН  
299011, г. Севастополь, ул. Капитанская, 2

Поступила в редакцию 24.10.2016 г.

Анализируется возможность определения асимметрии и эксцесса распределения уклонов морской поверхности по данным измерений оптическими сканерами космического базирования. Показано, что эти данные не позволяют точно восстановить значения асимметрии и эксцесса. Ограничения точности обусловлены двумя факторами: эмпирическая плотность вероятностей уклонов, построенная по данным оптических сканеров, определена в ограниченной области изменений уклонов; используемая при расчетах модель Кокса—Манка также определена в ограниченной области.

**Ключевые слова:** уклоны морской поверхности, асимметрия, эксцесс, оптические сканеры, солнечный свет; sea surface slopes, skewness, kurtosis, optical scanners, sunlight.

### Введение

В настоящее время широкое распространение получили методы измерений уклонов морской поверхности с помощью размещенной на космических аппаратах (КА) оптической аппаратуры, основанные на регистрации отраженного поверхностью солнечного света [1, 2]. Подобные измерения относятся к классу косвенных измерений, и достоверность полученных с их помощью данных зависит от корректности моделей, описывающих формирование оптического сигнала, в том числе от корректности описания распределения уклонов морской поверхности [3].

Регистрируемый оптическим сканером сигнал формируется благодаря некоторым физическим механизмам, включая отражение солнечного света морской поверхностью, рассеяние солнечного света атмосферой, а также рассеяние в сторону сканера из водной толщи солнечного света, прошедшего через границу атмосфера—океан [4, 5].

Определение уклонов морской поверхности осуществляется в рамках предположений о том, что регистрируемый на борту КА сигнал сформирован в результате отражения от поверхности в сторону КА прямого солнечного излучения и эффекты, связанные с прохождением света через атмосферу, малы и могут быть скорректированы [6–8]. В этом случае доминирует механизм зеркального отражения и сигнал оптического сканера прямо пропорционален плотности вероятностей уклонов, отражающих солнечный свет в направлении КА [9].

Если сигнал оптического сканера определяется площадками морской поверхности с большими уклонами и маленькими значениями плотности их

вероятностей, то влияние атмосферы заметно возрастает. Такие ситуации имеют место при отражении солнечного света от участков морской поверхности, удаленных от зоны блика. Это ограничивает возможность измерений в области больших уклонов, что, в свою очередь, приводит к ошибкам определения статистических моментов уклонов. Анализ указанных ошибок является целью настоящей работы.

### Эмпирические распределения уклонов морской поверхности

При дистанционном зондировании морской поверхности эмпирические распределения уклонов рассчитываются на основе двулучевой функции отражательной способности. Эта функция, равная отношению отраженной яркости к падающей освещенности на поверхности, описывается выражением [2]:

$$F = \Phi(\theta_s, \varphi_s, \theta_r, \varphi_r) Fr(\theta_s, \varphi_s, \theta_r, \varphi_r) P(\xi_x, \xi_y), \quad (1)$$

где

$$\Phi = \pi / \left( 4 \cos \theta_r \cos \theta_s \cos^4 \left( \arctg \left( \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2} \right) \right) \right)$$

— геометрический коэффициент;  $Fr$  — коэффициент отражения яркости Френеля;  $\theta_s$  и  $\varphi_s$  — зенитный и азимутальный углы падающего света;  $\theta_r$  и  $\varphi_r$  — зенитный и азимутальный углы света, отраженного в сторону спутника;  $P(\xi_x, \xi_y)$  — двумерная плотность вероятности уклонов поверхности,  $\xi_x, \xi_y$  — проекции вектора уклона  $\xi$  на ортогональные оси  $OX$  и  $OY$ .

В [2] проанализированы характеристики эмпирических распределений поперечной  $\xi_c$  и продольной  $\xi_u$  относительно направления ветра компонент

\* Александр Сергеевич Запевалов (sevzepter@mail.ru).

уклонов морской поверхности. Установлено, что на «крыльях» распределения имеет место значительный разброс эмпирических оценок плотности вероятностей компонент уклонов ([2], рис. 4). Высокий уровень шума на «крыльях» распределения также был отмечен в [1], где плотность вероятности было предложено описывать суммой двух составляющих, одна из которых является константой.

