

**Г.Я. Патрушев**, О.А. Рубцова**О ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОМ ИССЛЕДОВАНИИ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ФЛУКТУАЦИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ**

Исследуется феноменологическая модель, согласно которой суммарное поле в месте приема состоит из двух компонент, одна из которых соответствует прямому распространению, а вторая ответственна за многократное рассеяние. Для распределения Бекмана, предложенного ранее на основе этой модели, проведен расчет высших моментов и получены соотношения, устанавливающие связь параметров распределения с экспериментально полученными моментами. Обнаружено, что на значения третьего момента накладываются ограничения, не позволяющие использовать распределение для описания флуктуаций интенсивности при определенных условиях распространения на трассе, в особенности в режиме сильной турбулентности. Проведено сравнение с экспериментальными данными, удовлетворяющими условиям применимости распределения Бекмана.

Современная теория оптических волн в случайно-неоднородной атмосфере не полностью решает проблему описания плотности вероятностей флуктуаций интенсивности в зависимости от условий распространения. Показано, что одним из универсальных безразмерных параметров, определяющих вид закона распределения флуктуаций интенсивности, является параметр  $\beta_0$  [1].

$$\beta_0^2 = 1,23 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}, \quad (1)$$

в который входит  $C_n^2$  – интенсивность флуктуаций показателя преломления;  $L$  – длина трассы;  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число. В пределе слабых флуктуаций,  $\beta_0 < 1$ , теория и эксперимент следуют логарифмически нормальному распределению флуктуаций. В другом предельном случае,  $\beta_0 \gg 1$  (сильная турбулентность, длинные трассы), теория предсказывает экспоненциальное распределение интенсивности. Однако эти модели не дают удовлетворительного описания промежуточной, довольно обширной области, которая наиболее интересна для практики.

Для описания плотности вероятностей флуктуаций в широком диапазоне турбулентных условий в последнее время широко используется феноменологический подход [2, 3]. Ряд феноменологических моделей был подвергнут экспериментальной проверке [4]. В настоящей статье такой экспериментальной проверке подвергнута модель флуктуаций, впервые предложенная Бекманом и доработанная применительно к оптическому диапазону в [5].

Согласно выбранной модели, суммарное поле в месте приема формируется из двух компонент

$$A e^{i\phi} = A_1 e^{i\phi_1} + A_2 e^{i\phi_2}, \quad (2)$$

первая из которых  $A_1 e^{i\phi_1}$  обусловлена рассеянием излучения вперед на неоднородностях, расположенных на оси передатчик – приемник, и имеет логарифмически нормальное распределение амплитуды и нормальное – фазы. Вторая компонента  $A_2 e^{i\phi_2}$  связана с многократным рассеянием неосевыми неоднородностями и имеет рэлеевское распределение амплитуды и равномерное – фазы. Фактически такая же модель используется в [3], однако в ней предполагается, что амплитуда  $A_1$  первой и  $A_2$  второй волн распределены согласно  $m$ -распределению Накагами. Ей также соответствует модель, рассматривающая флуктуации интенсивности оптической волны в атмосфере с осадками [6], согласно которой плотность вероятностей описывается смесью двух распределений, одно из которых обусловлено влиянием атмосферной турбулентности, другое – рассеянием излучения на гидрометеорах.

Универсальное распределение, предложенное в [3], исследовалось в [4], и было показано, что оно не сводится к логарифмически нормальному при слабой турбулентности и в этом режиме существенно отличается от экспериментальных данных в области глубоких замираний.

Интегральное представление для плотности распределения Бекмана,  $P(I)$ , предложенной в [5] на основе модели (2), имеет вид

$$P(I) = (\sqrt{2\pi} \sigma_{I_1} m_{I_2})^{-1} \int_0^{\infty} \frac{1}{I_1} \exp \left[ -\frac{(\ln I_1 - m_{I_1})^2}{2 \sigma_{I_1}^2} - \frac{I + I_1}{m_{I_2}} \right] \mathbf{I}_0 \left( \frac{2\sqrt{II_1}}{m_{I_2}} \right) dI_1, \quad (3)$$

где  $\sigma_{I_1}$  и  $m_{I_1}$  – соответственно дисперсия и среднее значение логарифма интенсивности логарифмически нормальной компоненты;  $m_{I_2}$  – среднее значение интенсивности рэлеевской компоненты поля;  $\mathbf{I}_0()$  – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка. Исходя из (3), можно получить следующее выражение для высших нормированных моментов интенсивности:

$$m_n = \frac{\langle I^n \rangle}{\langle I \rangle^n} = \frac{1}{(1+R)^n} \sum_{k=0}^n (C_n^k)^2 m_r^{n-k} m_l^k R^k, \quad (4)$$

где  $m_l^k = \langle A_1^{2k} \rangle / \langle A_1^2 \rangle^k$  –  $k$ -й нормированный момент логарифмически нормальной компоненты;  $m_r^k = \langle A_2^{2k} \rangle / \langle A_2^2 \rangle^k$  –  $k$ -й нормированный момент рэлеевской компоненты;  $R = \langle A_1^2 \rangle / \langle A_2^2 \rangle$  – параметр, определяющий соотношение логарифмически нормальной и рэлеевской компонент в суммарном поле.

