

НЕЛИНЕЙНАЯ ОПТИКА

УДК 530.182+535.8+539.2

Б.Н. Пойзнер

**Как достичь схождения эволюций,
моделируя поведение двух кольцевых оптических систем?***Томский государственный университет*

Поступила в редакцию 4.06. 2003 г.

Используется понятие равносильности влияния групп значений параметров на эволюцию динамической системы. Метод выявления этой равносильности продемонстрирован для случая нелинейного кольцевого интерферометра, используемого в атмосферной адаптивной оптике. Оперирование понятием равносильности дает возможность указать алгоритм достижения схождения эволюций двух систем. Этот подход, например, позволяет предложить способ компенсации влияния оптического вихря на процессы в нелинейном кольцевом интерферометре.

Введение

Нелинейные кольцевые оптические системы представляют интерес в связи с разработкой методов и устройств адаптивного формирования пучков и изображений в атмосфере [1]. Разновидностью кольцевых систем являются двухканальные лазерные системы (например, бихроматические излучатели), используемые при решении некоторых задач спектроскопии и дистанционного зондирования атмосферы [2].

С начала 1990-х гг. нелинейные кольцевые оптические системы рассматривают как прототип устройств обработки информации. Исследования К. Икеды, а позднее С.А. Ахманова, М.А. Воронцова и других авторов показали, что такие системы способны служить генераторами регулярных оптических структур и оптической турбулентности в поперечном сечении лазерного пучка [3–5]. Причем в кольцевом интерферометре, содержащем элемент с нелинейно-оптическими свойствами, возможен не только временной и пространственно-временной детерминированный хаос [3–6], но также пространственный [7].

Естественно, что в силу сложности процессов в нелинейных кольцевых оптических системах важным способом их теоретического изучения оказывается компьютерное моделирование. Но большое число параметров $\mathbf{p}(\mathbf{r}, t)$ [а нередко и динамических переменных $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$] существенно затрудняет выяснение закономерностей влияния значений $\mathbf{p}(\mathbf{r}, t)$ — по отдельности и в совокупности — на характер эволюции переменных. В частности, актуальным оказывается вопрос: как достичь схождения эволюций двух близких по своему строению оптических систем, но с отличающимися величинами параметров? Метод перебора вариантов на компьютере оказывается неэффективным и не гарантирует автоматического получения искомого закономерностей.

Следовательно, требуется разрабатывать аналитический подход. Один из возможных вариантов его

предлагается развить, исходя из процедуры анализа моделей двух динамических систем совместно с так называемым соотношением равносильности их эволюций. Здесь соотношение равносильности эволюций есть некоторая операция сравнения эволюций двух систем [8].

**Понятие равносильности
эволюций двух систем**

Идею равносильности можно проиллюстрировать, обратившись к закону Ома. Если некие конкретные значения токов i_i и сопротивлений r_i удовлетворяют соотношениям $i_1 r_1 = i_2 r_2$, $i_1 \neq i_2$, $r_1 \neq r_2$, то значения (i_1, r_1) и (r_2, i_2) равносильны в смысле влияния на падение напряжения u на каждом из двух различных проводников, поскольку $u = i_1 r_1 = i_2 r_2$. Дополняя традиционный символ равенства индексом, получим обозначение $=_u$, которому придадим смысл утверждения: «равносильны в смысле влияния на u ». Тогда в предлагаемых обозначениях имеем: $(i_1, r_1) =_u (r_2, i_2)$. Нетрудно видеть справедливость выражения

$$(i_1, r_1) =_u (r_2, i_2) \Leftrightarrow i_1 r_1 = i_2 r_2.$$

Или, несколько обобщая:

$$(i_1, r_1) =_F (r_2, i_2) \Leftrightarrow F(i_1, r_1, i_2, r_2) = 0,$$

где

$$F(i_1, r_1, i_2, r_2) = i_1 r_1 - i_2 r_2.$$

Очевидно, что в данном примере для любого фиксированного значения (i_1, r_1) можно указать сколь угодно много различных значений (r_2, i_2) таких, что $(i_1, r_1) =_F (r_2, i_2)$. То есть равносильные друг другу (в указанном выше смысле) значения токов i и сопротивлений r образуют некое множество $M(\text{const}_i) = \{i, r : ir = \text{const}_i\}$. Очевидно, что множества $M(\text{const}_k)$ и $M(\text{const}_j)$ не пересекаются, если $\text{const}_k \neq \text{const}_j$, а при $\text{const}_k = \text{const}_j$ они совпадают: $M(\text{const}_k) = M(\text{const}_j)$.

Теперь обобщим эти представления, ориентируясь на сходство эволюций двух близких по своему строению систем с динамическими переменными $U_{i,j}(\mathbf{r}, t) \in U_i(\mathbf{r}, t) \equiv \{U_{i,j}(\mathbf{r}, t)\}$ и параметрами $\mathbf{p}_i(\mathbf{r}, t) \equiv \{p_{i,k}\}$, где $i \in \{1; 2\}$ – отвечает номеру системы, $j \in \{1; \dots; m_i\}$, $k \in \{1; \dots; N_i\}$, m_i и N_i – количество динамических переменных и параметров для i -й системы.