Таким образом, достоверные оценки распределений уклонов могут быть получены только для диапазонов, в которых значения компонент уклонов не превышают некоторого критического порога  $\xi_0$ . Для эмпирических плотностей вероятностей  $P_e(\xi_c)$  и  $P_e(\xi_u)$  значения параметра  $\xi_0$  в основном удовлетворяют условиям  $\xi_{0c} < (2,5 \div 3)\sigma_c$  и  $\xi_{0u} < (2,5 \div 3)\sigma_u$ , где  $\sigma_c^2$  и  $\sigma_u^2$  – дисперсии поперечной и продольной компонент уклонов [2].

## Восстановление статистических моментов

Нелинейные процессы в поле морских поверхностных волн приводят к отклонению распределения уклонов от распределения Гаусса [10, 11]. Несмотря на то, что отклонения невелики, они играют важную роль в моделях отражения света морской поверхностью [12, 13]. Плотность вероятностей случайных квазигауссовых переменных описывается с помощью моделей, построенных на основе рядов Грама–Шарлье [14].

Двумерная модель, описывающая распределения продольной и поперечной компонент уклонов, построенная на основе рядов Грама–Шарлье, была предложена в работе [15]. По именам авторов она получила название модель Кокса–Манка:

$$P_{CM}(\xi_c, \xi_u) = P_G(\xi_c, \xi_u) \times \\ \times \left[ 1 - \frac{1}{2} C_{21} H_2(\tilde{\xi}_c) H_1(\tilde{\xi}_u) - \frac{1}{6} C_{03} H_3(\tilde{\xi}_u) + \frac{1}{24} C_{40} H_4(\tilde{\xi}_c) + \right. \\ \left. + \frac{1}{4} C_{22} H_2(\tilde{\xi}_c) H_2(\tilde{\xi}_u) + \frac{1}{24} C_{04} H_4(\tilde{\xi}_u) \right], \quad (2)$$

где  $\tilde{\xi}_c = \xi_c / \sigma_c$ ;  $\tilde{\xi}_u = \xi_u / \sigma_u$ ;  $H_n$  – ортогональные полиномы Эрмита порядка  $n$ ;  $C_{ij}$  – коэффициенты ряда Грама–Шарлье. Первый индекс коэффициента  $C_{ij}$  соответствует поперечной компоненте уклона, второй – продольной.

В натурных экспериментах очень сложно определить статистические моменты старше четвертого порядка. Поэтому в модели  $P_{CM}(\xi_c, \xi_u)$  используются только первые члены ряда Грама–Шарлье. Как следствие, модель описывает распределения уклонов только в ограниченной области их изменения, когда выполняются условия [15]:

$$-2,5\sigma_c < \xi_c < 2,5\sigma_c, \quad -2,5\sigma_u < \xi_u < 2,5\sigma_u. \quad (3)$$

За пределами области (3) могут появляться отрицательные значения  $P_{CM}(\xi_c, \xi_u)$ .

Расчет статистических характеристик уклонов морской поверхности в [2] осуществлялся подбором семи параметров ( $\sigma_c, \sigma_u, C_{03}, C_{04}, C_{40}, C_{21}, C_{22}$ ) путем минимизации расхождений между эмпирическими плотностями вероятностей и моделью Кокса–Манка. Указанная процедура возможна только в пределах области, где определена модель  $P_{CM}(\xi_c, \xi_u)$  и построена эмпирическая плотность вероятностей уклонов морской поверхности. Таким образом, подгонка модели осуществляется только в ограниченной области изменений уклонов, что приводит к ошибкам расчета их статистических моментов. Значения асимметрии и эксцесса компонент уклонов, полученные на основе усеченных распределений, зависят от граничных точек этих распределений [14].

Оценим, как изменения граничных точек распределения влияют на величины асимметрии и эксцесса. Для этого рассмотрим модель распределения продольной компоненты уклонов. Компоненты уклонов  $\xi_c$  и  $\xi_u$  между собой не коррелированы. Для гауссова волнового поля это означает их статистическую независимость. В поле морских волн, в силу слабых нелинейных эффектов, возникают отклонения от распределения Гаусса. Но поскольку нелинейные эффекты слабые, то отклонения невелики и коэффициенты  $C_{21}$  и  $C_{22}$  малы, что подтверждают данные измерений [2, 10]. Поэтому в первом приближении будем полагать, что смешанными моментами можно пренебречь и модель распределения продольной компоненты уклонов можно представить в виде

$$\tilde{P}_{CM}(\tilde{\xi}_u) = P_G(\tilde{\xi}_u) \left[ 1 - \frac{C_{03}}{6} H_3(\tilde{\xi}_u) + \frac{C_{04}}{24} H_4(\tilde{\xi}_u) \right]. \quad (4)$$

