«Оптика атмосферы и океана», **16**, № 9 (2003)

АДАПТИВНАЯ ОПТИКА И ТОМОГРАФИЯ

УДК 621.375:551.521

В.П. Лукин

Влияние когерентности на параметры лазерной опорной звезды

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 17.07.2003 г.

Неоднородности атмосферы существенно влияют на оптические волны и ограничивают эффективность современных оптико-электронных систем. Известно, что одним из наиболее радикальных средств уменьшения этого влияния является применение адаптивных систем. Одним из ключевых элементов оптической схемы адаптивной системы является опорный источник. Рассматриваются некоторые аспекты применения лазерных опорных источников, связанные с когерентностью формируемого ими излучения.

Неоднородности атмосферы существенно влияют на оптические волны и ограничивают эффективность современных оптико-электронных систем. Известно, что одним из наиболее радикальных средств уменьшения этого влияния является применение адаптивных систем. Ключевым элементом оптической схемы адаптивной системы является опорный источник.

Уже в первых работах В.П. Линника [1] и Дж. Харди [2] появляется упоминание об «опорном источнике». При этом предполагается, что в качестве опорного источника могут выступать: естественный источник, специально сформированный источник, излучение, рассеянное назад от объекта, и наконец, излучение, рассеянное назад (или переизлученное) от неоднородностей атмосферы [3–5]. В настоящее время наиболее актуальным является создание опорных источников на основе использования сигнала обратного рассеяния оптического излучения от неоднородностей атмосферы. Астрономы образно называют такие источники лазерными опорными звездами (ЛОЗ) [3], хотя в отечественной литературе ранее использовались другие названия: лазерный бакен, искусственный опорный источник [4–7].

Специалисты по лазерному зондированию имеют дело с отраженным от неоднородностей атмосферы сигналом [9]. При этом обычно использовались термины «рассеивающий объем», «сечение обратного рассеяния». Следут отметить, что сигналы от сформированных ЛОЗ и сигналы при лазерном зондировании неоднородностей атмосферы в определенном отношении имеют одинаковую структуру [5–10]. Так, сигнал, описывающий дрожание изображения рассеивающего объема при зондировании атмосферы, и сигнал, характеризующий глобальный наклон волнового фронта при измерении положения опорной звезды, имеют действительно одинаковый вид [8–10].

Известно, что различаются схемы моностатического [3] и бистатического зондирования, равно как существуют моностатические и бистатические схемы формирования лазерных опорных звезд [8, 10–13]. В случае бистатических схем предполагается отсутствие корреляции флуктуаций на прямом и обратном пути распространении излучения. Вектор, описывающий дрожание изображения рассеивающего объема (или вектор углового положения ЛОЗ) в фокальной плоскости объектива, имеет два некоррелированных между собой слагаемых, а именно:

$$\boldsymbol{\varphi}_{\text{би}} = \boldsymbol{\varphi}_{\text{л.п}} + \boldsymbol{\varphi}_F^{\text{в.и}}. \qquad (1)$$

Здесь $\boldsymbol{\varphi}_F^{\text{в.и}}$ – это вектор углового положения изображения «вторичного источника» (лазерной опорной звезды), наблюдаемого в апертуре приемного объектива, $\boldsymbol{\varphi}_{\text{л.п}}$ – это вектор углового положения центра тяжести, формирующего опорную звезду (или рассеивающий объем) лазерного пучка.

Используя результаты работ [14–16], можно записать для дисперсии углового дрожания центра тяжести лазерного пучка, формируемого с Земли вертикально вверх, следующую формулу:

$$<(\varphi_{\text{л.п}})^2> = 4\pi^2 x \int_0^1 d\xi (1-\xi)^2 \times$$

$$\times \int_0^\infty d\kappa \kappa^3 \Phi_n(\kappa, x\xi) \exp(-\kappa^2 a^2 q^2/2), \qquad (2)$$

где

$$q(\xi) = [\xi^2 \Omega^{-2} + (1 - \xi x/f)^2]^{1/2}, \;\; \Omega = ka^2/x, \qquad (3)$$

a – исходный размер гауссова лазерного пучка; f – радиус кривизны фазового фронта гауссова пучка. При расчете в (2) используем спектр турбулентности следующего вида [4]:

$$\Phi_n(\kappa, \; x\xi) = 0{,}033 C_n^2(x\xi) \kappa^{-11/3} \{1 - \exp[-\kappa^2/\kappa_0^2]\}, \; (4)$$

учитывающего отклонение от колмогоровского спектра в области больших масштабов неоднородностей показателя преломления атмосферы; κ_0^{-1} — внешний масштаб турбулентности.