Будем говорить, что эволюции двух систем *равносильны* в смысле \mathbf{F} , если выполняется соотношение равносильности эволюций

$$\mathbf{F}[\mathbf{r}, t, U_1(\mathbf{r}, t), U_1(\mathbf{r}, 0), U_2(\mathbf{r}, t), U_2(\mathbf{r}, 0), \mathbf{p}_1(\mathbf{r}, t), \mathbf{p}_2(\mathbf{r}, t)] \approx 0, \quad (1)$$

где $\mathbf{F}[\dots] \equiv \{F_1[\dots]; \dots; F_N[\dots]\}$ – некоторая вектор-функция; $U_1(\mathbf{r}, 0)$, $U_2(\mathbf{r}, 0)$ – начальные условия. В общем случае в соотношении (1) под аргументами

$$[U_1(\mathbf{r}, t), U_1(\mathbf{r}, 0), U_2(\mathbf{r}, t), U_2(\mathbf{r}, 0), \mathbf{p}_1(\mathbf{r}, t), \mathbf{p}_2(\mathbf{r}, t)]$$

следует понимать полные пространственно-временные реализации функций, а не их отдельные значения U_1 , U_2 , \mathbf{p}_1 , \mathbf{p}_2 в одной точке (\mathbf{r}, t) . Соотношение (1) в частном случае может принимать смысл соотношения идентичности эволюций: $U_1(\mathbf{r}, t) - U_2(\mathbf{r}, t) = 0$.

Будем говорить, что значения $[U_1(\mathbf{r}, 0), \mathbf{p}_1(\mathbf{r}, t)]$ и $[U_2(\mathbf{r}, 0), \mathbf{p}_2(\mathbf{r}, t)]$ равносильны в смысле выбранного соотношения $\mathbf{F}[\dots] \approx 0$ (выражая этот факт символически: $[U_1(\mathbf{r}, 0), \mathbf{p}_1(\mathbf{r}, t)] =_F [U_2(\mathbf{r}, 0), \mathbf{p}_2(\mathbf{r}, t)]$), если выполняется условие (1) и $\mathbf{p}_1(\mathbf{r}, t) \neq \mathbf{p}_2(\mathbf{r}, t)$.

Операция сравнения (1) эволюций двух систем конструируется применительно к задаче достижения сходства их эволюций, т.е. сходства структур фазового пространства и/или его отдельных бассейнов, в частности сходство режимов функционирования систем.

Указанный выше анализ двух моделей и соотношения равносильности эволюций заключается в их интерпретации как системы уравнений. Причем неизвестными теперь служат значения: а) вектора $\mathbf{p}_i(\mathbf{r}, t)$ исследуемых параметров; б) начальных условий $U_1(\mathbf{r}, 0)$ для первой системы. Ее значения $\mathbf{p}_1(\mathbf{r}, t)$ и $U_1(\mathbf{r}, 0)$ выражаются как функции параметров $\mathbf{p}_2(\mathbf{r}, t)$ и начальных условий $U_2(\mathbf{r}, 0)$ второй системы, т.е. решением выступают зависимости вида

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_1(\mathbf{r}', t') &= \mathbf{f}_{p1}[\mathbf{r}, t, U_2(\mathbf{r}, 0), \mathbf{p}_2(\mathbf{r}, t)]; \\ U_1(\mathbf{r}', 0) &= \mathbf{f}_{u1}[\mathbf{r}, t, U_2(\mathbf{r}, 0), \mathbf{p}_2(\mathbf{r}, t)] \end{aligned} \quad (2)$$

либо

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_2(\mathbf{r}', t') &= \mathbf{f}_{p2}[\mathbf{r}, t, U_1(\mathbf{r}, 0), \mathbf{p}_1(\mathbf{r}, t)]; \\ U_2(\mathbf{r}', 0) &= \mathbf{f}_{u2}[\mathbf{r}, t, U_1(\mathbf{r}, 0), \mathbf{p}_1(\mathbf{r}, t)]. \end{aligned}$$

Зависимости (2) логично назвать соотношениями равносильности параметров двух систем (в смысле соотношения равносильности эволюций (1)). Здесь начальные условия можно понимать как некий параметр динамической системы, изменение которого хотя и может повлиять на реализующуюся эволюцию системы, но не способно вызвать бифуркацию в ней.

Ниже процедура выяснения свойств равносильности продемонстрирована применительно к модели процессов структурообразования в нелинейном кольцевом интерферометре (НКИ).