Следовательно, статистические моменты порядка  $n$  для  $\tilde{\xi}_u$  равны

$$\mu_{CMn} = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\xi}_u^n \tilde{P}_{CM}(\tilde{\xi}_u) d\tilde{\xi}_u. \quad (5)$$

Если формально рассчитать моменты  $\mu_{CM3}$  и  $\mu_{CM4}$  для  $\tilde{\xi}_u$ , интегрируя в пределах от  $-\infty$  до  $\infty$  и не обращая внимания на отрицательные значения  $\tilde{P}_{CM}(\tilde{\xi})$ , то  $C_{03} = \mu_{CM3}$  и  $C_{04} = \mu_{CM4} - 3$ . Однако эта процедура не является корректной, потому что модель не определена за пределами области (3). Если в (5) привести пределы интегрирования в соответствие с (3), то при  $C_{03} = -0,2$  и  $C_{04} = 0,2$  получаем  $\mu_{CM3} = -0,04$  и  $\mu_{CM4} = 2,72$ . Расхождения с коэффициентами  $C_{03}$  и  $C_{04}$  не только количественные, но и качественные, так как эксцесс модели  $\tilde{P}_{CM}(\tilde{\xi})$ , равный  $\mu_{CM4} - 3$ , оказывается отрицательным. Следует добавить, что эксцесс усеченного распределения Гаусса не равен нулю.

## Модели плотности вероятностей компонент уклонов

Экстраполируем модель плотности вероятностей уклонов за пределы области (3). Для этого

воспользуемся предложенной в [16] комбинированной моделью, которая в области (3) близка к распределению Грама–Шарлье, а за ее пределами приближается к распределению Гаусса:

$$\tilde{P}_C(\xi) = P_G(\xi) \left\{ 1 + \left[ -\frac{C_{03}}{6} H_3(\xi) + \frac{C_{04}}{24} H_4(\xi) \right] F(\xi) \right\}, \quad (6)$$

где функция  $F$  играет роль фильтра.

В качестве фильтра  $F$  используется двухпараметрическая функция

$$F(\xi) = \exp \left[ -\left( \frac{|\xi|}{d} \right)^m \right], \quad (7)$$

где параметр  $d$  определяет область, внутри которой  $\tilde{P}_C(\xi) \approx \tilde{P}_{CM}(\xi)$ ; а параметр  $m$  определяет скорость, с которой модель  $\tilde{P}_C(\xi)$  приближается к распределению Гаусса за пределами этой области.

Анализ полученных в разных экспериментах статистических характеристик уклонов морской поверхности показал их сильную изменчивость [10]. Значения параметра  $C_{03}$  зависят от скорости ветра и при скорости ветра, не превышающей 15 м/с, в основном лежат в пределах от 0 до  $-0,4$ . Значения параметра  $C_{04}$  от скорости ветра не зависят; по данным измерений лазерным уклонометром  $C_{04} = 0,43 \pm 0,46$ .

Модели  $\tilde{P}_{CM}(\xi)$  и  $\tilde{P}_C(\xi)$ , построенные при  $C_{03} = -0,3$  и  $C_{04} = 0,2$ , представлены на рис. 1. Выбраны параметры фильтра  $d = 3,5$  и  $m = 3$ . Чтобы оценить различие моделей в областях, где плотность вероятностей мала, на рис. 1 приведены их отношения. Видно, что в области (3) модели  $\tilde{P}_{CM}(\xi)$  и  $\tilde{P}_C(\xi)$  практически совпадают; за пределами этой области при  $\xi < -3$  модель  $\tilde{P}_{CM}(\xi)$  принимает отрицательные значения.