Выполним интегрирование во внутреннем интеграле (2) с использованием спектра (4) и получим

$$< (\varphi_{\text{л.п}})^2 >= 4\pi^2 x 0{,}033 \frac{\Gamma(1/6)}{2^{5/6}} a^{-1/3} \times$$

$$\times \int_0^1 d\xi (1-\xi)^2 [q^{-1/3} - (q^2 + \frac{2}{a^2\kappa_0^{-2}})^{-1/6}] C_n^2(x\xi). \quad (5)$$

Для коллимированного пучка, т.е. когда $f = \infty$, имеем

$$q(\xi) = (1 + \xi^2 \Omega^{-2})^{1/2},$$

если же пучок сфокусирован в точку, т.е. $x/f = 1$, тогда

$$q(\xi) = [(1-\xi)^2 + \xi^2\Omega^{-2}]^{1/2};$$

если пучок достаточно широкий, т.е. $\Omega = ka^2/x \gg \gg 1$, тогда имеем

$$q(\xi) = (1 - \xi).$$

В результате для сфокусированного пучка

$$< (\varphi_{\text{л.п}})^2 >= 4\pi^2 x 0{,}033 \frac{\Gamma(1/6)}{2^{5/6}} a^{-1/3} \times$$

$$\times \int_0^1 d\xi (1-\xi)^2 \{(1-\xi)^{-1/3} - [(1-\xi)^2 + \frac{2}{a^2\kappa_0^2}]^{-1/6}\} C_n^2(x\xi). \quad (6)$$

Если же считать, что внешний масштаб турбулентности велик, т.е. $\kappa_0^{-1} \gg a$,

$$< (\varphi_{\text{л.п}})^2 >= 4\pi^2 x 0{,}033 \frac{\Gamma(1/6)}{2^{5/6}} a^{-1/3} \int_0^1 d\xi (1-\xi)^{5/3} C_n^2(x\xi). \quad (7)$$

Однако для коллимированного пучка в этих же условиях

$$< (\varphi_{\text{л.п}})^2 >= 4\pi^2 x 0{,}033 \frac{\Gamma(1/6)}{2^{5/6}} a^{-1/3} \int_0^1 d\xi (1-\xi)^2 C_n^2(x\xi). \quad (8)$$

Следующим шагом будет вычисление дисперсии дрожания изображения «вторичного источника» — освещенного с Земли рассеивающего объема (или лазерной опорной звезды) в фокальной плоскости объектива. Поскольку рассеяние света на неоднородностях атмосферы (молекулярное рассеяние, аэрозольное рассеяние и стимулированное излучение на свободных атомах) — это процесс рассеяния света независимыми рассеивателями, в результате поле рассеянной волны будет полностью некогерентным.

Размер освещенной зоны в пределах рассеивающего слоя рассчитывается на основе выводов теории распространения света в турбулентной среде. В ряде работ [14—16] было вычислено распределение средней интенсивности гауссова пучка, прошедшего слой турбулентной среды:

$$< I(\mathbf{R},\ \xi) >= \frac{a^2}{a_{eff}^2(\xi)} \exp(-R^2/a_{eff}^2),$$

где

$$a_{eff}^2(\xi) = a^2\{(1-\xi/f)^2 + \Omega^{-2} + \Omega^{-2}[1/2D_S(2a)]^{6/5}\}$$

— эффективный размер пучка в рассеивающей среде; $D_S(2a)$ — структурная функция фазы для сферической волны.

Далее воспользуемся выводами теории когерентности [15—17]. Теорема Ван Циттерта—Цернике имеет дело с распространением функции взаимной когерентности поля

$$\gamma(x; \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{< U^*(\boldsymbol{\rho}_1, x) U(\boldsymbol{\rho}_2, x) >}{\sqrt{I(\boldsymbol{\rho}_1, x) I(\boldsymbol{\rho}_2, x)}}$$

и количественно выражает эффект дифракции некогерентного света при его распространении от ЛОЗ к Земле. Модуль комплексной степени когерентности для исходно некогерентного источника после прохождения однородного слоя толщиной x дается следующей формулой:

$$\gamma(x; \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{\left| \iint d^2 s I(\mathbf{s}) \exp[-ik\mathbf{s}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)/x] \right|}{\int d^2 s I(\mathbf{s})}. \quad (9)$$

Другими словами, теорема Ван Циттерта—Цернике говорит, что модуль комплексной степени пространственной когерентности полностью некогерентного источника малого углового размера равен модулю нормированного преобразования Фурье $I(\mathbf{s})$ от распределения интенсивности поля на источнике. Так, для круглого некогерентного однородно освещенного источника, имеющего диаметр d в исходной плоскости, на расстоянии x модуль комплексной степени когерентности равен

$$|\gamma(x; \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)| = 2J_1(k\alpha r/2)/(k\alpha r/2), \quad (10)$$

где $\alpha = d/x$ — угловой размер источника, как он виден с расстояния x; $r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$. В результате радиус пространственной когерентности излучения для этого случая оказывается равным $\rho_к \approx 1{,}22\lambda x/d$. Естественно, что эти оценки сделаны в условиях распространения излучения в однородной среде.