Нелинейный кольцевой интерферометр и модель процессов в нем

Оптическая схема нелинейного кольцевого интерферометра изображена на рис. 1, а. Здесь используются следующие обозначения: НС – нелинейная среда длиной l ; G – линейный элемент, производящий крупномасштабное преобразование поля (например, поворот в плоскости xOy , сжатие пучка и т.п.); зеркала M_1, M_2 обладают коэффициентом отражения по интенсивности R , а M_3, M_4 – коэффициентом, равным единице.

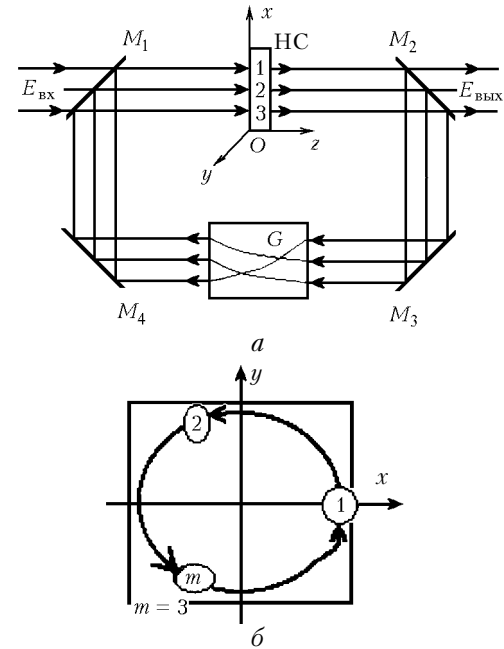


Рис. 1. Схематическое изображение нелинейного кольцевого интерферометра (а). Ход лучей (б) показан для случая поворота пучка (элементом G) в плоскости xOy на 120°

Пусть поле на входе НКИ состоит из двух компонент с круговой поляризацией (рис. 2):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{e}[\Theta(\mathbf{r}, t)] A(\mathbf{r}, t) \cos[\omega t + \varphi(\mathbf{r}, t)] + \\ &+ \mathbf{e}[\Theta(\mathbf{r}, t) + \pi/2] B(\mathbf{r}, t) \sin[\omega t + \varphi(\mathbf{r}, t)], \end{aligned} \quad (3)$$

где ω – основная частота светового поля; $\Theta(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}, t) + \Omega t$ – угол между вектором $\mathbf{e}(\Theta)$, задающим направление поляризации, и осью Ox , лежащей в плоскости (xOy) поперечного сечения пучка (Ω может быть сравнима с ω); Ω – частота синхронного вращения векторов поляризации \mathbf{e} , лежащих в плоскости, называемой нами плоскостью поляризации; $A(\mathbf{r}, t)$, $B(\mathbf{r}, t)$, $\varphi(\mathbf{r}, t)$, $\psi(\mathbf{r}, t)$ – незначительно меняющиеся за время $T = 2\pi/\omega$ амплитуды, фаза,

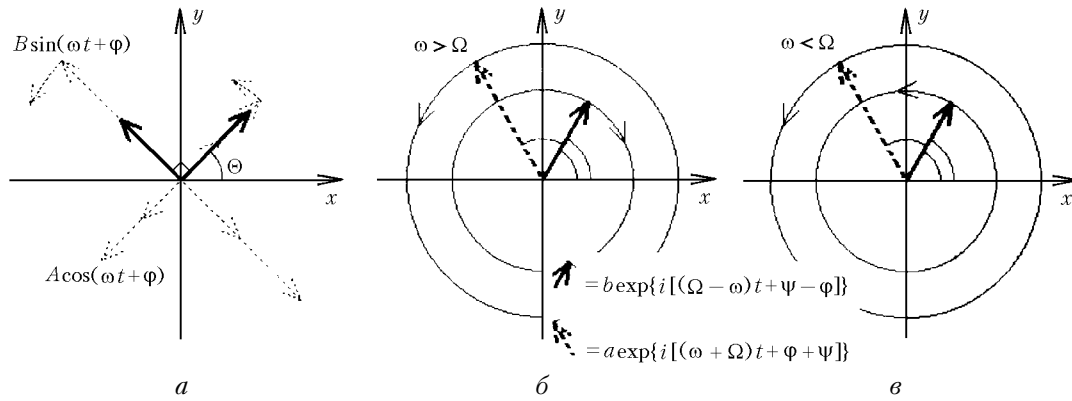


Рис. 2. Структура бихроматического оптического излучения $E(\mathbf{r}, t)$: a – толстые линии соответствуют мгновенному состоянию векторов напряженности, пунктирные линии изображают возможные состояния этих векторов при произвольных $\omega t + \varphi(\mathbf{r}, t)$

положение плоскости поляризации светового поля. Знак Ω характеризует направление вращения векторов поляризации \mathbf{e} .