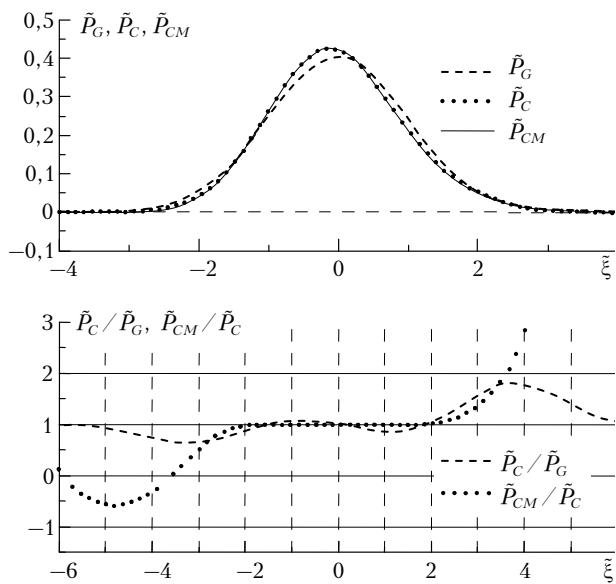


Рис. 1. Модели плотности вероятностей продольной компоненты уклонов морской поверхности  $\tilde{P}_{CM}(\xi)$ ,  $\tilde{P}_C(\xi)$  и  $\tilde{P}_G(\xi)$

Используя модель  $\tilde{P}_C(\xi)$ , оценим, как изменения границ области, для которой рассчитываются статистические моменты, влияют на их величину (рис. 2):

$$\mu_{Cn} = \int_{-b}^b \xi^n \tilde{P}_C(\xi) d\xi. \quad (8)$$

Численные значения параметров  $C_{03}$  и  $C_{04}$ , при которых построена модель  $\tilde{P}_C(\xi)$ , и значения рассчитанных для нее моментов  $\mu_{C3}(b = 6)$  и  $\mu_{C4}(b = 6)$  приведены в таблице.

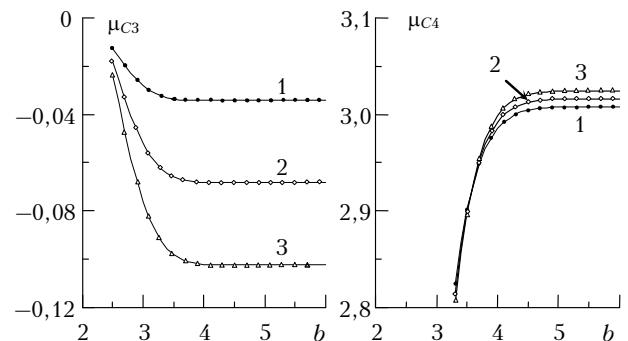


Рис. 2. Зависимости третьего  $\mu_{C3}$  и четвертого  $\mu_{C4}$  моментов от параметра  $b$

#### Параметры и статистические моменты представленной на рис. 2 модели $\tilde{P}_C(\xi)$

№	$C_{03}$	$\mu_{C3} = \mu_{C3}(b)$ при $b = 6$
1	-0,1	-0,034
2	-0,2	-0,06
3	-0,3	-0,10
№	$C_{04} + 3$	$\mu_{C4} = \mu_{C4}(b)$ при $b = 6$
1	3,2	3,008
2	3,4	3,016
3	3,6	3,024

Зависимости  $\mu_{C3} = \mu_{C3}(b)$  и  $\mu_{C4} = \mu_{C4}(b)$  на рис. 2 показывают, что выбор функции, экстраполирующей модель  $\tilde{P}_{CM}(\xi)$  за пределы области (3), критически влияет на величины третьего и четвертого статистических моментов. Расчеты в пределах наблюдаемых в экспериментах изменений параметров  $C_{03}$  и  $C_{04}$  позволили сделать следующий вывод. Чтобы получить оценки статистических моментов, которые не меняются с изменением пределов интегрирования в (8), необходимо выполнение условия  $b > 4$ .

Сблизить моменты уклонов с коэффициентами  $C_{03}$  и  $C_{04}$  можно, построив комплексную модель  $\tilde{P}_A(\xi)$ , в которой фильтр является асимметричной функцией:

$$F_A(\xi) = \begin{cases} \exp \left[ -\left( \frac{|\xi|}{d_1} \right)^{m_1} \right] & \text{при } \xi < 0; \\ \exp \left[ -\left( \frac{|\xi|}{d_2} \right)^{m_2} \right] & \text{при } \xi \geq 0. \end{cases} \quad (9)$$

Выбор параметров фильтра ограничен требованиями, накладываемыми на функцию плотности вероятностей. Функция  $\tilde{P}_A(\xi)$  должна монотонно спадать за пределами области (3) и не иметь отрицательных значений. Она также должна удовлетворять условию «плавность», т.е. производная  $d\tilde{P}_A(\xi)/d\xi$  не должна меняться скачкообразно. В частности, для выполнения последнего требования должны соблюдаться условия  $m1 \leq 3,5$  и  $m2 \leq 3,5$  [16]. Примеры функции  $\tilde{P}_A(\xi)$ , построенной при разных значениях параметров фильтра  $F_A(\xi)$ , и зависимости статистических моментов от пределов интегрирования  $b$  представлены на рис. 3.