Рассмотрим дрожание изображения «вторичного источника» — лазерной опорной звезды или рассеивающего объема при зондировании. Будем определять положение изображения в фокальной плоскости объектива вектором положения его центра тяжести [14]:

$$\boldsymbol{\rho}_F = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} d^2\rho \boldsymbol{\rho} I_F(\boldsymbol{\rho}) \Bigg/ \left[\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} d^2\rho I_F(\boldsymbol{\rho})\right], \quad (11)$$

где $I_F(\boldsymbol{\rho})$ — распределение интенсивности в фокальной плоскости ($x = F$) объектива. Найдем это распределение в том случае, когда на объектив падает прошедшая турбулентный слой волна с амплитудой $U(\boldsymbol{\rho}) = U_0 \exp(\chi + iS)$ (χ — флуктуации логарифма амплитуды; S — флуктуации фазы оптической волны). Если среду за объективом можно считать однородной, то поле здесь определяется из однородного волнового уравнения

$$\Delta\varphi + k^2\varphi = 0. \quad (12)$$

К нему необходимо добавить граничное условие при $x = 0$

$$\varphi_0(\boldsymbol{\rho}) = U_0 \exp\{\chi(\boldsymbol{\rho}) + iS(\boldsymbol{\rho}) - ik\rho^2/2F\}, \quad (13)$$

учитывающее вносимый объективом (в приближении «тонкой линзы») фазовый сдвиг, и условие излучения на бесконечности. Задача (12), как известно, имеет следующее решение [16]:

$$\varphi(x,\boldsymbol{\rho}) = \iint_{\Sigma} \varphi_0(\boldsymbol{\rho}_0) G_0(x, \boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0) d^2\rho_0, \quad (14)$$

где

$$G_0(x, \boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0) = -\frac{1}{2\pi}\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{\exp[ik\sqrt{x^2 + (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0)^2}]}{\sqrt{x^2 + (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0)^2}}\right\}, \quad (15)$$

интегрирование в (14) в бесконечных пределах заменено на интегрирование по поверхности объектива Σ, где поле отлично от нуля. В приближении френелевской дифракции для поля $\varphi(x, \boldsymbol{\rho})$ в точке $(F, \boldsymbol{\rho})$ получаем формулу

$$\varphi(F,\boldsymbol{\rho}) = \frac{k \exp(ikF)}{2\pi i F} \iint_{\Sigma} \varphi_0(\boldsymbol{\rho}_0) \exp\{ik(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0)^2/2F\} d^2\rho_0. \quad (16)$$

Отсюда для интенсивности $I(\ldots) = \varphi\varphi^*$ находим

$$I_F(\boldsymbol{\rho}) = \frac{k^2}{4\pi^2 F^2} \iint_{\Sigma}\iint_{\Sigma} \varphi(\boldsymbol{\rho}_{01}) \varphi^*(\boldsymbol{\rho}_{02}) \times \quad (17)$$

$$\times \exp\{ik(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_{01})^2/2F - ik(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_{02})^2/2F\} d^2\rho_{01} d^2\rho_{02},$$

где $\varphi(\boldsymbol{\rho}_0)$ — поле волны, падающей на объектив. Подставим граничное условие (13) в выражение (17)

$$I_F(\boldsymbol{\rho}) = \frac{k^2}{4\pi^2 F^2} \times$$

$$\times \iint_{\Sigma} d^2\rho_{01} \iint_{\Sigma} d^2\rho_{02} U_0(\boldsymbol{\rho}_{01}) U_0^*(\boldsymbol{\rho}_{02}) \exp\{-ik\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\rho}_{01} - \boldsymbol{\rho}_{02})/F\}. \quad (18)$$

Найдем теперь случайное положение центра тяжести распределения интенсивности в фокальной плоскости, для чего подставим (18) в (11). Интеграл в знаменателе легко вычисляется с использованием известного в теории обобщенных функций соотношения

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\{-ik\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\rho}_{01} - \boldsymbol{\rho}_{02})/F\} d^2\rho =$$

$$= 4\pi^2 \delta\left[\frac{k}{F}(\boldsymbol{\rho}_{01} - \boldsymbol{\rho}_{02})\right] = \frac{4\pi^2 F^2}{k^2} \delta(\boldsymbol{\rho}_{01} - \boldsymbol{\rho}_{02}), \quad (19)$$

что дает полный световой поток через объектив

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} d^2\rho I_F(\boldsymbol{\rho}) = \iint_{\Sigma} d^2\rho I_F(\boldsymbol{\rho}) = U_0^2 \iint_{\Sigma} d^2\rho \exp[2\chi(\boldsymbol{\rho})]. \quad (20)$$

Совершенно аналогично, но с использованием производной от δ-функции вычисляется интеграл в числителе (11). В результате для случайного смещения положения центра тяжести $\boldsymbol{\rho}_F$ получаем [14, 15]:

$$\boldsymbol{\rho}_F = \frac{F}{ik} \frac{\iint_{\Sigma} d^2\rho U(\boldsymbol{\rho}) \nabla U^*(\boldsymbol{\rho})}{\iint_{\Sigma} d^2\rho I(\boldsymbol{\rho})}. \quad (21)$$