Если ввести обозначения $a(\mathbf{r}, t) \equiv [A(\mathbf{r}, t) + B(\mathbf{r}, t)]/2$, $b(\mathbf{r}, t) \equiv [A(\mathbf{r}, t) - B(\mathbf{r}, t)]/2$, то (3) выразится через проекции $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ в форме:

$$E_x(\mathbf{r}, t) = a(\mathbf{r}, t) \cos[(\omega + \Omega)t + \varphi(\mathbf{r}, t) + \psi(\mathbf{r}, t)] + b(\mathbf{r}, t) \cos[(\omega - \Omega)t + \varphi(\mathbf{r}, t) - \psi(\mathbf{r}, t)],$$

$$E_y(\mathbf{r}, t) = a(\mathbf{r}, t) \sin[(\omega + \Omega)t + \varphi(\mathbf{r}, t) + \psi(\mathbf{r}, t)] - b(\mathbf{r}, t) \sin[(\omega - \Omega)t + \varphi(\mathbf{r}, t) - \psi(\mathbf{r}, t)].$$

Таким образом, на вход интерферометра поступает сумма двух квазимонохроматических полей с амплитудами $a(\mathbf{r}, t)$, $b(\mathbf{r}, t)$ и с частотами $\omega \pm \Omega$ круговой поляризации различных (при $\omega > \Omega$) либо одинаковых (при $\omega < \Omega$) направлений вращения (рис. 2, б, в). Здесь ω (либо Ω – при $\omega < \Omega$) имеет смысл средней частоты, а 2Ω (2ω – при $\omega < \Omega$) – частотный интервал между составляющими поля. Чтобы отразить специфику рассматриваемого оптического поля, мы оперируем параметром бихроматичности (немонохроматичности, согласно [9]) $q \equiv \Omega/\omega$.

Тогда моделью динамики нелинейного фазового набегу $U(\mathbf{r}, t)$ в поперечном сечении лазерного пучка в НКИ в приближении больших потерь или одного прохода служат следующие соотношения [9]:

$$\tau_n(\mathbf{r}) dU(\mathbf{r}, t)/dt = D_c(\mathbf{r}) \Delta U(\mathbf{r}, t) - U(\mathbf{r}, t) + f(\mathbf{r}, t);$$

$$f(\mathbf{r}, t) = n_2(\mathbf{r}) lk \langle \mathbf{E}_{\text{inc}}^2(\mathbf{r}, t) \rangle_{\Gamma} =$$

$$= an n_2(\mathbf{r}) lk [a_{\text{inc}}^2(\mathbf{r}, t) + b_{\text{inc}}^2(\mathbf{r}, t)] =$$

$$= K_{ab}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}) + p K_{ab}(\mathbf{r}', t - \tau, \mathbf{r}) + [\gamma(\mathbf{r}', t)/\sigma] \times$$

$$\times \{ K_a(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t - \tau) \cos[(1 + q)\omega t + \varphi(\mathbf{r}, t) - \varphi(\mathbf{r}', t - \tau) + \psi(\mathbf{r}, t) - \psi(\mathbf{r}', t - \tau)] +$$

$$+ K_b(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t - \tau) \cos[(1 - q)\omega t + \varphi(\mathbf{r}, t) - \varphi(\mathbf{r}', t - \tau) - \psi(\mathbf{r}, t) + \psi(\mathbf{r}', t - \tau)] \}. \quad (4)$$

Здесь $k = \omega/c$; $U(\mathbf{r}, t) \equiv \omega t_n(\mathbf{r}, t)$ – нелинейный фазовый набег;

$$\tau \equiv \tau(\mathbf{r}', t) = t_c(\mathbf{r}', t) + U(\mathbf{r}', t - t_c(\mathbf{r}', t))/\omega;$$

$$\gamma(\mathbf{r}', t) \equiv 2R\kappa(\mathbf{r}', t)C_n(\mathbf{r}'); p = 0$$

в приближении больших потерь, но $p = [\gamma(\mathbf{r}', t)/\sigma/2]^2$ в приближении одного прохода; «смешанный» (K_{ab}) и «парциальные» (K_a, K_b) параметры нелинейности:

$$K_{ab}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}_n) \equiv$$

$$\equiv (1 - R) an n_2(\mathbf{r}_n) lk [a^2(\mathbf{r}, t) + b^2(\mathbf{r}, t)],$$

$$K_a(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t - \tau) \equiv$$

$$\equiv (1 - R) an n_2(\mathbf{r}) lk a(\mathbf{r}, t) a(\mathbf{r}', t - \tau),$$

$$K_b(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t - \tau) \equiv$$

$$\equiv (1 - R) an n_2(\mathbf{r}) lk b(\mathbf{r}, t) b(\mathbf{r}', t - \tau),$$

$an = 1$ либо $an = 2$; $\Omega = 0$; $\psi = \text{const}$.