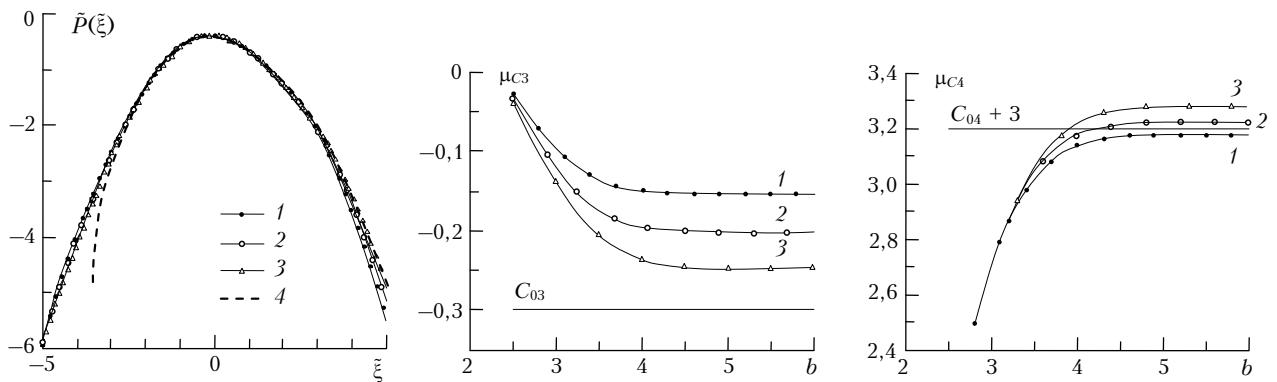


Рис. 3. Асимметричная комбинированная модель  $\tilde{P}_A(\xi)$  и зависимости ее статистических моментов  $\mu_{C3} = \mu_{C3}(b)$  и  $\mu_{C4} = \mu_{C4}(b)$ . Кривые 1–3 соответствуют расчетам по модели  $\tilde{P}_A(\xi)$  с фильтром  $F_A(\xi)$  и следующими параметрами:  $d_1 = 3$  и  $d_2 = 4$  (1);  $d_1 = 3,5$  и  $d_2 = 5$  (2);  $d_1 = 4$  и  $d_2 = 8$  (3). Кривая 4 – расчет по модели  $\tilde{P}_{CM}(\xi)$

Подбирая параметры фильтра  $F_A(\xi)$ , можно приблизить распределение  $\tilde{P}_A(\xi)$  к модели Кокса–Манка в области, где значения  $\tilde{P}_{CM}(\xi)$  положительны. Также выбором параметров фильтра можно добиться соответствия коэффициентов  $C_{03}$  и  $C_{04}$  третьим и четвертым статистическими моментам  $\tilde{P}_A(\xi)$ . Однако нет оснований полагать, что модель Кокса–Манка, в которой не учитываются статистические моменты старше четвертого порядка, корректно описывает распределение уклонов за пределами области (3). Сравнительно небольшие изменения модели  $\tilde{P}_A(\xi)$  за пределами данной области приводят к значительным изменениям статистических моментов.

### Заключение

Проведен анализ ограничений определения статистических моментов уклонов морской поверхности с помощью оптических сканеров, установленных на космических аппаратах. Ограничения вызваны двумя факторами. Первый фактор – ошибки определения эмпирических распределений уклонов в ситуациях, когда солнечный свет в направлении космического аппарата отражается элементами поверхности, уклоны которых имеют небольшую плотность вероятностей. Как следствие, эмпирическая плотность вероятностей определена в ограниченной области изме-

нения уклонов морской поверхности, что приводит к ошибкам расчета их статистических моментов.

Второй фактор связан с выбором модели морской поверхности. В настоящее время расчет статистических характеристик уклонов морской поверхности осуществляется подбором параметров модели Кокса–Манка путем минимизации ее расхождений с эмпирическими плотностями вероятностей. Модель Кокса–Манка построена на основе усеченного ряда Грамма–Шарлье. Она позволяет корректно описать плотность вероятностей уклонов в области (3), за пределами которой в модели Кокса–Манка появляются отрицательные значения.