Для того чтобы найти связь параметров распределения (3) с экспериментально полученными моментами, решалась система, образованная из уравнений для первых трех моментов  $m_n$ , и для параметров распределения (3) были получены следующие взаимосвязи:

$$m_{I_2} = (1+R)^{-1}; \quad R = \left\{ \sqrt{\left[ (e^{\sigma_{I_1}^2} - 2) / (m_2 - 2) \right] - 1} \right\}^{-1}; \quad (5)$$

$$\frac{e^{\sigma_{I_1}^2} - 2}{(e^{3\sigma_{I_1}^2} - 9e^{\sigma_{I_1}^2} + 12)^{2/3}} = \frac{m_2 - 2}{(m_3 - 9m_2 + 12)^{2/3}}.$$

Надо отметить, что функция  $f(\sigma_{I_1}) = (e^{\sigma_{I_1}^2} - 2) / (e^{3\sigma_{I_1}^2} - 9e^{\sigma_{I_1}^2} + 12)^{2/3}$  является ограниченной,  $-0,4 < f(\sigma_{I_1}) < 0,2$ , а следовательно, для нахождения  $\sigma_{I_1}$  надо, чтобы выражение  $(m_2 - 2) / (m_3 - 9m_2 + 12)^{2/3}$  принимало значения, входящие в указанный интервал. Это и условие  $m_{I_2} > 0$  накладывают определенные ограничения на значения третьего момента, а именно: параметры могут быть найдены только для тех  $m_3$ , которые попадают в заштрихованную область на рис. 1, и, таким образом, выводы, сделанные на основе эмпирического подхода в [5] относительно универсальности распределения Бекмана, являются не совсем верными. Надо заметить, что выражение для нормированных моментов (4) полностью совпадает с тем, которое было получено в [3] для нормированных моментов универсального распределения. Можно предположить, что такое выражение для моментов является общим для всех подобных моделей, равно как и ограничения, накладываемые на третий нормированный момент.

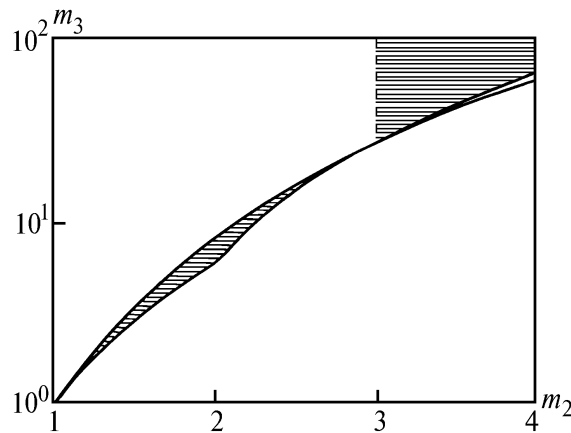


Рис. 1. Области применимости распределения Бекмана

При исследовании экспериментальных данных для  $m_2 < 2$ , т.е. для области слабой турбулентности, в ряде реализаций были рассчитаны параметры распределения Бекмана и получен вид плотности вероятностей (3). На рис. 2–4 приведены результаты сравнения модельных распределений с экспериментальными данными. Измерения проводились с помощью аппаратуры и по методикам, описанным в [6,7]. Видно, что распределение (3) существенно отличается от экспериментальных значений, особенно в области глубоких замираний.

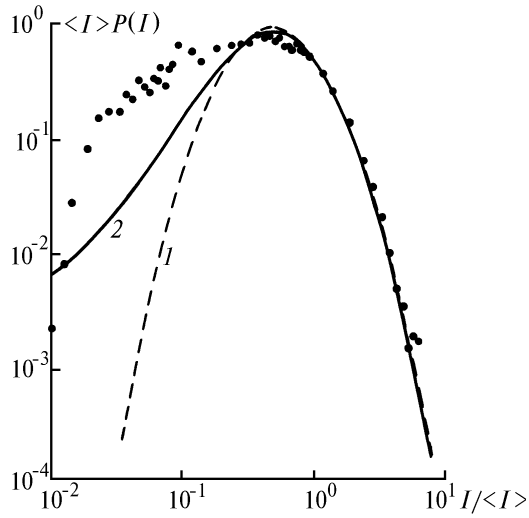


Рис. 2. Сравнение гистограммы нормированных значений интенсивности с логарифмически нормальным распределением (кривая 1) и распределением Бекмана (кривая 2) при  $\beta = 0,74$  для узкого пучка, отраженного от плоского зеркала в дожде