Смещение $\boldsymbol{\rho}_F$ — величина действительная, поэтому, беря полусумму (21) и комплексно-сопряженное к нему выражение, можно записать вектор $\boldsymbol{\rho}_F$ в более удобном виде

$$\boldsymbol{\rho}_F = \frac{F}{k} \frac{\iint_{\Sigma} d^2\rho \,\mathrm{Im}[U(\boldsymbol{\rho}) \nabla U^*(\boldsymbol{\rho})]}{\iint_{\Sigma} d^2\rho I(\boldsymbol{\rho})}.$$

Подставив $U(\boldsymbol{\rho}) = U_0 \exp[\chi(\boldsymbol{\rho}) + iS(\boldsymbol{\rho})]$, получим

$$\boldsymbol{\rho}_F = -\frac{F}{k} \frac{\iint_{\Sigma} d^2\rho \exp[2\chi(\boldsymbol{\rho})] \nabla S(\boldsymbol{\rho})}{\iint_{\Sigma} d^2\rho \exp[2\chi(\boldsymbol{\rho})]}. \quad (22)$$

Из последней формулы ясно видно, что флуктуации фазы играют основную роль в явлении дрожания изображения в фокальной плоскости, если $S = 0$, тогда $\boldsymbol{\rho}_F = 0$, амплитудные же флуктуации играют роль поправки второго порядка. Поэтому в первом приближении ими можно пренебречь, положив $\chi = 0$. Тогда

$$\boldsymbol{\rho}_F = -\frac{F}{k\Sigma} \iint_{\Sigma} d^2\rho \nabla S(\boldsymbol{\rho}). \quad (23)$$

Средний квадрат линейного смещения центра тяжести равен

$$\sigma_F^2 = <(\boldsymbol{\rho}_F)^2> = \frac{F^2}{k^2\Sigma^2} \times$$

$$\times \iint_{\Sigma} d^2\rho_1 \iint_{\Sigma} d^2\rho_2 \nabla_{\rho_{01}} \nabla_{\rho_{02}} B_S(\boldsymbol{\rho}_{01} - \boldsymbol{\rho}_{02}), \quad (24)$$

где $B_S(\boldsymbol{\rho}_{01} - \boldsymbol{\rho}_{02}) = < S(\boldsymbol{\rho}_{01}) S(\boldsymbol{\rho}_{02}) >$ — корреляционная функция флуктуаций фазы, которая связана со структурной функцией фазы:

$$D_S(\boldsymbol{\rho}_{01}-\boldsymbol{\rho}_{02}) = 2[1-B_S(\boldsymbol{\rho}_{01}-\boldsymbol{\rho}_{02})];$$

$$B_S(\boldsymbol{\rho}_{01}-\boldsymbol{\rho}_{02}) = [1-1/2D_S(\boldsymbol{\rho}_{01}-\boldsymbol{\rho}_{02})]. \quad (25)$$

С флуктуациями фазы оказывается тестно связанным вопрос о нарушении когерентности. Для комплексной степени когерентности

$$\gamma(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho}) = \frac{\Gamma_2(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho})}{[\Gamma_2(\mathbf{R}+\boldsymbol{\rho}/2,0)\Gamma_2(\mathbf{R}-\boldsymbol{\rho}/2,0)]^{1/2}}, \quad (26)$$

где

$$\Gamma_2(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho}) = < U(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho})U^*(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho}) >, \quad \mathbf{R} = (\rho_1+\rho_2)/2,$$
$$\boldsymbol{\rho} = (\rho_1-\rho_2),$$

было выведено уравнение [14]:

$$2ik\frac{\partial\Gamma_2(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho})}{\partial x} + 2\nabla_R\nabla_\rho\Gamma_2(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho}) + \frac{i\pi k^3}{2}H(x,\boldsymbol{\rho})\Gamma_2(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho}) = 0 \quad (27)$$

с граничными условиями для детерминированного исходного поля

$$\Gamma_2(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho}) = U_0(\mathbf{R}+\boldsymbol{\rho}/2)U_0^*(\mathbf{R}-\boldsymbol{\rho}/2).$$

Входящая в уравнение (27) функция $H(x,\boldsymbol{\rho})$ характеризует статистические свойства флуктуаций диэлектрической проницаемости

$$H(x,\boldsymbol{\rho}) = 8\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\Phi_n(x,\boldsymbol{\kappa})[1-\cos\boldsymbol{\kappa\rho}]d^2\kappa. \quad (28)$$

Если начальное поле U_0 флуктуирует, то в качестве граничного условия надо подставлять функцию

$$\Gamma_2^0(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho}) = << U_0(\mathbf{R}+\boldsymbol{\rho}/2)U_0^*(\mathbf{R}-\boldsymbol{\rho}/2) >>.$$

Здесь и далее двойные угловые скобки указывают на усреднение по ансамблю реализаций источника. Для примера приведем граничное условие для частично когерентного светового пучка, поле которого имеет вид

$$U_0(\boldsymbol{\rho}) = A(\boldsymbol{\rho})\exp[i\varphi(\boldsymbol{\rho})],$$

где $\varphi(\boldsymbol{\rho})$ – случайная фаза со средним значением, равным нулю, и распределенная, например, по гауссовскому закону.