Работа выполнена в рамках государственного задания ФГБУН Морской гидрофизический институт РАН «Исследования закономерностей изменения состояния морской среды на основе оперативных наблюдений и данных системы диагностики, прогноза и реанализа состояния морских акваторий», тема № 0827–2014–0011.

1. Ebuchi N., Kizu S. Probability distribution of surface wave slope derived using Sun glitter images from geostationary meteorological satellite and surface vector winds from scatterometers // J. Oceanogr. 2002. V. 58. P. 477–486.
2. Bréon F.M., Henriot N. Spaceborne observations of ocean glint reflectance and modeling of wave slope distributions // J. Geophys. Res. 2006. V. 111, N 6. P. C06005.
3. Запевалов А.С., Лебедев Н.Е. Моделирование статистических характеристик поверхности океана при дистанционном зондировании в оптическом диапазоне // Оптика атмосф. и океана. 2014. Т. 27, № 1. С. 28–33; Zapevalov A.S., Lebedev N.E. Simulation of statistical characteristics of sea surface during remote optical sensing // Atmos. Ocean. Opt. 2014. V. 27, N 6. P. 487–493.
4. Viollier M., Tanré D., Deschamps P.-Y. An algorithm for remote sensing of water color from space // Bound.-Lay. Meteorol. 1980. V. 18. P. 247–267.
5. Лебедев Н.Е. Определение скорости приводного ветра и степени загрязненности морской поверхности по излучению, регистрируемому спутниковыми оптическими сканерами в зоне солнечного блика // Экологиче-

- ская безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. Севастополь: МГИ НАНУ, 2013. Вып. 27. С. 49–54.
6. Kaufman Y.J., Smirnov A., Holben B.N., Dubovik O. Baseline maritime aerosol: Methodology to derive the optical thickness and scattering properties // Geophys. Res. Lett. 2001. V. 28. P. 3251–3254.
  7. Zhang H., Wang M. Evaluation of sun glint models using MODIS measurements // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 2010. V. 111, N 3. P. 492–506.
  8. Гладких В.А., Мамышев В.П., Одинцов С.Л. Экспериментальные оценки структурной характеристики показателя преломления оптических волн в приземном слое атмосферы // Оптика атмосф. и океана. 2015. Т. 28, № 4. С. 309–318; Gladkikh V.A., Mamyshev V.P., Odintsov S.L. Experimental estimates of the structure parameter of the refractive index for optical waves in the surface air layer // Atmos. Ocean. Opt. 2015. V. 28, N 5. P. 426–435.
  9. Лебедев Н.Е., Пустовойтенко В.В., Показеев К.В., Мельникова О.Н. Моделирование двулучевой функции отражательной способности морской поверхности // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2014. Т. 11, № 3. С. 310–320.
  10. Пустовойтенко В.В., Лебедев Н.Е. Сравнение статистических моментов уклонов морской поверхности, полученных по данным оптических сканеров и лазерных уклономеров // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2015. Т. 12, № 1. С. 102–109.
  11. Longuet-Higgins M.S. On the skewness of sea-surface slopes // J. Phys. Oceanogr. 1982. V. 12. P. 1283–1291.
  12. Запевалов А.С. Вероятность бликов зеркального отражения при наклонном зондировании морской поверхности // Океанология. 2005. Т. 45, № 1. С. 16–20.
  13. Запевалов А.С., Показеев К.В. Статистика уклонов морской поверхности и ее приложение к задачам лазерного зондирования // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3: Физ. Астрон. 2004. № 5. С. 53–56.
  14. Кейдалл М.Дж., Стьюарт А. Теория распределений / Пер. с англ. М.: Наука, 1966 . 587 с.
  15. Cox C., Munk W. Measurements of the roughness of the sea surface from photographs of the sun glitter // J. Opt. Soc. Am. 1954. V. 44, N 11. P. 838–850.
  16. Zapevalov A.S., Pustovoitenko V.V. Modeling of the probability distribution function of sea surface slopes in problems of radio wave scattering // Radiophys. Quantum Electron. 2010. V. 53, N 2. P. 100–110.

*A.S. Zapevalov. Determination of the statistical moments of the sea surface slopes by optical scanners.*

The possibilities and limitations of determining the skewness and kurtosis of sea surface slopes by space-borne optical scanners are analysed. It is shown that these data do not allow precise retrieval of the values of skewness and kurtosis. The empirical probability density of slopes, determined according to the optical scanner data, is defined in a limited range of slopes. The Cox–Munk model used in the calculations is also defined in a limited area.