Практика моделирования показывает [10], что на динамику процессов в НКИ, т.е. на образование регулярных структур $U(\mathbf{r}, t)$ либо возникновение режима детерминированного хаоса, существенно влияет изменение ряда параметров НКИ и излучения. Эти параметры образуют множество

$$P \equiv P_0 = \{\Delta, q, \varphi(\mathbf{r}, t), \psi(\mathbf{r}, t), v, \omega t_c(\mathbf{r}, t), K_{ab}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}_n), K_a(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t'), K_b(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t')\}.$$

Равносильность влияния параметров φ , ψ , ωt_c на эволюцию нелинейного фазового набегу

В модели (4) в аргументы функций \cos величины φ , ψ , t_c (последняя – в составе времени запаздывания τ) входят аддитивно. В связи с этим логично поставить вопрос: существуют ли такие наборы значений параметров $\varphi_1, \psi_1, t_{c1}$ и $\varphi_2, \psi_2, t_{c2}$, не равные друг другу, для которых эволюция нелинейного фазового набегу в нелинейной среде НКИ одинакова?

Очевидно, что при переходе от $\varphi_1, \psi_1, t_{e1}$ к $\varphi_2, \psi_2, t_{e2}$ динамика $U(\mathbf{r}, t)$ остается прежней, если значения $\gamma(\mathbf{r}', t)/\sigma, K_a(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t - \tau), K_b(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t - \tau), K_{ab}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}), K_{ab}(\mathbf{r}', t - \tau, \mathbf{r})$ и значения аргументов \cos в (4) не изменяются, т.е.

$$\begin{aligned} \gamma_1(\mathbf{r}', t)/\sigma_1 &= \gamma_2(\mathbf{r}', t)/\sigma_2, \\ K_{ab1}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}) &= K_{ab2}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}), \\ K_{ab1}(\mathbf{r}', t - \tau_1, \mathbf{r}) &= K_{ab2}(\mathbf{r}', t - \tau_2, \mathbf{r}); \\ K_{a1}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t - \tau_1) &= K_{a2}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t - \tau_2), \\ K_{b1}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t - \tau_1) &= K_{b2}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t - \tau_2), \\ (1 + q)\omega\tau_1 + \varphi_1(\mathbf{r}, t) - \varphi_1(\mathbf{r}', t - \tau_1) + \\ &+ \psi_1(\mathbf{r}, t) - \psi_1(\mathbf{r}', t - \tau_1) = \\ &= (1 + q)\omega\tau_2 + \varphi_2(\mathbf{r}, t) - \varphi_2(\mathbf{r}', t - \tau_2) + \\ &+ \psi_2(\mathbf{r}, t) - \psi_2(\mathbf{r}', t - \tau_2) - 2\pi i, \\ (1 - q)\omega\tau_1 + \varphi_1(\mathbf{r}, t) - \varphi_1(\mathbf{r}', t - \tau_1) - \\ &- \psi_1(\mathbf{r}, t) + \psi_1(\mathbf{r}', t - \tau_1) = \\ &= (1 - q)\omega\tau_2 + \varphi_2(\mathbf{r}, t) - \varphi_2(\mathbf{r}', t - \tau_2) - \\ &- \psi_2(\mathbf{r}, t) + \psi_2(\mathbf{r}', t - \tau_2) - 2\pi j, \end{aligned} \quad (5)$$

где i, j — целые числа.

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} \delta t_e(\mathbf{r}', t) &\equiv t_{e2}(\mathbf{r}', t) - t_{e1}(\mathbf{r}', t) = \tau_2 - \tau_1, \\ \delta\varphi(\mathbf{r}, t) &\equiv \varphi_2(\mathbf{r}, t) - \varphi_1(\mathbf{r}, t), \\ \delta\psi(\mathbf{r}, t) &\equiv \psi_2(\mathbf{r}, t) - \psi_1(\mathbf{r}, t). \end{aligned}$$

Поскольку

$$K_{ab}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}_n) \equiv (1 - R) an n_2(\mathbf{r}_n)lk [a^2(\mathbf{r}, t) + b^2(\mathbf{r}, t)],$$

то, учитывая второе равенство в (5), разумно потребовать равенства амплитуд полей:

$$a_1(\mathbf{r}, t) = a_2(\mathbf{r}, t), b_1(\mathbf{r}, t) = b_2(\mathbf{r}, t).$$

Будем полагать, что $|\delta t_e(\mathbf{r}', t)| \leq \delta t_{e \max}$, причем $\delta t_{e \max}$ мало настолько, что

$$a(\mathbf{r}, t) \approx a(\mathbf{r}, t + \delta t_{e \max}), b(\mathbf{r}, t) \approx b_2(\mathbf{r}, t + \delta t_{e \max}),$$

$$\varphi(\mathbf{r}, t) \approx \varphi(\mathbf{r}, t + \delta t_{e \max}), \psi(\mathbf{r}, t) \approx \psi(\mathbf{r}, t + \delta t_{e \max}).$$

Например, $\delta t_{e \max} = \pi l / \omega$. При малых l данное предположение не является сильным ограничением: ведь при построении модели (4) использовалось приближение медленно меняющихся характеристик оптического поля.