Пусть исходный пучок – гауссов:

$$A(\boldsymbol{\rho}) = U_0\exp\{-\rho^2/2a^2 - ik\rho^2/2f\}.$$

В этом случае

$$\Gamma_2^0(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho}) = |U_0|^2\times$$
$$\times\exp\{-R^2/a^2 - \rho^2/4a^2 - ik\boldsymbol{\rho}\mathbf{R}/f - E(\boldsymbol{\rho})/2\}, \quad (29)$$

где

$$E(\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2) = << [\varphi(\boldsymbol{\rho}_1)-\varphi(\boldsymbol{\rho}_2)]^2 >>.$$

Для упрощения расчетов зададимся $E(\boldsymbol{\rho}) = \rho^2/2a_k^2$. Тогда

$$\Gamma_2^0(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho}) = |U_0|^2\times$$
$$\times\exp\{-R^2/a^2 - \rho^2/4a^2 - ik\boldsymbol{\rho}\mathbf{R}/f - \rho^2/2a_k^2\}. \quad (30)$$

Здесь a_k – радиус исходной пространственной когерентности источника излучения.

В случайной среде [14–16]:

$$\Gamma_2(x,\mathbf{R},\boldsymbol{\rho}) = \frac{k^2}{4\pi^2x^2}\iint d^2R'\iint d^2\rho'\Gamma_2^0(\mathbf{R}-\mathbf{R}',\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}')\times$$
$$\times\exp\{ik\mathbf{R}'\boldsymbol{\rho}/x - \frac{\pi k^2}{4}\int\limits_0^x H[x', \ \boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}'(1-x'/x)]dx'\}. \quad (31)$$

Рассмотрим предельный случай в (30) – переход к полностью некогерентному исходному (тепловому) источнику: при $a_k \to 0$ получаем

$$\Gamma_2^0(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho}) = 4\pi|U_0|^2a_k^2\exp\{-R^2/a^2\}\delta(\boldsymbol{\rho}).$$

Отметим, что эта формула является частным случаем общего соотношения для функции когерентности теплового источника. В общем случае, если $a_k \to 0$, то $\Gamma_2^0(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho})$ можно аппроксимировать выражением

$$\Gamma_2^0(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho}) = b^2I(\mathbf{R})\delta(\boldsymbol{\rho}). \quad (32)$$

При этом оказывается, что $b = \lambda/\sqrt{2\pi}$, т.е. радиус когерентности теплового источника имеет порядок длины волны. Поэтому для полностью когерентного источника

$$\Gamma_2^0(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho}) = \frac{\lambda^2}{2\pi}I(\mathbf{R})\delta(\boldsymbol{\rho}).$$

На расстоянии x в турбулентной среде

$$\Gamma_2(x, \ \mathbf{R},\boldsymbol{\rho}) = \frac{U_0^2k^2a^2a_k^2}{x^2}\times$$
$$\times\exp\{ik\mathbf{R}\boldsymbol{\rho}/x - \frac{k^2a^2\rho^2}{4x^2} - \frac{\pi k^2}{4}\int\limits_0^x H[x', \ \boldsymbol{\rho}x'/x]dx'\}. \quad (33)$$

Для модуля комплексной степени когерентности

$$|\gamma(x,\mathbf{R},\boldsymbol{\rho})| = \exp\{-\frac{k^2a^2\rho^2}{4x^2} - \frac{\pi k^2}{4}\int\limits_0^x H[x',\boldsymbol{\rho}x'/x]dx'\}. \quad (34)$$

Отсюда видно, что имеются две противоположные тенденции изменения пространственного радиуса когерентности первоначально некогерентного излучения. С одной стороны, он растет пропорционально $d_0 = 2x/ka$ (за счет уменьшения видимого углового размера $\gamma_s = a/x$ источника), а с другой – уменьшается из-за потери когерентности в турбулентной среде.

После оценки модуля комплексной степени когерентности через структурную функцию фазы получим

$$|\gamma(x, \ \mathbf{R}, \ \boldsymbol{\rho})| = \exp\{-\frac{1}{2}D_s(x,\boldsymbol{\rho})\}. \quad (35)$$

В результате соспоставления (34) и (35)

$$D_S(x,\ \boldsymbol{\rho}) = \frac{k^2a^2\rho^2}{2x^2} + \frac{\pi k^2}{2}\int_0^x H(x', \boldsymbol{\rho}x'/x)dx'. \quad (36)$$

В результате вычислений в (36) с учетом (4) при условии, что $\kappa_0^{-1} >> \rho$, получим следующее уравнение:

$$D_S(x,\ \boldsymbol{\rho}) = \frac{k^2a^2\rho^2}{2x^2} + 2{,}91k^2\rho^{5/3}\int_0^x dx'C_n^2(x')(x'/x)^{5/3}. \quad (37)$$

Вернемся к выражению для дисперсии дрожания изображения «вторичного источника» — ЛОЗ [18–21] или рассеивающего объема — на основании формул (24), (25)

$$<(\varphi_F^{\text{в.и}})^2> = \sigma_F^2/F^2 = <(\boldsymbol{\rho}_F)^2>/F^2 =$$

$$= -\frac{1}{2k^2\Sigma^2}\iint_\Sigma d^2\rho_1\iint_\Sigma d^2\rho_2\nabla_{\rho_{01}}\nabla_{\rho_{02}}D_S(\boldsymbol{\rho}_{01}-\boldsymbol{\rho}_{02}). \quad (38)$$