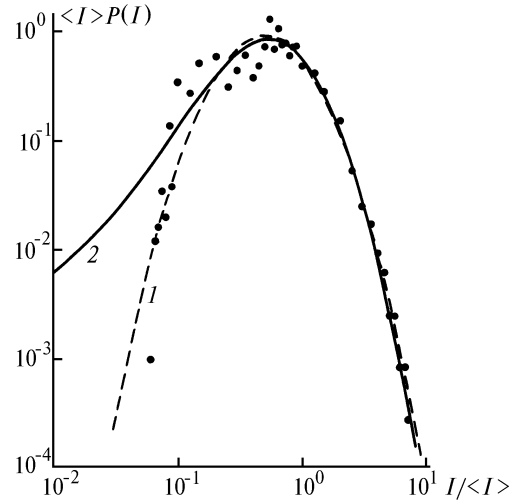


Рис. 3. То же, что и на рис. 2, при  $\beta = 0,76$  для квазиплоской волны, отраженной от зеркального диска

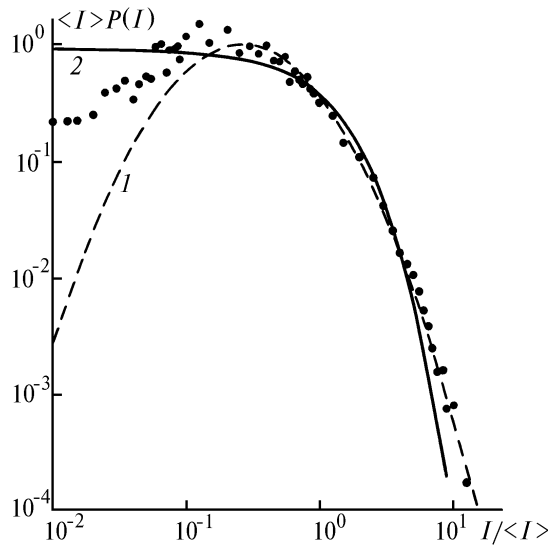


Рис. 4. Сравнение гистограммы нормированных значений интенсивности с логарифмически нормальным распределением (кривая 1) и распределением Бекмана (кривая 2) при  $\beta = 0,99$  для квазиплоской волны, отраженной от зеркального диска

Для  $m_2 > 2$  моменты ни одной из реализаций не попали в указанную на рис. 1 область. Мы полагаем, это связано с тем, что измерительная аппаратура имеет ограниченный динамический диапазон, что приводит к занижению высших моментов в эксперименте. Кроме того, есть сомнения в справедливости использования рэлеевского распределения для описания амплитуды второй компоненты в (1). Дело в том, что мы имеем рэлеевское распределение при

условии, что результирующее поле представляет собой суперпозицию многократно рассеянных волн, и составляющие этого поля статистически независимы и многочисленны. Однако в реальной атмосфере, где реализуется широкий диапазон масштабов неоднородностей, компоненты рассеянных полей оказываются частично коррелированными за счет крупных неоднородностей, что приводит к отклонению суммарного поля от рэлеевского и, соответственно, интенсивности от экспоненциального распределения. Наиболее реальным представляется использование для описания амплитуды второй компоненты в (2)  $K$ -распределения, которое в режиме насыщения значительно лучше, чем экспоненциальное, аппроксимирует экспериментальные данные [8]. Рассмотрение такой модели, в которой для второй компоненты поля использовалось бы  $K$ -распределение вместо рэлеевского, составит предмет отдельной статьи. Что же касается распределения (3), то, имея очень узкую область применимости и не давая удовлетворительной аппроксимации экспериментальных данных, соответствующих условиям применимости, оно едва ли может быть использовано для описания плотности вероятностей в широком диапазоне турбулентных условий.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант N 94-02-03734-а).

1. Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцев С.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
2. Beckman P. Probability in communication engineering. New-York.: Harcourt, 1976.
3. Phillips R.L., Andrews L.G. // J. Opt. Soc. Am. 1982. V. 72. N 7. P. 864.
4. Патрушев Г.Я., Петров А.И., Рубцова О.А. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. N 3. С. 277–282.
5. Милютин Е.Р., Яременко Ю.И. // Радиотехника и электроника. 1980. Т. 25. N 11. С. 2273–2278.
6. Боговоу А.Г., Patrushev G.Y., Petrov A.I. // Appl. Opt. 1988. V. 27. N 17. P. 3704.
7. Патрушев Г.Я., Ростов А.П., Рубцова О.А. // Оптика атмосферы и океана. 1995. Т. 8. N 6. С. 819–825.
8. Патрушев Г.Я., Рубцова О.А. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. N 7. С. 716–719.

Институт оптики атмосферы СО РАН,  
Томск

Поступила в редакцию  
16 декабря 1994 г.

**G. Ya. Patrushev, O. A. Rubtsova. Phenomenological Investigation of Probability Density of Intensities Fluctuations in Turbulent Atmosphere.**

A phenomenological model is treated which interprets the summarized field in the reception point as consisting of two components. One of them corresponds to direct distribution, the other component is responsible for multiple scattering. Computation of higher moments is conducted and relations connecting the distribution parameters with the moments obtained experimentally are derived for Backman distribution based on this model. It is discovered, that the limits are imposed on the third moment values which prevent the distribution applicability to describe the intensity fluctuations under some conditions of propagating through a path, particularly, under strong turbulence. A comparison with the experimental data meeting the conditions of the Backman distribution applicability is conducted.