Равенства 3–5 в (5) в общем случае неверны. Но, будучи смягченными до приближенных равенств, и в силу того, что

$$a(\mathbf{r}, t) \approx a(\mathbf{r}, t + \delta t_{e \max}), b(\mathbf{r}, t) \approx b_2(\mathbf{r}, t + \delta t_{e \max}),$$

они становятся справедливыми. А два последних равенства в (5), благодаря тому, что

$$\varphi(\mathbf{r}, t) \approx \varphi(\mathbf{r}, t + \delta t_{e \max}), \psi(\mathbf{r}, t) \approx \psi(\mathbf{r}, t + \delta t_{e \max}),$$

можно переписать более компактно:

$$\begin{aligned} \omega \delta t_e(\mathbf{r}', t) + \delta\varphi(\mathbf{r}, t) - \delta\varphi(\mathbf{r}', t - \tau_1) &\approx \pi(i + j), \\ q\omega \delta t_e(\mathbf{r}', t) + \delta\psi(\mathbf{r}, t) - \delta\psi(\mathbf{r}', t - \tau_1) &\approx \pi(i - j). \end{aligned} \quad (6)$$

Равносильность влияния φ, ψ, t_e на эволюцию нелинейного фазового набега $U(\mathbf{r}, t)$ в НКИ как раз и выражается равенствами (6), аналогичными соотношениям равносильности параметров (2). Так, если $\delta t_e(\mathbf{r}', t) \neq 0$, то для компенсации несовпадения значений $t_{e1}(\mathbf{r}', t)$ и $t_{e2}(\mathbf{r}', t)$ достаточно модулировать входное поле НКИ (дополнительно к пространственно-временной модуляции $\varphi_1(\mathbf{r}, t), \psi_1(\mathbf{r}, t)$) по закону

$$\begin{aligned} \delta\varphi(\mathbf{r}, t) &= \pi(i + j) + \delta\varphi(\mathbf{r}', t - \tau_1) - \omega \delta t_e(\mathbf{r}', t), \\ \delta\psi(\mathbf{r}, t) &= \pi(i - j) + \delta\psi(\mathbf{r}', t - \tau_1) - q\omega \delta t_e(\mathbf{r}', t) \end{aligned}$$

или, что то же самое, обеспечить справедливость равенств

$$\begin{aligned} \varphi_2(\mathbf{r}, t) &= \pi(i + j) + \varphi_1(\mathbf{r}, t) + \\ &+ \delta\varphi(\mathbf{r}', t - \tau_1) - \omega \delta t_e(\mathbf{r}', t), \\ \psi_2(\mathbf{r}, t) &= \pi(i - j) + \psi_1(\mathbf{r}, t) + \\ &+ \delta\psi(\mathbf{r}', t - \tau_1) - q\omega \delta t_e(\mathbf{r}', t). \end{aligned} \quad (7)$$

Аналогично, если $\delta\varphi(\mathbf{r}, t) \neq 0$, то для компенсации необходимо удовлетворить условиям

$$\begin{aligned} \omega \delta t_e(\mathbf{r}', t) &= \pi(i + j) + \delta\varphi(\mathbf{r}', t - \tau_1) - \delta\varphi(\mathbf{r}, t), \\ \delta\psi(\mathbf{r}, t) &= \pi[(1 - q)i - (1 + q)j] + \delta\psi(\mathbf{r}', t - \\ &- \tau_1) + q[\delta\varphi(\mathbf{r}, t) - \delta\varphi(\mathbf{r}', t - \tau_1)]. \end{aligned} \quad (8)$$

Когда $\delta\varphi(\mathbf{r}, t) \neq 0$, одним из важных случаев является наличие оптического вихря (винтовой дислокации) в структуре фазового фронта монохроматического светового поля ($\psi_k(\mathbf{r}, t) = 0$ и $q = 0$) на входе НКИ. Тогда, используя свойство равносильности, можно идентифицировать порядок винтовой дислокации оптического поля и компенсировать влияние оптического вихря на динамику нелинейного фазового набега в поперечном сечении лазерного пучка в НКИ [11].

Анализируя форму второго равенства в (8), логично предположить:

$$\delta\psi(\mathbf{r}, t) = q\delta\varphi(\mathbf{r}, t) + \text{const}. \quad (9)$$

Подставляя (9) в (8), получаем условие $\pi[(1 - q)i - (1 + q)j] = 0$, связывающее параметр бихроматичности q и числа i, j . Условие выполняется для любого значения q (т.е. любого частотного интервала 2Ω компонент спектра бихроматического излучения на входе НКИ) при $i = 0, j = 0$ или для $q = (i - j)/(i + j)$ при $i \neq 0, j \neq 0$. Последнюю альтернативу можно переписать в форме $q = 2i/(i + j) - 1$. При этом любой паре чисел i, j можно поставить в соответствие пару n, l по правилу: $i = nN, j = N(l - n)$, где N — произвольное целое, *et vice versa*.