После подстановки в (38) выражения для структурной функции фазы в виде (37) имеем два члена. Первый член в подынтегральном выражении (38) дает

$$\nabla_{\rho_{01}}\nabla_{\rho_{02}}\rho^2 = \left(\frac{\partial}{\partial y_{01}}\frac{\partial}{\partial y_{02}} + \frac{\partial}{\partial z_{01}}\frac{\partial}{\partial z_{02}}\right)\rho^2 = -\ \ 4\ ,$$

второй соответственно

$$\nabla_{\rho_{01}}\nabla_{\rho_{02}}\rho^{5/3} = \left(\frac{\partial}{\partial y_{01}}\frac{\partial}{\partial y_{02}} + \frac{\partial}{\partial z_{01}}\frac{\partial}{\partial z_{02}}\right)\times$$

$$\times[(y_{01}-y_{02})^2 + (z_{01}-z_{02})^2]^{5/6} = -\frac{25}{9}\rho^{-1/3}.$$

В результате в случае, если размер «вторичного некогерентного источника» равен a, тогда получаем для дисперсии дрожания его изображения следующее выражение:

$$<(\boldsymbol{\rho}_F)^2>/F^2 = \frac{a^2}{x^2} + 4{,}85D^{-1/3}\int_0^x dx'C_n^2(x')(x'/x)^{5/3}. \quad (39)$$

Для широкого ($\Omega = ka^2/x >> 1$) коллимированного пучка дисперсия дрожания центра тяжести запишется в виде

$$<(\varphi_{\text{л.п}})^2> = <(\boldsymbol{\rho}_{\text{л.п}})^2>/x^2 =$$

$$= 4\pi^2 0{,}033\frac{\Gamma(1/6)}{2^{5/6}}a^{-1/3}\int_0^x dx'(1-x'/x)^2C_n^2(x'), \quad (40)$$

$$4\pi^2 0{,}033\frac{\Gamma(1/6)}{2^{5/6}} = 4{,}04.$$

Просуммируем результаты расчетов и получим для коллимированного широкого пучка дисперсию углового дрожания изображения (1)

$$<\varphi^2> = \frac{a^2}{x^2} + 4{,}85D^{-1/3}\int_0^x dx'C_n^2(x')(x'/x)^{5/3} +$$

$$+4{,}04a^{-1/3}\int_0^x dx'C_n^2(x')(1-x'/x)^2, \quad (41)$$

в этом случае размер «вторичного источника» равен a, а для сфокусированного пучка размер «вторичного источника» равен a/Ω, в результате [18–21]:

$$<\varphi^2> = \frac{a^2}{\Omega^2x^2} + 4{,}85D^{-1/3}\int_0^x dx'C_n^2(x')(x'/x)^{5/3} +$$

$$+4{,}04a^{-1/3}\int_0^x dx'C_n^2(x')(1-x'/x)^{5/3}. \quad (42)$$

Здесь D — диаметр приемного объектива; a — размер гауссова лазерного пучка, формирующего (лазерную опорную звезду) рассеивающий объем. Естественно, что для широкого пучка первым слагаемым в формуле (41) можно пренебречь. Кроме этого следует заметить, что первые слагаемые в формулах (41) и (42) должны быть достаточно малыми по определению.

Еще раз вернемся к формуле (36) для структурной функции фазы

$$D_S(x, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = \frac{k^2a^2\rho^2}{2x^2} + 2{,}91k^2\rho^{5/3}\int_0^x dx'C_n^2(x')(x'/x)^{5/3}.$$

Если в ней принять квадратичную аппроксимацию во втором члене, то для радиуса когерентности исходного некогерентного источника в турбулентной среде получаем [16] следующее выражение:

$$\rho_{\text{ког}} = \frac{d_0(x)}{(1 + d_0^2(x)/\rho_{\text{т}}^2)}, \quad (43)$$

где $d_0(x) = 2x/(ka)$; $\rho_{\text{т}}$ — это радиус когерентности для сферической волны в турбулентной среде [15, 16].

Использование лазерных опорных звезд для коррекции формируемых изображений внеатмосферных объектов наталкивается [3, 5–8, 10–13] на ряд принципиальных проблем. Так, при применении лазерных опорных звезд существует достаточно трудная проблема, связанная с невозможностью обеспечения эффективной коррекции общего наклона волнового фронта (ОНВФ). Известно [3, 8, 10–13], что коррекция флуктуаций ОНВФ для естественной звезды (ЕС) с использованием только сигнала от ЛОЗ неэффективна. Традиционная моностатическая схема, использующая только апертуру самого (основного) телескопа, остается неэффективной даже при использовании процедуры «оптимизации» сигнала от ЛОЗ [11].

В этой связи, например, в ряде работ заявляется о необходимости одновременного использовании как ЛОЗ, так и естественных звезд для коррекции общего наклона волнового фронта. А поскольку угол пространственной корреляции для флуктуаций ОНВФ существенно превышает угол изопланатизма для высших аберраций флуктуаций фазы оптической волны, прошедшей слой турбулентной атмосферы, то для коррекции ОНВФ можно использовать достаточно удаленную звезду. Еще одним недостатком применения ЛОЗ для коррекции изображения в наземных телескопах является проявление «эффекта конуса» или фокусного неизопланатизма. Ряд авторов предлагают для преодоления этого эффекта применять не одну, а несколько опорных звезд [22].

В данной статье было показано, что высокая когерентность для лазерного излучения в опорной звезде может быть достигнута только тогда, когда видимое изображение звезды будет достаточно малым. Поэтому практически все лазерные опорные звезды были сформированы с использованием фокусированных лазерных пучков.

Недавно появилось сообщение об использовании коллимированнных широких пучков [23] для создания лазерных опорных звезд. При этом предполагалось, что в результате удастся создать опорную звезду с плоским волновым фронтом, что обеспечивает устранение «неизопланатизма фокуса». Однако авторы при этом не учли тот факт, что «вторичный источник» — опорная звезда — имеет существенно низкую пространственную когерентность (43) из-за некогерентности самого процесса рассеяния света на неоднородностях атмосферы — молекулярное рассеяние, аэрозольное рассеяние и переизлучение света на свободных атомах в верхней атмосфере, а именно: радиус когерентности рассеянного излучения $\rho_{\text{ког}}$ оказывается равным

$$\frac{1}{\rho_{\text{ког}}^2} = \frac{k^2 a^2}{4x^2} + \frac{1}{\rho_{\text{т}}^2}.$$

Поэтому всегда когерентность принятого излучения будет определяться двумя факторами — размером «видимой» области ЛОЗ из фокуса измеряемого телескопа и когерентностью *сферической* волны, что обусловлено тем, что исходное излучение ЛОЗ практически некогерентно.

Когерентность «вторичного» излучения будет всегда ниже в широком коллимированнном пучке, нежели в сфокусированном. Например, для телескопа с размером апертуры 8 м, если звезда формируется коллимированным пучком на высоте 20 км, мы получаем, что радиус когерентности излучения от такой звезды составляет (для длины волны 0,5 мкм) доли миллиметра. Понятно, что проводить фазовые измерения на апертуре в несколько метров с таким малым радиусом когерентности будет достаточно затруднительно.

Однако если учесть, что угловое разрешение системы «атмосфера—телескоп» (без адаптивной коррекции) численно выражается отношением λ/r_0, где r_0 — радиус когерентности излучения для плоской волны, прошедшей через всю толщу атмосферы, поэтому в пределах поля зрения телескопа можно *отдельно* наблюдать участки с угловым размером, равным λ/r_0, освещенной лазером поверхности некогерентно светящейся ЛОЗ. В результате первый член, характеризующий когерентность излучения от ЛОЗ (при расчете для вакуума), оказывается равным

$$\rho_{\text{ког}} = \lambda/\pi\varphi, \qquad (44)$$

где θ — угловое разрешение телескопа в атмосфере, т.е. $\theta = \lambda/r_0$. В результате имеем

$$\rho_{\text{ког}} = r_0/\pi.$$

Для случая широкого фокусированного пучка (когда пятно ЛОЗ оказывается «неразрешимо» телескопом) мы можем получить излучение «вторичного источника» с радиусом когерентности порядка размера фокусирующей лазерное излучение апертуры; естественно, что эта оценка делается для однородной среды. В условиях турбулентной атмосферы радиус когерентности «вторичного источника» может быть рассчитан по формуле (43). Вместе с тем в ряде случаев следует все же считать, что мы имеем дело с некогерентными опорными звездами.

Некогерентные ЛОЗ могут быть также эффективно использованы, например, для измерения в реальном масштабе времени оптической передаточной функции атмосферы на трассе объектив—рассеивающий объем (или ЛОЗ). Эта функция может быть использована в алгоритме обратной свертки при проведении постдетекторной коррекции изображения.

Безусловно, такой подход позволяет получать более эффективную коррекцию по сравнению со «слепой» обратной сверткой, которая предполагает расчет передаточной функции атмосферы на основе модели атмосферы. Кроме этого, опорная звезда может быть сформирована практически в любом требуемом направлении, например при формировании изображения внеатмосферного объекта в телескопе. Одним из ограничений для эффективного применения такой звезды является проблема «фокусного неизопланатизма», связанная с тем, что ЛОЗ всегда расположена на конечном расстоянии в атмосфере, а объект расположен далеко за атмосферой, поэтому такой объект и ЛОЗ будут изображаться в различных плоскостях, поскольку мы имеем волновые фронты с различной кривизной. Это, в свою очередь, обусловливает разные флуктуации для волн, приходящих в объектив от объекта и от опорного источника.