Иными словами, предположение (9) о связи функций $\psi(\mathbf{r}, t)$ и $\varphi(\mathbf{r}, t)$ в (8) правомерно либо когда

Как достичь сходства эволюций, моделируя поведение двух кольцевых оптических систем?

825

$i = 0, j = 0$, либо когда параметр бихроматичности q определяется равенством $q = 2n/l - 1$. Можно показать, что равенство $q = 2n/l - 1$ обеспечивает повторяемость (периодичность) свойств кольцевой оптической системы при изменении $\omega t_e(\mathbf{r}', t)$ на величину, кратную πl .

Подставив выражения $(i + j) = Nl, i - j = N(2n - l)$ и (9) в (6), получим в дополнение к (9) соотношение

$$\omega \delta t_e(\mathbf{r}', t) \approx \pi l N + \delta \varphi(\mathbf{r}', t - \tau_1) - \delta \varphi(\mathbf{r}, t). \quad (10)$$

Обращаясь к варианту, когда $i = 0, j = 0$, можно убедиться, что подстановка $i = 0, j = 0$ и (9) в (6) дает выражение, выводимое из (10) при $N = 0$.

Нетрудно видеть, что для любого параметра бихроматичности q при $i = 0, j = 0$ ($N = 0$) или для $q = 2n/l - 1$ при $i \neq 0, j \neq 0$ выполнение равенств (10), (9) гарантирует справедливость выражений (6) и получаемых из них (7), (8). Но вид (9), (10) является существенно более простым, чем у (6)–(8), поскольку функция $\delta \psi(\mathbf{r}, t)$ в (9) зависит не от трех функций $\delta \psi(\mathbf{r}', t - \tau_1), \delta \varphi(\mathbf{r}, t), \delta \varphi(\mathbf{r}', t - \tau_1)$, а лишь от $\delta \varphi(\mathbf{r}, t)$. Более того, в (9), (10) устранена связь через i, j между парами равенств в (6)–(8).

Таким образом, если верны равенства (6) либо (9), (10), то эволюция нелинейного фазового набег $U(\mathbf{r}, t)$ в кольцевых оптических системах с параметрами $\varphi_1, \psi_1, t_{e1}$ или $\varphi_2, \psi_2, t_{e2}$ одинакова. То есть свойство *равносильности* существует на подмножестве параметров $\{\varphi, \psi, \omega t_e\}$ для любых значений начальных условий и любых значений параметров. Только необходимо помнить о достаточной малости $\delta t_{e \max}$, которую затруднительно отразить в утверждении о свойстве *равносильности*.

Если в (9), (10) зафиксировать значение $\delta \varphi(\mathbf{r}, t)$, то ему будет соответствовать единственное значение $\delta \psi(\mathbf{r}, t)$, но отнюдь не единственное значение $\omega \delta t_e(\mathbf{r}', t)$. Совокупность значений $\omega \delta t_e(\mathbf{r}', t)$ образует эквидистантный ряд. И это наводит на мысль о том, что свойство периодичности есть частный случай *равносильности* значений некоторого параметра (например, ωt_e).

Практикуя описанный здесь подход, можно доказать, что свойство *равносильности* существует на подмножестве $\{q, \omega t_e, K_{ab}, K_a, K_b\}$ для любых значений начальных условий и любых значений параметров из множества P . Свойство формулируется в виде

$$q_2 = 1/q_1, K_{a2}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t') = q_1 K_{a1}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t'),$$

$$K_{b2}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t') = q_1 K_{b1}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t'),$$

$$K_{ab2}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}_n) = q_1 K_{ab1}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}_n),$$

$$\omega_2 t_{e2}(\mathbf{r}', t) = q_1 \omega_1 t_{e1}(\mathbf{r}', t),$$

обеспечивая *равносильность* эволюций в смысле соотношения $U_2(\mathbf{r}, t) = q_1 U_1(\mathbf{r}, t)$. (Поэтому при $q = \Omega/\omega > 1$, когда роль оптической частоты переходит от ω к Ω , мерой бихроматичности оказывается величина $1/q$, а не параметр q .) *Равносильность*

эволюций можно продемонстрировать, строя бифуркационную диаграмму статических состояний на основе модели (4) для НКИ (рис. 3).

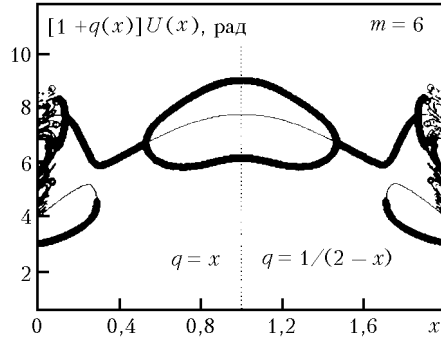


Рис. 3. Демонстрация свойства *равносильности*: ветви диаграммы симметричны относительно прямой $x = 1$ (пунктир). $K_a = K_b = K_0/(1 + q)$, $K_{ab} = 2K_0/(1 + q)$, $\omega t_e = \omega t_{e0}/(1 + q)$, $K_0 = 3$, $\omega t_{e0} = 0$, $q(x) = x$ при $x \in [0; 1]$ и $q(x) = 1/(2 - x)$ при $x \in [1; 2]$

Заключение

Используется новое понятие свойства *равносильности* параметров динамической системы в смысле выбранного соотношения *равносильности* эволюций $F[\dots] \approx 0$.

Благодаря свойству *равносильности*, возможна манипуляция некоторыми параметрами с сохранением характеристик эволюции нелинейной оптической системы, заложенных в соотношение $F[\dots] \approx 0$ при его конструировании. Возможно также обеспечить совпадение характера эволюций (например, периодического поведения) двух сходных оптических систем.

Свойство *равносильности* в смысле идентичности эволюций систем позволяет распространить найденные зависимости динамики системы от одних параметров на зависимость от других. Тем самым удастся, например, сэкономить вычислительные ресурсы при построении карт динамических режимов оптической системы, показывающих условия осуществления регулярного и хаотического поведения системы.

Продуктивность метода выявления *равносильности* показана на примере модели (4) процессов в нелинейном кольцевом интерферометре, используемом в атмосферной адаптивной оптике [1]. Оперирование понятием *равносильности* позволяет:

а) управлять законом пространственно-временного изменения любых двух параметров: фазы (например, порядка винтовой дислокации оптического поля с вихрем), положения плоскости поляризации оптического поля на входе НКИ, времени запаздывания в НКИ, идентифицировать закон изменения третьего параметра и компенсировать либо имитировать его влияние на динамику процессов в НКИ;

б) выяснить условия периодического повторения свойств НКИ при изменении фазового набег в контуре обратной связи;

в) установить, что за счет увеличения параметра бихроматичности излучения можно уменьшить па-

раметры нелинейности и фазовую задержку в НКИ, обеспечивая заданный характер эволюции.

Развитие формализма описания оптических устройств, предложенного в [7], в сочетании с полученными результатами позволяет разрабатывать принципы синтеза нелинейных систем, основанные на изменении строения их фазового пространства.

Автор благодарен к.ф.-м.н. И.В. Измайлову за многообразные формы творческого сотрудничества.

1. Лукин В.П., Фортес Б.В. Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 214 с.
2. Измайлов И.В., Макогон М.М., Поизнер Б.Н., Раводин В.О. Двухканальная лазерная система со стабилизацией интервала между импульсами излучения: результаты моделирования // Оптика атмосфер. и океана. 2003. Т. 16. № 2. С. 146–150.
3. Новые физические принципы оптической обработки информации: Сб. ст. / Под ред. С.А. Ахманова, М.А. Воронцова. М.: Наука, 1990. 400 с.
4. Moloney J.V., Newell A.C. Nonlinear optics // Physica D. 1990. V. 44. № 1. P. 1–124.
5. Розанов Н.Н. Оптическая бистабильность и гистерезис в распределенных нелинейных системах. М.: Наука, 1997. 336 с.
6. Balyakin A.A., Ryskin N.M. Chaotic oscillations in nonlinear partially-extended resonators // Nonlinear phenomena in complex systems. 2001. V. 4. № 4. P. 358–366.
7. Измайлов И.В., Поизнер Б.Н. Варианты реализации нелинейно-оптического устройства скрытой передачи информации // Оптика атмосфер. и океана. 2001. Т. 14. № 11. С. 1074–1086.
8. Измайлов И.В. Оптимизация интерференционного взаимодействия в нелинейном интерферометре выбором параметров поляризации квазимонохроматических световых пучков // Изв. вузов. Физ. 2000. № 7. С. 101–103.
9. Измайлов И.В., Магазинников А.Л., Поизнер Б.Н. Моделирование процессов в кольцевом интерферометре с нелинейностью, запаздыванием и диффузией при немонохроматическом излучении // Изв. вузов. Физ. 2000. № 2. С. 29–35.
10. Измайлов И.В., Калайда В.Т., Магазинников А.Л., Поизнер Б.Н. Бифуркации в точечной модели кольцевого интерферометра с запаздыванием и поворотом поля // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1999. Т. 7. № 5. С. 47–59.
11. Измайлов И.В., Магазинников А.Л., Поизнер Б.Н. Идентификация винтовой дислокации волнового фронта и компенсация ее влияния на структурообразование в моделях кольцевого интерферометра // Оптика атмосфер. и океана. 2000. Т. 13. № 9. С. 805–812.

B.N. Poizner. How to reach likeness of evolutions in behavior models of two ring optical systems?

The concept of an isodynamism (equivalence) of parameters, influence on evolution of a dynamic system is used. The method of isodynamism detection is demonstrated for the case of a nonlinear ring interferometer, which is used in atmospheric adaptive optics. The concept of isodynamism allows constructing an algorithm providing likeness of evolutions of two systems. This approach, for example, suggests method for compensation of an optical vortex influence on processes in the nonlinear ring interferometer.