Известно, что любая адаптивная система имеет конечную полосу частот, которая обусловливает временное запаздывание между принимаемым сигналом и сигналом управления. Поэтому движущийся объект имеет ограничения на качество коррекции, обусловленное временным запаздыванием. В то же время, формируя ЛОЗ в заданном направлении, можно частично скомпенсировать временное запаздывание, возникающее в любой адаптивной системе, связанное как с временной эволюцией случайных неоднородностей в канале, так и с тем, что лоцируемой объект быстро меняет свое местоположение. Тогда ЛОЗ будет формироваться в положении, «предсказывающем» его будущее местоположение.

Настоящее исследование выполнено при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ № 01-02-17389 и комплексного интеграционного проекта 2003–2006 гг. СО РАН «Современный адаптивный телескоп».

1. *Линник В.П.* О принципиальной возможности уменьшения влияния атмосферы на изображение звезды // Оптика и спектроскопия. 1957. Т. 25. Вып. 4. С. 401–402.
2. *Харди Дж.У.* Активная оптика. Новая техника управления светом // ТИИЭР. 1978. Т. 66. № 7. С. 31–85.
3. *Fugate R.* Laser beacon adaptive optics // Opt. Photonics News. 1993. V. 4. № 6. P. 14–19.
4. *Лукин В.П.* Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 286 с. (Перевод: V.P.Lukin. *Atmospheric Adaptive Optics*. SPIE Optical Engineering Press. Vol. PM23. 1996. 275 pp.).
5. *Лукин В.П., Матюхин В.Ф.* Адаптивная коррекция изображения // Квант. электрон. 1983. Т. 10. № 10. С. 2465–2473.
6. *Lukin V.P.* Limiting resolution of adaptive telescope operating with the use of artificial star // Proc. ICO-16 «Active and Adaptive optics». 1993. P. 521–524.
7. *Lukin V.P., Fortes B.V.* Computer modeling of adaptive optics and sites for telescope design //OSA Techn. Digest. Series. 1995. V. 23. P. 192–194.
8. *Belen'kii M.S.* Tilt angular correclation and tilt sensing techniques with a laser guide star // Proc. SPIE. 1996. V. 2956. P. 206–217.
9. *Орлов В.М., Самохвалов И.В., Матвиенко Г.Г., Белов М.Л., Кожемяков А.Н.* Элементы теории светорассеяния и оптическая локация. Новосибирск: Наука, 1982. 225 с.
10. *Lukin V.P.* Mono and bistatic schemes and optimal algorithm for tilt correction in ground-based adaptive telescopes // Appl. Opt. 1998. V. 37. N 21. P. 4634–4644.
11. *Lukin V.P.* Models and measurements of atmospheric turbulence characteristics and their impact on AO design // Adaptive Optics-96, Techn. Digest Series. 1996. V. 13. P. 150–152.
12. *Лукин В.П.* Сопоставление предельной эффективности различных схем формирования лазерных опорных звезд // Оптика атмосф. и океана. 1997. Т. 10. № 8. С. 975–979.
13. *Лукин В.П.* Различие и подобие двух схем формирования лазерных опорных звезд // Оптика атмосф. и океана. 1998. Т. 11. N 11. С. 1253–1257.
14. *Кляцкин В.И.* Статистическое описание динамических систем с флуктуирующими параметрами. М.: Наука, 1975. 239 с.
15. *Татарский В.И.* Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1961.
16. *Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С.* Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
17. *Enguehard S., Hatfield B.* Incoherence and multiple laser guide stars // NOAO Workshop on the Reduction of Gemini AO Data. 2001. Tucson. USA. 36 p.
18. *Лукин В.П.* Отслеживание случайных угловых смещений оптических пучков // V Всес. симп. по распростр. лазерн. излуч. в атмосф.: Тезисы докл. Томск, 1979. Ч. II. С. 33–36.
19. *Лукин В.П.* Коррекция случайных угловых смещений оптических пучков // Квант. электрон. 1980. Т. 7. № 6. С. 1270–1279.
20. *Лукин В.П., Чарноцкий М.И.* Принцип взаимости и адаптивное управление параметрами оптического излучения // Квант. электрон. 1982. Т. 9. № 5. С. 952–958.
21. *Миронов В.Л., Носов В.В., Чен Б.Н.* Корреляция смещений оптических изображений лазерных источников в турбулентной атмосфере // Изв. вузов. Радиофиз. 1982. Т. 25. № 12. С. 1467–1471.
22. *Viard E., Le Louran M., Hubin N.* Adaptive optics with four laser guide stars: correction of the cone effect in large telescopes // Appl. Opt. 2002. V. 41. N 1. P. 11–20.
23. *Buscher D., Love G., Myers R.* Laser beacon wavefront sensing without focal anisoplanatism // Opt. Lett. 2002. V. 27. N 3. P. 149–151.

V.P. Lukin. **Effect of coherence on parameters of a laser guide star.**

Atmospheric inhomogeneities significantly affect optical waves and restrict the efficiency of modern optoelectronic systems. It is well-known that one of the most radical methods to diminish this effect is application of adaptive systems. A key element in the optical scheme of an adaptive system is a reference source. This paper concerns some aspects of application of laser reference sources connected with the coherence of their radiation.